

06

## Волноводный фотонный кристалл, выполненный в виде диэлектрических матриц с воздушными включениями

© Д.А. Усанов,<sup>1</sup> А.В. Скрипаль,<sup>1</sup> М.К. Мерданов,<sup>2</sup> В.О. Горлицкий<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 410012 Саратов, Россия

<sup>2</sup> ОАО НПЦ «Электронное приборостроение», 410012 Саратов, Россия  
e-mail: usanovda@info.sgu.ru

(Поступило в Редакцию 5 мая 2015 г.)

Исследованы амплитудно-частотные характеристики коэффициента пропускания фотонного кристалла СВЧ-диапазона, представляющего собой структуру в виде чередующихся слоев керамики ( $Al_2O_3$ ) с большим числом воздушных включений и пенопласта, при наличии и отсутствии нарушения периодичности фотонной структуры. Показана возможность описания амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания исследуемого фотонного кристалла с использованием модели „эффективной“ среды, позволяющей рассматривать взаимодействие электромагнитной волны с фотонным кристаллом с помощью матрицы передачи для одномерного волноводного фотонного кристалла. При этом зонный характер частотной зависимости коэффициента пропускания фотонного кристалла, связанный с периодичностью структуры фотонного кристалла в поперечной плоскости для волновода стандартного сечения, в рассматриваемом диапазоне диэлектрических проницаемостей материалов не проявляется.

### Введение

Создание периодических фотонных структур СВЧ-диапазона и исследование их свойств имеют важное практическое значение в связи с возможностью их применения в системах связи и телекоммуникации, для создания антенн, радарной техники и измерительного оборудования [1–4].

Отличительной особенностью фотонных кристаллов СВЧ-диапазона является высокая технологичность их производства, основанная на возможности использования в качестве периодически повторяющихся элементов фотонных кристаллов стандартных элементов СВЧ-схем различной формы и конфигурации, с помощью которых можно образовывать структуры, представляющие собой двумерные и трехмерные фотонные кристаллы.

В этом случае для решения задачи взаимодействия электромагнитного излучения с фотонными структурами привлекаются возможности аппарата трехмерного электродинамического моделирования распределения электромагнитного поля, в основе которого лежат численные методы, такие как метод конечных элементов, метод конечных разностей во временной области, метод функций Грина и т.д.

Авторы [5] исследовали особенности запрещенных фотонных зон в спектре прохождения электромагнитного излучения в диапазоне частот 7–20 GHz, взаимодействующего с двумерным столбчатым фотонным кристаллом в виде вертикальных стержней, состоящих из стекла и поливинилхлорида.

В работе [6] приведены результаты численного моделирования и экспериментального исследования частотных зависимостей коэффициента прохождения электро-

магнитного излучения в диапазоне частот 70–120 GHz, взаимодействующего с трехмерными фотонными структурами на основе полупроводниковых кремниевых брусков, расположенных слоями. В каждом из слоев бруски параллельны друг другу, длинные оси брусков в соседних слоях повернуты друг относительно друга на 90°.

Исследуемые в работе [7] структуры в виде периодически чередующихся слоев полиэтилена высокой плотности, между которыми расположены двумерные треугольные решетки из круглых металлизированных участков, обладают фотонной запрещенной зоной для различных углов падения электромагнитной волны в диапазоне частот 5–25 GHz.

С точки зрения технологичности производства фотонных кристаллов, используемых, например, в качестве полосовых фильтров, обладающих достаточно малыми потерями в полосе пропускания и высоким уровнем заграждения вне полосы пропускания, представляют интерес так называемые монолитные структуры, выполненные в виде нескольких слоев плоских металлических рассеивателей, нанесенных на диэлектрическую подложку [8].

Известно, что фотонные кристаллы относятся к классу метаматериалов, представляющих собой искусственно созданные гетерогенные среды. С другой стороны, фотонные кристаллы, содержащие большое число повторяющихся элементов, можно рассматривать как разновидность композитов, для описания свойств которых используются параметры, характеризующие фотонный кристалл как единое целое.

