

Универсальные свойства материалов с дираковским законом дисперсии низкоэнергетических возбуждений

© А.П. Протогенов^{+¶}, Е.В. Чулков^{*‡#}

⁺ Институт прикладной физики Российской академии наук,
603950 Нижний Новгород, Россия

^{*} Departamento de Física de Materiales, Universidad del País Vasco,
20080 San Sebastian/Donostia, Spain

[‡] Санкт-Петербургский государственный университет,
198504 Санкт-Петербург, Россия

[#] Томский государственный университет,
634050 Томск, Россия

(Получена 22 апреля 2015 г. Принята к печати 12 мая 2015 г.)

Для изучения вклада краевых состояний в отклик в двумерных топологических диэлектриках рассматривалась N -контактная схема. В приближении баллистического транспорта найдено универсальное распределение нелокального сопротивления между контактами. Вычисленные значения отклика совпадают с экспериментально наблюдаемыми значениями. Мы изучали также спектральные свойства поверхностных электронных состояний в вейлевских полуметаллах. Для плотности поверхностных состояний получен точный ответ. Универсальное поведение рассмотренных характеристик является отличительным признаком рассмотренных дираковских материалов, которые могут быть использованы в практических приложениях.

1. Введение

Топологические диэлектрики и вейлевские полуметаллы характеризуются линейной дисперсией низкоэнергетических возбуждений, существующих на краю двумерных топологических диэлектриков или на поверхности трехмерных топологических диэлектриков, а также в объеме вейлевских полуметаллов. Такие электронные состояния имеют геликоидальную спиновую ориентацию, причем ориентация спина связана с направлением импульса электронов. Электронные состояния в топологических диэлектриках [1–3] защищены симметрией относительно обращения времени, что ведет к топологической защищенности каждого крамерсовского партнера и в результате к подавлению обратного рассеяния в системах с умеренным структурным беспорядком. Отличительная особенность вейлевского полуметалла состоит в том, что этот трехмерный материал имеет конический спектр вблизи четного числа точек в импульсном пространстве, где зоны касаются друг друга.

Особенности топологических диэлектриков проявляют себя уже на наномасштабных образцах. Действительно, топологический порядок в топологических диэлектриках принадлежит фазовому состоянию с так называемым коротковолновым порядком [4], созданным скоррелированными квантовыми состояниями на масштабах порядка постоянной решетки. Топологическая фаза, сформированная на больших масштабах, — так называемый длинноволновый топологический порядок — принадлежит фундаментально отличающемуся классу [4], сформированному коррелированными квантовыми состояниями. Одной из его особенностей является нелокальность в гильбертовом пространстве состояний.

Это означает, что полное квантовое состояние не равно произведению локальных электронных состояний. Другими словами, в этом состоянии присутствуют длинноволновые корреляции топологических возбуждений.

Нетривиальный топологический порядок оказывает влияние на частоту столкновений электронов [5]. Фаза Берри квантовых состояний в топологических диэлектриках проявляет себя в интерференционных явлениях и ведет к явлению слабой антилокализации [6]. В разд. 2 настоящей работы мы рассмотрим универсальность транспортных характеристик двумерных топологических диэлектриков в условиях, когда они содержат информацию о нелокальном топологическом порядке. Существование нелокальности в трехмерном случае следует уже из представления [7] топологического инварианта. Нетривиальное значение этого инварианта Хопфа, равного единице, означает, что две петли зацеплены. Мы сосредоточимся в настоящей работе на изучении существенно нелокального отклика, который был обнаружен в экспериментальных работах [8,9].