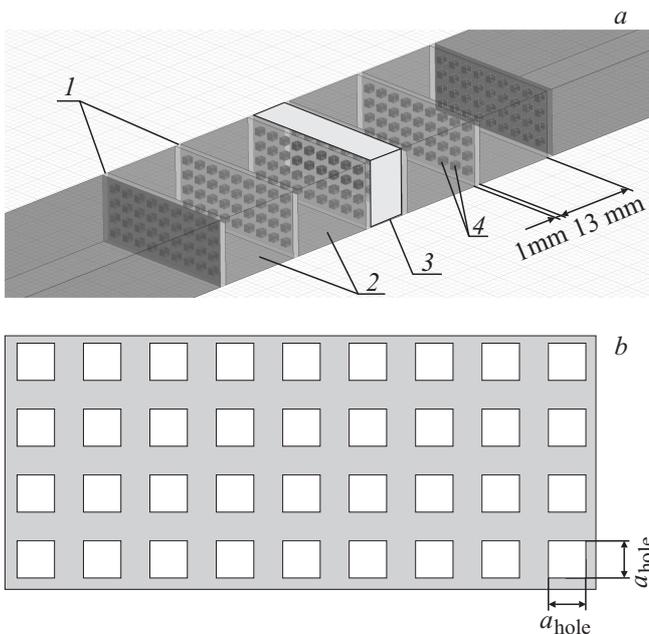
В настоящей работе проводились моделирование и экспериментальное исследование амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания электромаг-

нитного излучения СВЧ-диапазона, взаимодействующего с фотонным кристаллом, состоящим из периодически чередующихся слоев керамики ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) с большим числом воздушных включений и пенопласта, при наличии и отсутствии нарушения периодичности фотонной структуры. Рассмотрена возможность исследования влияния объемной доли воздушных включений на характеристики фотонного кристалла как единого целого посредством использования понятия эффективной диэлектрической проницаемости для характеристики керамических слоев с воздушными включениями.

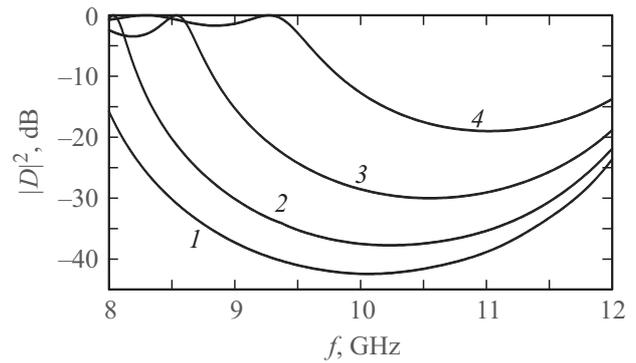
## Модель трехмерного волноводного фотонного кристалла

Исследовался волноводный фотонный кристалл, состоящий из одиннадцати слоев, в диапазоне частот 8–12 GHz (рис. 1, *a*). Нечетные слои были выполнены из керамики ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\varepsilon = 9.6$ ), четные — из пенопласта ( $\varepsilon = 1.05$ ). Толщина нечетных отрезков  $d_{\text{Al}_2\text{O}_3} + 1.0$  mm, четных —  $d_{\text{foam}} = 13.0$  mm. Слои полностью заполняли поперечное сечение волновода. В керамических слоях создано большое число воздушных включений в виде квадратных сквозных отверстий, образующих в плоскости слоя периодическую структуру (рис. 1, *b*).

На основе численного моделирования с использованием метода конечных элементов в САПР HFSS Ansoft исследовалось влияние объемной доли воздушных включений на амплитудно-частотные характеристики коэф-



**Рис. 1.** Модель фотонного кристалла: 1 — слои керамики с квадратными сквозными отверстиями, 2 — слои пенопласта, 3 — нарушение в виде слоя пенопласта измененной толщины (рис. 1, *a*). Слой керамики с квадратными сквозными отверстиями (рис. 1, *b*).



**Рис. 2.** Расчетные АЧХ коэффициента пропускания фотонного кристалла без нарушения при различных объемных долях воздушных включений. Объемная доля включений, %: 1 — 0, 2 — 8.5, 3 — 23.0, 4 — 43.0.

фициента пропускания фотонного кристалла. Величина объемной доли воздушных включений регулировалась путем изменения размера отверстий  $a_{\text{hole}}$  в керамических пластинах при фиксированном их количестве, равном 36 в каждой из пластин. Моделирование проводилось для трех размеров отверстий  $a_{\text{hole}}$ , равных 0.75, 1.2, 1.65 mm, что соответствует объемной доле воздушных включений, равной 8.5, 23 и 43% соответственно.

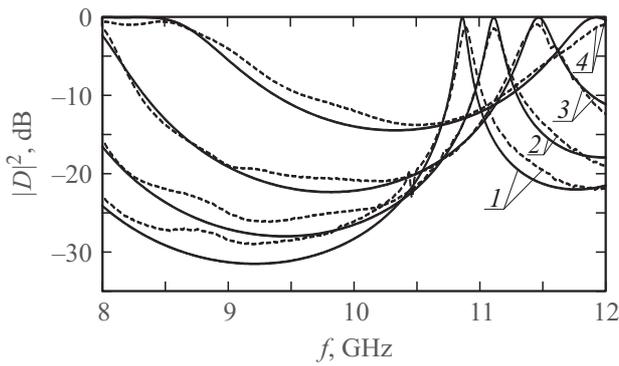
Нарушение периодичности фотонной структуры создавалось изменением толщины  $d_{\text{foam}}$  центрального (шестого) слоя пенопласта. Толщина шестого измененного (нарушенного) слоя пенопласта составляла 2.25, 2.75, 3.49 и 6.0 mm.

Параметры фотонного кристалла были подобраны таким образом, чтобы при изменении доли воздушных объемных включений в керамических слоях в диапазоне от 0 до 43% образующиеся фотонные запрещенные зоны перекрывали значительную часть используемого частотного диапазона 8–12 GHz, а пик пропускания, возникающий вследствие создаваемого нарушения фотонной структуры, оставался в пределах запрещенной зоны.

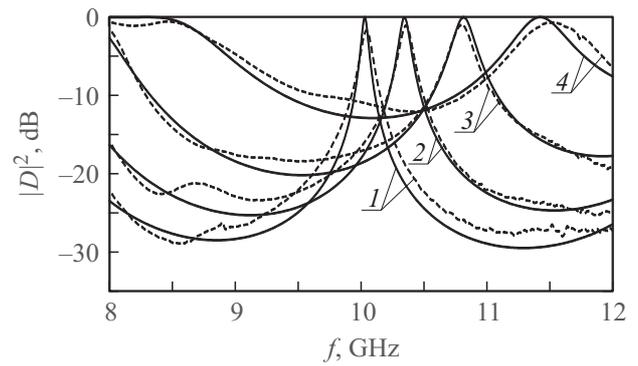
## Результаты численного моделирования и эксперимента

Как следует из результатов численного расчета методом конечных элементов амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания  $D$  фотонного кристалла, представленных на рис. 2, при отсутствии нарушения периодичности фотонной структуры увеличение объемной доли воздушных включений в слоях керамики приводит к смещению запрещенной зоны фотонного кристалла в сторону более коротких длин волн и к уменьшению ее глубины.