2. Нелокальный отклик

Особенности электронных состояний в двумерных топологических диэлектриках проявляют себя в явлении квантового спинового эффекта Холла [10–13]. При изучении степени нелокальности мы будем использовать подход работ [8,14], обобщенный на случай N -контактной схемы. Рассмотрим распределение напряжений между терминалами N -контактной схемы, обусловленное краевыми состояниями в двумерном топологическом диэлектрике. В приближении баллистического транспорта Ландауэра–Бюттекера [15,16] ток, инжектированный через контакт i в образец, имеет

[¶] E-mail: alprot@appl.sci-innov.ru

следующий вид:

$$I_i = \frac{e^2}{h} \sum_{j=1}^N (T_{ji}V_i - T_{ij}V_j). \quad (1)$$

Здесь V_j — потенциал на контакте j , e — заряд электрона, h — постоянная Планка, h/e^2 — фундаментальная единица измерения сопротивления, которую мы в дальнейшем положим равной единице, T_{ij} — матричный элемент перехода с контакта i на контакт j , N — общее число контактов.

В общем случае коэффициенты перехода T_{ij} зависят от потенциалов V_j и геометрических параметров задачи. Мы рассмотрим экспериментально реализованную в работе [8] ситуацию максимального значения сопротивления, когда можно считать, что коэффициенты перехода T_{ij} не зависят от потенциалов V_j . Уровень Ферми в объеме в этом случае расположен в центре энергетической щели, а перенормированное напряжение $V^* = 0$ [8]. Соотношения между характерными размерами контактов и образца мы рассмотрим в конце раздела при обсуждении отклонений от рассматриваемого идеального предела. С учетом того, что краевые электронные моды в топологических диэлектриках распространяются в двух взаимно противоположных направлениях, будем считать в этом идеальном случае коэффициенты перехода между ближайшими терминалами равными единице, $T_{i+1,i} = T_{i,i+1} = 1$, а остальные коэффициенты равными нулю. Кроме того, N -терминальная схема предполагает, что для обоих направлений распространения краевых состояний имеют место периодические граничные условия $T_{N+1,N} = T_{1,N}$, $T_{N,N+1} = T_{N,1}$.

Будем рассматривать число терминалов N как управляющий параметр. Индексы терминалов, между которыми мы будем измерять напряжение, содержат информацию о влиянии тока краевых состояний между терминалами, через которые он течет, на распределение напряжений на других терминалах. Это распределение определяет степень нелокальности отклика. Очевидно, что с увеличением числа терминалов N сопротивление между терминалами с индексами 1 и N , через которые течет ток, будет стремиться к единице. Для соседних терминалов с индексами 1 и 2, например, измеряемое сопротивление в этом случае будет стремиться по некоторому закону к нулю при возрастании числа N .

Пусть через терминалы 1 и N течет ток I_{1N} , а напряжение измеряется на терминалах с произвольными индексами i и j . В этом случае уравнение, которое определяет потенциалы между контактами, имеет вид

$$AV = I, \quad (2)$$

где $A_{ij} = 2\delta_{ij} - \delta_{i,j+1} - \delta_{i,j-1} - \delta_{i,1}\delta_{j,N} - \delta_{i,N}\delta_{j,1}$, δ_{ij} — символ Кронекера, $1 \leq i, j \leq N$, $V = (V_1, V_2, \dots, V_{N-1}, V_N)$ и $I = I_{1N} (1, 0, \dots, 0, -1)$. Нас будет интересовать разность между потенциалами V_i на контактах. Поскольку вектор V инвариантен относительно сдвига на постоянное значение, мы можем положить $V_N = 0$.

Для произвольных N решение уравнения (2) имеет вид $V_i = I_{1N}(1 - i/N)$. Поэтому сопротивление $(V_1 - V_N)/I_{1N}$ между терминалами с индексами 1 и N равно $R_{1N,1N} = (N - 1)/N$. Нелокальное сопротивление $R_{kl,ij} = (V_i - V_j)/I_{kl}$ при $k = 1$, $l = N$ при измерении напряжения между терминалами i и j в этом более общем случае равно