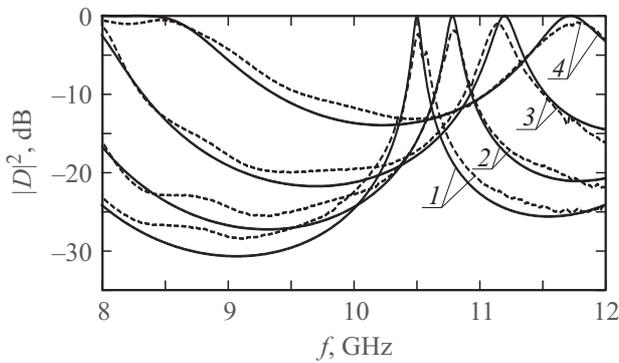
Результаты численного расчета амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания  $D$  фотонного кристалла методом конечных элементов при наличии нарушения периодичности фотонной структуры в



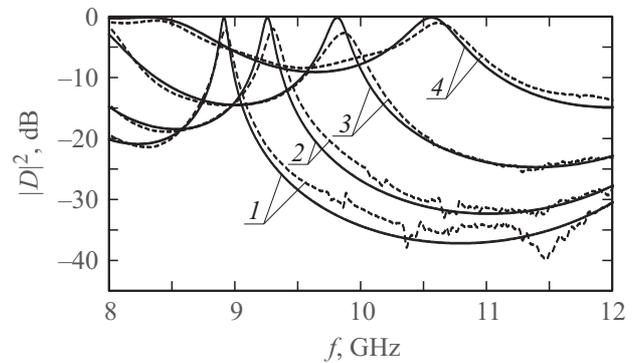
**Рис. 3.** Расчетные (непрерывные кривые) и экспериментальные (дискретные кривые) АЧХ коэффициента пропускания фотонного кристалла при различных объемных долях воздушных включений с нарушенным шестым слоем пенопласта толщиной 2.25 mm. Объемная доля включений, %: 1 — 0, 2 — 8.5, 3 — 23, 4 — 43.0.



**Рис. 5.** Расчетные (непрерывные кривые) и экспериментальные (дискретные кривые) АЧХ коэффициента пропускания фотонного кристалла при различных объемных долях воздушных включений с нарушенным шестым слоем пенопласта толщиной 3.49 mm. Объемная доля включений, %: 1 — 0, 2 — 8.5, 3 — 23, 4 — 43.



**Рис. 4.** Расчетные (непрерывные кривые) и экспериментальные (дискретные кривые) АЧХ коэффициента пропускания фотонного кристалла при различных объемных долях воздушных включений с нарушенным шестым слоем пенопласта толщиной 2.75 mm. Объемная доля включений, %: 1 — 0, 2 — 8.5, 3 — 23, 4 — 43.



**Рис. 6.** Расчетные (непрерывные кривые) и экспериментальные (дискретные кривые) АЧХ коэффициента пропускания фотонного кристалла при различных объемных долях воздушных включений с нарушенным шестым слоем пенопласта толщиной 6.0 mm. Объемная доля включений, %: 1 — 0, 2 — 8.5, 3 — 23, 4 — 43.

виде центрального слоя пенопласта различной толщины  $d_{6\text{foam}}$  представлены на рис. 3–6 (сплошные кривые).

Наличие нарушения периодичности фотонной структуры в виде изменения толщины  $d_{6\text{foam}}$  центрального (шестого) слоя пенопласта приводило к появлению в запрещенной зоне фотонного кристалла пика пропускания, положение которого определяется размером этого нарушения. Изменение толщины  $d_{6\text{foam}}$  нарушенного слоя пенопласта в диапазоне от 2.25 до 6.0 mm при отсутствии воздушных включений приводило к изменению положения пика пропускания от 10.88 до 8.89 GHz, в то время как при объемной доле включений, равной 43%, положение пика пропускания изменялось от 10.62 до 12.0 GHz.

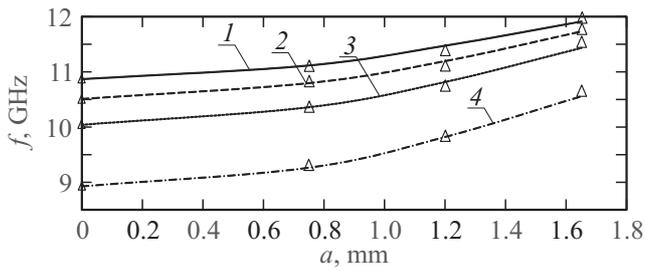
Из полученных данных также следует, что для различных значений толщины нарушенного шестого слоя структуры увеличение объемной доли воздушных включений приводит к смещению запрещенной зоны фотонного кристалла в сторону более коротких длин волн и к уменьшению ее глубины.