$$R_{1N,ij} = \frac{j - i}{N}. \quad (3)$$

Чтобы найти распределение напряжений в ситуации, когда ток течет от терминала 1 к терминалу k , необходимо в правой части уравнения (2) использовать выражение для тока в виде $I = I_{1k}(1, 0, \dots, -1, \dots, 0)$. Здесь -1 расположена на k -м месте. Точное решение уравнения (2) в этом общем случае имеет вид

$$V_i = I_{1k} \left[1 - \frac{i}{N} (1 - k + N) \right], \quad (4)$$

если $1 \leq i \leq k$, и

$$V_i = I_{1k} \left(1 - \frac{i}{N} \right) (1 - k), \quad (5)$$

если $k \leq i \leq N$. Такое распределение индексов токового терминала и терминалов, с которых снимается напряжение, определяет следующие значения сопротивления:

$$R_{1k,ij} = \begin{cases} \frac{j-i}{N} (1 - k + N), & 1 \leq i, j \leq k, \\ \frac{j-i}{N} (1 - k), & k \leq i, j \leq N, \\ \frac{j-i}{N} (1 - k) + (k - i), & 1 \leq i \leq k, k \leq j \leq N. \end{cases} \quad (6)$$

После перестановки индексов токового терминала ($1k$) и индексов терминалов (ij), с которых снимается напряжение, а также после сдвигов $k \rightarrow j - i + 1$, $j \rightarrow k - i + 1$, $i \rightarrow N - i + 2$ можно проверить, что эти выражения удовлетворяют соотношениям симметрии Онзагера–Казимира $R_{mn,kl} = R_{kl,mn}$ для нелокальных сопротивлений $R_{mn,kl}$. Отметим тот факт, что универсальность баллистического транспорта с использованием краевых состояний в рассмотренных идеальных условиях определяется топологическими свойствами объемных квантовых электронных состояний. Поэтому в тривиальных диэлектриках рассмотренное явление отсутствует.

Мы рассмотрели универсальные свойства нелокального транспорта, существующего благодаря геликоидальным краевым электронным модам, которые распространяются вдоль края двумерного топологического изолятора в двух эквивалентных взаимно противоположных направлениях. Киральной ситуации отвечает нарушение отмеченной эквивалентности. Она имеет место в случае нарушения симметрии относительно инверсии времени. Если симметрия относительно инверсии времени нарушена, например, за счет внедрения магнитных примесей, и условие того, что рассеяние назад отсутствует,

ослаблено, то коэффициенты перехода $T_{i,j}$ можно записать как $T_{i+1,i} = 1 + k_1$, $T_{i,i+1} = k_2$ [17]. Здесь $k_1 < 1$ и $k_2 < 1$ — константы, а единица в коэффициенте перехода $T_{i+1,i}$ означает существование киральной краевой моды. В этом квазигеликоидальном краевом состоянии [17] распределение потенциалов на терминалах с индексом i , если ток течет через контакты 1, N , к которым подведено напряжение, имеет экспоненциальный вид

$$V_i = \left(\frac{1 - r^{N-i}}{1 - r^N} \right) \frac{I_{1N}}{1 + k_1}, \quad (7)$$

где $r = k_2/(1 + k_1)$.

Киральные краевые состояния в квантовом эффекте Холла распространяются только в одном из двух возможных направлений. Коэффициенты перехода для таких состояний в уравнении (1) не равны нулю для терминалов с индексами $j > i$: $T_{i,i+1} = 1$ и $T_{i+1,i} = 0$. Поэтому сопротивления $R_{1N,ij}$ оказываются равными нулю. Другими словами, нелокальное сопротивление в системах с нарушенной симметрией относительно инверсии времени отсутствует. Существование такой симметрии на макроскопическом уровне проявляется в форме нелокальных эффектов, обусловленных геликоидальными краевыми состояниями. Форма откликов и полученные числа перед множителем h/e^2 в сопротивлении зависят от экспериментальных условий — например, от температуры, которая определяет вклад в проводимость процессов неупругого рассеяния назад. Экспериментальные данные [8] обнаруживают высокую степень универсальности. Универсальность выражений $R_{1N,1N} = (N - 1)/N$, $R_{1N,ij} = (i - j)/N$ и (4), (5) можно проверить в экспериментальных установках по изучению квантового спинового эффекта Холла при изменении общего числа контактов и индексов токонесящих терминалов.

В этой работе мы сосредоточились на универсальном проявлении топологического порядка в транспортных свойствах идеальных двумерных топологических диэлектриков в наиболее простом для его представления виде. Изучение транспортных характеристик топологического изолятора SmB_6 показывает [9], что в трехмерном случае транспортные свойства существенно зависят от геометрии образцов и распределения терминалов. Отклонение от универсального поведения имеет место также и в двумерных системах. Оно возникает из-за металлических капель внутри реальных контактов. Это явление можно описать в терминах дополнительного терминала. Воздействие этого и других факторов, таких как конечный размер терминала, отражение от внутренних границ и других условий, на амплитуды переходов между токовыми терминалами и пробными терминалами, с которых снимается напряжение, изучалось в работе [18].

Проясним более детально ту роль, которую играют контакты в транспорте с использованием краевых состояний, следуя подходу и основным выводам работ [8,18,19]. Заметим прежде всего, что контакты не яв-

ляются разрушающими симметрию относительно инверсии времени потенциалами, которые перемешивают противоположно распространяющиеся краевые состояния с противоположно ориентированными спинами. Контакты представляют собой в конце концов резервуар электронных степеней свободы с некогерентно заселенными каналами обоих краевых состояний. Идеальный контакт заселяет оба канала краевых состояний с одинаковым весом, инжектируя электроны со спинов вверх и вниз с одинаковой вероятностью [8]. Это является причиной дополнительного сопротивления, индуцированного контактами. Вклад такого дефазированного резервуара в дополнительное сопротивление может быть пренебрежимо малым при условии $L < L_c \sim 1/\eta$. Здесь L — характерный линейный размер контакта, L_c — длина дефазировки, η — величина дефазированного слагаемого в собственной энергии [8]. Отметим, что собственная энергия не должна нарушать симметрию относительно инверсии времени. Декогерентное поведение возникает из-за существования дефазированного резервуара с функцией распределения, включенной в так называемую малую собственную энергию контакта [8].

Однако глубокие провалы в проводимости существуют даже при малых значениях параметра ηL . Они могут быть достаточно сильными, чтобы полностью блокировать когерентный транспорт на одном из краев [8]. Поэтому даже маленькая дефазированная область может влиять на пробный терминал в значительной степени. Экспериментальное значение максимального сопротивления для 6-терминальной схемы равно $1/7$ вместо теоретического предсказания $1/6$. Такой результат совместим с существованием дополнительной дефазированной области. Дефазированные области могут также существовать из-за неоднородности образца. Экспериментальные результаты показывают [8], что изменение выходного напряжения также влияет на неоднородность исследуемого образца из-за захваченных состояний, приобретающих заряд на границе полупроводник–диэлектрик. Это приводит к неоднородному потенциалу в области выходов и к созданию металлических островов, которые существуют, даже когда большинство областей выхода являются диэлектрическими. Другими словами, металлический остров может приводить к эффекту, похожему на существование дополнительного пробного терминала. Экспериментальные ситуации, когда когерентный транспорт наблюдается во всем образце, обсуждался в работах [8,18].