Экспериментально исследовался фотонный кристалл, созданный в соответствии с описанной выше моделью и представляющий собой чередующиеся слои керамики с воздушными включениями и пенопласта. Измерение АЧХ коэффициента пропускания исследуемого фотонного кристалла в трехсантиметровом диапазоне длин проводилось с помощью векторного анализатора цепей Agilent PNA-L Network Analyzer N5230A.

Результаты экспериментальных исследований амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания фотонного кристалла без нарушения и при различной толщине  $d_{6\text{foam}}$  нарушенного слоя пенопласта представлены на рис. 3–6 (дискретные кривые).

Сравнение результатов расчета и эксперимента свидетельствует об их хорошем количественном совпадении.

На рис. 7 представлены результаты компьютерного моделирования (сплошные кривые) и экспериментального исследования (треугольники) частотного положения пика пропускания в запрещенной зоне фотонного кри-



**Рис. 7.** Зависимость положения пика пропускания в запрещенной зоне фотонного кристалла от размера сквозных квадратных отверстий в керамических пластинах. Толщина нарушенного слоя  $d_{\text{foam}}$ , мм: 1 — 2.25, 2 — 2.75, 3 — 3.49, 4 — 6.

сталла от размера  $a_{\text{hole}}$  сквозных квадратных отверстий в керамических пластинах, выполняющих роль воздушных включений, при различной толщине нарушенного слоя пенопласта.

Из полученных данных также следует, что увеличение размера отверстий в керамических пластинах при толщине нарушенного слоя пенопласта 2.25 mm приводило к изменению положения пика пропускания в запрещенной зоне от 10.88 до 12.0 GHz, в то время как при толщине нарушенного слоя пенопласта 6.0 mm положение пика пропускания изменялось от 8.89 до 10.62 GHz. Таким образом, чувствительность положения окна пропускания к изменению объемной доли воздушных включений увеличивается как с ростом толщины нарушенного слоя пенопласта, так и с ростом объемной доли воздушных включений в керамических пластинках и достигает значения 40 MHz/%.

## Описание фотонного кристалла на основе модели „эффективной“ среды

Слой исследуемых фотонных кристаллов, содержащие большое число воздушных включений, можно рассматривать как композитные материалы, представляющие собой диэлектрические матрицы на основе керамики с наполнителем в виде воздушных включений. Известно, что диэлектрические свойства композитных материалов могут быть охарактеризованы величиной эффективной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\text{ef}}$ , определяемой величинами диэлектрических проницаемостей матрицы  $\epsilon_1$  и наполнителя  $\epsilon_2$ , и их объемными долями.

Нами была исследована возможность описания амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания исследуемого фотонного кристалла с использованием модели „эффективной“ среды [9–11].

В этом случае фотонный кристалл представляется в виде чередующихся однородных слоев с эффективной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{\text{ef}}$  и пенопласта, а его АЧХ может быть рассчитана с использованием матрицы

передачи волны между областями с различными значениями постоянной распространения электромагнитной волны, определяемой эффективной диэлектрической проницаемостью слоев керамики с воздушными включениями и диэлектрической проницаемостью пенопласта.

Коэффициенты отражения  $R$  и пропускания  $D$  электромагнитной волны, взаимодействующей с фотонной структурой, определяются через элементы матрицы передачи  $T_N$  с помощью соотношений [12,13]:

$$R = -\frac{T_N[2, 1]}{T_N[2, 2]},$$

$$D = \frac{T_N[1, 1]T_N[2, 2] - T_N[1, 2]T_N[2, 1]}{T_N[2, 2]},$$

где

$$T_N = \begin{pmatrix} T_N[1, 1] & T_N[1, 2] \\ T_N[2, 1] & T_N[2, 2] \end{pmatrix}$$

$$= \prod_{j=N}^0 T_{j,(j+1)} = T(z_{N,N+1})T(z_{N-1,N}) \dots T(z_{1,2})T(z_{0,1})$$

— матрица передачи слоистой структуры, состоящей из  $N$  слоев.