Существуют два различных метода для подавления нелокального транспорта. Первый подход состоит в следующем: сделать масштаб образца настолько малым, чтобы это индуцировало рассеяние назад в каналах краевых состояний. Рассеяние назад возникает, если волновые функции для противоположной спиновой ориентации перекрываются [20]. Это происходит в образце с шириной ~ 200 нм. Поэтому, если ширина центральной части полоски двумерного образца удовлетворяет условию $W > W_1$, т.е. является довольно большой, то отклонение T'_{1N} от идеального значения $T_{1N} = 1$ пренебрежимо мало [18]. Такое же условие $W > W_2$ для

отсутствия туннелирования между краями индивидуального терминала справедливо для ширины терминала W_2 . Измерения нелокального сопротивления [18] в образцах, когда они находятся в состояниях квантового спинового эффекта Холла, дают значения, ожидаемые для непертурбативного нелокального транспорта по краевым состояниям. Численные расчеты матрицы рассеяния на границе металл–топологический диэлектрик подтвердили пренебрежимо малые значения T'_{1N} для используемых образцов. Второй метод подавления вклада в нелокальный транспорт краевых состояний состоит в выборе таких нелокальных конфигураций, которые предполагают транспорт по краевому каналу на расстояния, большие, чем длина неупругого рассеяния [19]. Это означает, что наибольшее число терминалов $N_c = L_1/(W_2 + L_2)$ может быть грубо оценено как 10 для реальных экспериментальных параметров. Здесь L_1 — характерный размер образца и L_2 — расстояние между терминалами.

В заключение отметим, что мы описали универсальное распределение сопротивлений, изучая нелокальный транспорт краевых состояний в двумерных топологических диэлектриках в баллистическом режиме. Представляет интерес изучение проблемы макроскопического проявления топологического порядка в других топологически упорядоченных системах. Одной из актуальных задач в этой области является моделирование [21] распределения степеней свободы в системах с длинноволновым топологическим порядком. В этом случае вместо H-образной формы базисных элементов схемы, используемой в настоящей работе, мы должны использовать в качестве строительных блоков контакты в виде буквы Y.

3. Плотность поверхностных состояний

В этом разделе мы рассмотрим спектральные свойства поверхностных электронных состояний в вейлевских полуметаллах. Необходимым условием для существования вейлевского полуметалла является нарушение пространственной инверсии или симметрии относительно инверсии времени. Топологическая защищенность объемных квантовых состояний этого трехмерного аналога графена проявляется в форме поверхностных состояний, принадлежащих в импульсном пространстве аркам Ферми. Поэтому изучение свойств поверхностных электронных состояний, которые являются отличительной чертой скрытого топологического порядка в трехмерных системах с коническим спектром вблизи вейлевских точек, позволяет прояснить некоторые симметричные аспекты топологической защищенности объемных квантовых состояний.

Замечательной особенностью является то, что вейлевские точки в импульсном пространстве представляют собой монополи с топологическими зарядами, равными первому инварианту Черна [22,23]. Существование четного числа вейлевских точек, характеризующихся чередующимися противоположными по знаку зарядами мо-

нополей, и, следовательно, нулевого суммарного топологического заряда позволяет сделать следующий вывод. Объемный спектр электронных состояний в вейлевских полуметаллах на конечном по энергии расстоянии от вейлевских точек с необходимостью имеет гиперболический характер. Это значит, что поверхностный спектр при проецировании на двумерную зону Бриллюэна будет отражать отмеченную гиперболичность: он будет содержать при сечении закона дисперсии поверхностных состояний постоянным значением энергии на уровне Ферми несвязные одномерные дисперсионные распределения в форме арок Ферми. Суммируя, можно сказать, что причиной существования арок Ферми является скрытый топологический характер поведения фаз объемных электронных состояний в вейлевских полуметаллах.