Для определения величины эффективной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\text{ef}}$  чередующихся однородных слоев необходимо решить обратную задачу [13,14]. По частотным зависимостям коэффициента пропускания фотонного кристалла, состоящего из периодически чередующихся слоев керамики с воздушными включениями и пенопласта, обратная задача может быть решена с использованием метода наименьших квадратов. При реализации этого метода находится такое значение параметра  $\epsilon_{\text{ef}}$ , при котором сумма  $S(\epsilon_{\text{ef}})$  квадратов разностей коэффициентов пропускания  $D_{\text{phc}}$  фотонного кристалла, состоящего из периодически чередующихся слоев керамики с воздушными включениями и пенопласта, и коэффициентов пропускания  $D(\epsilon_{\text{ef}}, f_n)$  фотонного кристалла, состоящего из периодически чередующихся однородных слоев с эффективной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{\text{ef}}$  и пенопласта

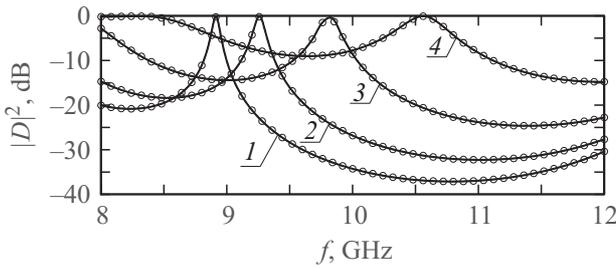
$$S(\epsilon_{\text{ef}}) = \sum_n \left( |D_{\text{phc}}|^2 - |D(\epsilon_{\text{ef}}, f_n)|^2 \right)^2$$

становится минимальной.

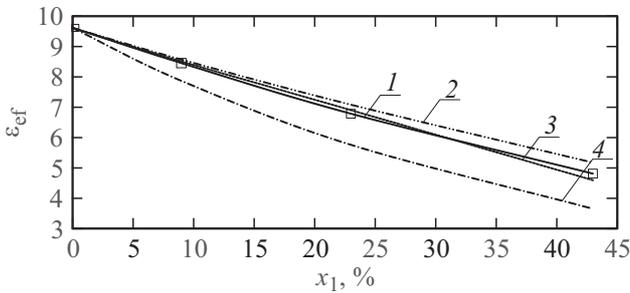
Искомое значение эффективной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\text{ef}}$  периодически чередующихся однородных слоев определяется численным методом с помощью ЭВМ в результате решения уравнения

$$\frac{\partial S(\epsilon_{\text{ef}})}{\partial \epsilon_{\text{ef}}} = \frac{\partial \left( \sum_n (|D_{\text{phc}}|^2 - |D(\epsilon_{\text{ef}}, f_n)|^2)^2 \right)}{\partial \epsilon_{\text{ef}}} = 0. \quad (1)$$

На рис. 8 представлены частотные зависимости квадрата модуля коэффициентов пропускания фотонного



**Рис. 8.** АЧХ коэффициентов пропускания фотонного кристалла, рассчитанные при значениях эффективной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ef}$ , найденных из решения уравнения (1), слоев керамики с различной долей воздушных включений  $x_1$  с нарушенным шестым слоем толщиной 6.0 mm.  $\epsilon_{ef}$ , отн.ед.: 1 — 9.6 ( $x_1 = 0\%$ ), 2 — 8.44 ( $x_1 = 8.5\%$ ), 3 — 6.78 ( $x_1 = 23\%$ ), 4 — 4.82 ( $x_1 = 043\%$ ).



**Рис. 9.** Зависимость эффективной диэлектрической проницаемости слоев от объемной доли воздушных включений. Модели „эффективной“ среды: 1 — из решения обратной задачи, 2 — Максвелла-Гарнетта, 3 — Бруггемана, 4 — Лихтенеккера.

кристалла  $|D(j)|^2$  с различной долей воздушных включений  $x_1$  в слоях керамики с нарушенным шестым слоем пенопласта толщиной  $d_{foam} = 6.0$  mm (кружки), рассчитанные с использованием метода конечных элементов в САПР HFSS Ansoft, и частотные зависимости коэффициентов пропускания фотонного кристалла (кривые), рассчитанные при значениях эффективной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ef}$ , найденных из решения уравнения (1).

На рис. 9 представлена зависимость величины  $\epsilon_{ef}$ , найденной из решения уравнения (1), от объемной доли  $x_1$  воздушных включений (кривая 1).

На этом же рисунке представлены результаты расчета эффективной диэлектрической проницаемости композита  $\epsilon_{ef}$ , состоящего из керамической матрицы (с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ ) и воздушных включений (с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ ) с объемной долей  $x_1$  последних, выполненные с использованием ряда известных моделей „эффективной“ среды, описываемых соотношениями Максвелла–Гарнетта [9]

$$\frac{\epsilon_{ef} - \epsilon_2}{\epsilon_{ef} + 2\epsilon_2} = x_1 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2}, \quad (2)$$

Бруггемана [10]

$$x_1 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_{ef}}{2\epsilon_{ef} + \epsilon_1} + x_2 \frac{\epsilon_2 - \epsilon_{ef}}{2\epsilon_{ef} + \epsilon_2} = 0, \quad (3)$$

Лихтенеккера [11]

$$\log \epsilon_{ef} = (1 - x_1) \log \epsilon_2 + x_1 \log \epsilon_1. \quad (4)$$

Как следует из представленных на рис. 9 результатов, при использовании для расчета амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания исследуемого фотонного кристалла модели „эффективной“ среды, в которой фотонный кристалл представлялся в виде чередующихся однородных слоев с эффективной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{ef}$ , зависимость  $\epsilon_{ef}$  от объемной доли воздушных включений, определенная с использованием описанной выше методики, в диапазоне 0–43% совпадает с зависимостью, описываемой соотношением Максвелла–Гарнетта, с погрешностью 7.47% (рис. 9, кривая 2), при использовании соотношения Бруггемана (рис. 9, кривая 3) погрешность составляет 4.50% и достигает 24.02% при использовании соотношения Лихтенеккера (рис. 9, кривая 4).

Анализ полученных результатов свидетельствует о возможности описания фотонного кристалла, состоящего из периодически чередующихся слоев керамики с большим числом воздушных включений в виде квадратных сквозных отверстий, образующих в плоскости слоя периодическую структуру, с использованием модели „эффективной“ среды и об отсутствии закономерностей, связанных с периодичностью свойств фотонного кристалла в направлениях, ортогональных направлению распространения электромагнитной волны.

Это свидетельствует, в частности, о том, что при такой конфигурации фотонного кристалла не происходит эффективного преобразования волны основного типа в волны высших типов, что связано с малостью поперечных размеров включений по сравнению с размером широкой стенки волновода при достаточно большом их числе.

Следовательно, при описании таких трехмерных фотонных кристаллов оказывается адекватным использование модели одномерного фотонного кристалла. В этом случае можно использовать соотношения, описывающие взаимодействие электромагнитной волны с фотонным кристаллом, в виде матрицы передачи для одномерного волноводного фотонного кристалла, поскольку зонный характер частотной зависимости коэффициента пропускания фотонного кристалла, связанный с периодичностью структуры фотонного кристалла в поперечной плоскости для волновода стандартного сечения в рассматриваемом диапазоне диэлектрических проницаемостей материалов, не проявляется.

## Заключение

Таким образом, проведены численное моделирование и экспериментальное исследование амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания электромагнитного излучения СВЧ-диапазона, взаимодействующего с фотонным кристаллом, состоящим из периодически чередующихся слоев керамики с большим

числом воздушных включений и пенопласта, при наличии и отсутствии нарушения периодичности фотонной структуры.