Класс материалов для реализации вейлевских полуметаллов включает TaAs [24,25], гетероструктуры, построенные из топологических и обычных диэлектриков [26], а также допированные магнитными примесями топологические диэлектрики [27]. В настоящее время топологическая классификация [22,28–30] фазовых состояний в топологических диэлектриках распространена на вейлевские полуметаллы [31]. Нетривиальные значения топологических инвариантов позволяют материалам, содержащим точки Вейля, проявлять широкий спектр новых явлений. Недавно были изучены транспортные особенности [32,33] полуметаллов, связанные с существованием в этих средах киральной аномалии [34], а также спектр коллективных возбуждений [35,36], отрицательное магнитосопротивление [37], нелокальный транспорт [38], квантовый аномальный эффект Холла [39], была обнаружена необычная сверхпроводимость [40] и другие явления [41,42]. Фриделевские осцилляции из-за фермиевских арок в вейлевских полуметаллах изучались в работе [43], где был вычислен вклад объемных и поверхностных состояний в плотность поверхностных состояний в модели чередующихся зонных и топологических диэлектриков. Осцилляции плотности поверхностных состояний в вейлевских полуметаллах в сильном магнитном поле и их экспериментально проверяемые следствия изучались в работах [44,45].

Мы рассмотрим свойства вейлевских полуметаллов в ситуации, когда имеет место симметрия относительно инверсии времени, а пространственная инверсия нарушена [46], сосредоточившись при этом на изучении плотности поверхностных состояний. Этот тип вейлевского полуметалла изучался в работе [47], где был получен спектр поверхностных состояний. Он имеет вид

$$E(k_x, k_y) = 4t \sin \frac{k_x a}{4} \sin \frac{k_y a}{4} \quad (8)$$

и показан на рис. 1. Здесь $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ — двумерный волновой вектор, t — амплитуда перескока на соседние узлы решетки, a — постоянная решетки.

На рис. 2 приведен вид арок Ферми, полученных сечением поверхности $E(k_x, k_y) = E$ на уровне $E = 0.2t$. Плотность поверхностных состояний определяется интегралом по поверхностной зоне Бриллюэна (BZ)

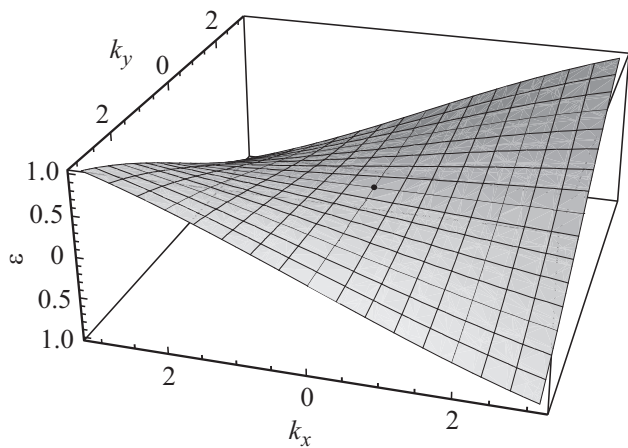


Рис. 1. Спектр поверхностных состояний в вейлевском полуметалле. Точка обозначает начало координат $k_x = k_y = 0$.

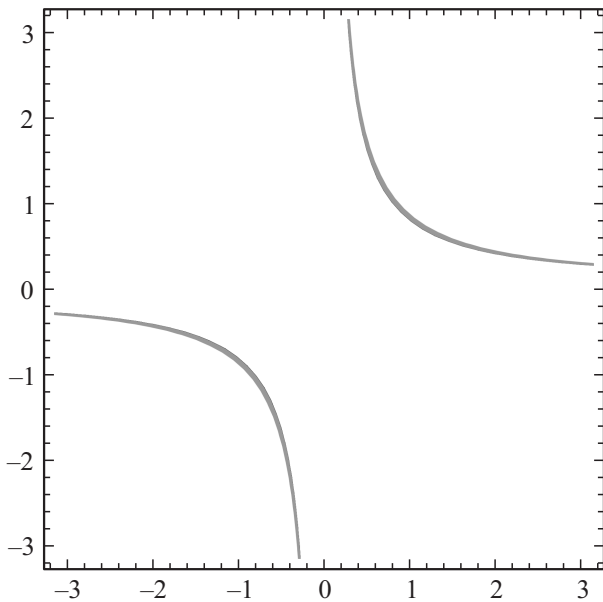


Рис. 2. Вид арки Ферми при $\varepsilon = 0.1$.