Установлено, что увеличение объемной доли воздушных включений в слоях керамики приводит к смещению запрещенной зоны фотонного кристалла в сторону более коротких длин волн и к уменьшению ее глубины, при этом чувствительность положения пика пропускания к изменению объемной доли воздушных включений увеличивается как с ростом толщины нарушенного слоя пенопласта, так и с ростом объемной доли воздушных включений в слоях керамики.

Показано, что при описании таких структур можно использовать соотношения, описывающие взаимодействие электромагнитной волны с фотонным кристаллом, в виде матрицы передачи для одномерного волноводного фотонного кристалла.

При такой конфигурации фотонного кристалла, в частности, не происходит эффективного преобразования волны основного типа в волны высших типов, что связано с малостью поперечных размеров включений по сравнению с размером широкой стенки волновода при достаточно большом их числе.

Показана возможность описания амплитудно-частотных характеристик коэффициента пропускания исследуемого фотонного кристалла с использованием модели „эффективной“ среды, при этом зависимость эффективной диэлектрической проницаемости слоев фотонного кристалла от объемной доли воздушных включений в диапазоне 0–43% с погрешностью 4.50% описывается с использованием соотношения Бруггемана и с погрешностью 7.47% — соотношением Максвелла–Гарнетта.

Установленные закономерности могут быть использованы для создания диэлектрических слоев с заданными значениями диэлектрической проницаемости при конструировании согласованных широкополосных СВЧ-нагрузок на основе фотонных кристаллов [14,15].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (государственное задание № 1376 и 1575).

## Список литературы

- [1] *Fernandes H.C.C., Medeiros J.L.G., Junior I.M.A., Brito D.B.* // PIRS Online. 2007. Vol. 3. N 5. P. 689–694.
- [2] *Ozbay E., Temelkuran B., Bayindir M.* // Progress In Electromagnetics Research. 2003. Vol. 41. P. 185–209.
- [3] *Вендик И.Б., Вендик О.Г.* // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 1. С. 3–28.
- [4] *Никитов С.А., Гуляев Ю.В., Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Пономарев Д.В.* // ДАН. 2013. Т. 448. № 1. С. 35–37.
- [5] *Nagesh E.D.V., Subramanian V., Sivasubramanian V., Murthy V.R.K.* // Ferroelectrics. 2005. Vol. 327. N 1. P. 11–17.
- [6] *Özbay E., Michel E., Tuttle G., Biswas R., Sigalas M., Ho K.-M.* // Appl. Phys. Lett. 1994. Vol. 64. N 16. P. 2059–2061.
- [7] *Kao A., McIntosh K.A., McMahon O.B., Atkins R., Verghese S.* // Appl. Phys. Lett. 1998. Vol. 73. N 2. P. 145–147.
- [8] *Kuriazidou C.A., Contopanagos H.F., Alexopoulos N.G.* // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2001. Vol. 49. N 2. P. 297–306.
- [9] *Maxwell-Garnett J.C.* // Philos. Transactions of the Royal Society. London. Ser. A. 1904. Vol. 203. P. 385–420.
- [10] *Bruggeman D.A.G.* // Annalen der Physik. (Leipzig) 1935. F. 5. B. 24. H. 8. S. 636–679.
- [11] *Lichtenecker K.* // Physikalische Zeitschrift. 1926. B. 27. H. 4. S. 115–158.
- [12] *Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В., Боголюбов А.С.* // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 5. С. 112–117.
- [13] *Чаплыгин Ю.А., Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В., Боголюбов А.С.* // Изв. вузов. Электроника. 2006. № 6. С. 27–35.
- [14] Пат. РФ № 2360336. Широкополосная волноводная согласованная нагрузка / Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В., Боголюбов А.С., Скворцов В.С., Мерданов М.К. 27.06.2009. Бюл. № 18.
- [15] *Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Абрамов А. В., Боголюбов А.С., Скворцов В.С., Мерданов М.К.* // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2009. № 1. С. 73–80.