$|k_x \pm k_y| \leq 2\pi/a$ от функции $\delta[E - E(k_x, k_y)]$ следующим образом:

$$N(E) = \int_{\text{BZ}} \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \delta[E - E(k_x, k_y)]. \quad (9)$$

После введения безразмерных величин, т.е. плотности поверхностных состояний $n(\varepsilon) = N(E)/N_0$, $V_0 = 4/(\pi^2 a^2 t)$, энергии $\varepsilon = E/2t$, компонент волнового вектора $(x, y) = (k_x a/4, k_y a/4)$, и после замен переменных $\xi = x - y$, $\eta = x + y$ мы получим

$$n(\varepsilon) = \frac{1}{4} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\xi \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} d\eta \delta[\varepsilon - \cos \xi + \cos \eta].$$

При заменах переменных интегрирования в этом выражении второй шаг снимает δ -функцию, а третий приводит к эллиптическому интегралу Лежандра первого рода:

$$\begin{aligned} n(\varepsilon) &= \int_0^{1-\varepsilon} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)[1-(\varepsilon+t)^2]}} \\ &= \int_0^{\varphi} \frac{d\alpha}{\sqrt{1-m \sin^2 \alpha}} = F(\varphi, m). \end{aligned} \quad (10)$$

Амплитуда $\varphi = \arcsin \sqrt{2(1-\varepsilon)/(2-\varepsilon)}$ и параметр $m = 1 - (\varepsilon/2)^2$ эллиптического интеграла первого рода $F(\varphi, m)$ зависят от энергии ε , принадлежащей интервалу $0 < \varepsilon < 1$. Асимптотические значения эллиптического интеграла первого рода определяют поведение плотности поверхностных состояний для $\varepsilon \rightarrow 0$ и $\varepsilon \rightarrow 1$ следующим образом:

$$n(\varepsilon) = \begin{cases} \ln \tan(\pi/4 + \varphi/2), & \varepsilon \rightarrow 0 \ (\varphi \rightarrow \pi/2), \\ \sqrt{2(1-\varepsilon)}, & \varepsilon \rightarrow 1. \end{cases} \quad (11)$$

Плотность поверхностных состояний как функция энергии ε в области $0.1 < \varepsilon \leq 1$ показана на рис. 3.

Следует отметить, что выражение (10) для плотности поверхностных состояний применимо в области энергий $\varepsilon_1 < \varepsilon < \varepsilon_2$ с $\varepsilon_1 > 0$ и $\varepsilon_2 < 1$ до тех пор, пока поверхностные состояния не сольются с континуумом объемных электронных состояний [47]. Другими словами, область энергий, принадлежащая поверхностным состояниям, при умеренном нарушении инверсионной симметрии меньше, чем интервал $(0,1)$.

Плотность состояний определяется дисперсией электронного спектра и пространственной размерностью d рассматриваемой задачи. Обычно плотность состояний является неубывающей функцией энергии. Исключением является одномерный случай с квадратичным спектром $E_p = p^2/2m_e$, когда $N(E) \propto E^{-1/2}$. Плотность поверхностных состояний в топологических диэлектриках, для

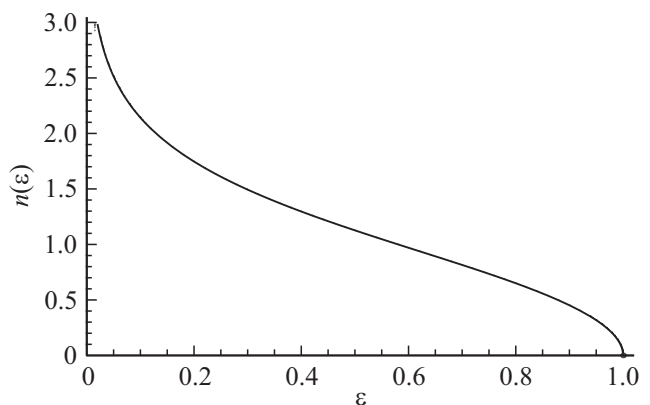


Рис. 3. Плотность поверхностных состояний $n(\varepsilon)$ как функция энергии ε в вейлевском полуметалле.

сравнения, равна $N(E) = E/(2\pi h^2 v_F^2)$, тогда как для объемных состояний в вейлевских полуметаллах она имеет вид $N(E) = E^2/(2\pi^2 h^3 v_F^3)$, где v_F — скорость Ферми. Ограничение фазового пространства влияет на вклад в термодинамические характеристики, например, уменьшает для дираковских материалов теплоемкость $C \propto T^d$, где T — температура и $d = 2, 3$. В рассмотренной двумерной проблеме причина того, что функция $n(\varepsilon)$ является падающей функцией, связана с существованием седловой точки в центре поверхностной зоны Бриллюэна. Последнее приводит к появлению при $\varepsilon \rightarrow 0$ сингулярности Ван Хоа. Дальнейшее уменьшение функции $n(\varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 1$ отражает уменьшение длины арок Ферми. В результате в промежуточной области энергии плотность поверхностных состояний оказывается более похожа на поведение этой функции для системы двух одномерных взаимно перпендикулярных дираковских металлов, чем на поведение ее в случае двумерного дираковского металла, когда $n(\varepsilon) \propto \varepsilon$. Это замечание находится в согласии с существующим в литературе наблюдением [48–50], которое состоит в том, что системе дираковских поверхностных электронных мод можно рассматривать как композицию ортогональных латтинжеровских одномерных металлических проводников.

Знание функции $n(\varepsilon)$ и ее значения $n(\varepsilon_F)$ при энергии Ферми ε_F позволяет найти квантовую емкость $C_Q = e^2 N(\varepsilon_F)$ в двумерной системе в расчете на единицу площади, а также по формуле Эйнштейна $\sigma_{dc} = e^2 N(\varepsilon_F) D$ определить вклад в низкочастотную проводимость σ_{dc} . Здесь $D = v_F^2 \tau$ — коэффициент диффузии, τ — транспортное время жизни. Очевидно, что плотность поверхностных состояний $N(\varepsilon_F)$, взятая при энергии Ферми, определяет также вклад поверхностной проводимости в полную туннельную проводимость в вейлевских полуметаллах. Что касается распределения спиновых степеней свободы, объемные состояния для одной дираковской точки в вейлевском полуметалле напоминают киральные квазиспиновые конфигурации в графене, тогда как поверхностные состояния в вейлевском полуметалле являются аналогами геликоидальных распределений спиновых ориентаций в топологических изоляторах. Энергетический спектр и спиновая текстура поверхностных состояний могут быть экспериментально изучены с использованием техники туннельной спектроскопии, для которой поведение плотности поверхностных состояний является ключевым. Чтобы отделить поверхностные вклады от объемных, для нахождения различий и контроля электронного транспорта поверхностных носителей различной топологической природы мы должны следовать подходу работы [51].

Ответ на вопрос, какие свойства рассмотренной модели являются общими и присущи другим вейлевским полуметаллам с нарушенной симметрией относительно пространственной инверсии, может быть следующим. Ключевыми свойствами, определяющими гиперболический характер дисперсионной зависимости (8) и структуру арок Ферми, являются кристаллическая симметрия

и симметрия относительно инверсии времени (ср. с [52]). Характер дисперсии арок Ферми в рассмотренном случае (8) есть следствие существования оси второго порядка, когда арки, полученные в результате вращения вокруг этой оси и после операции обращения времени, совпадают [47]. Нетрудно представить себе теперь структуру арок в системах с отличающимися точечными группами [47,52].

Дисперсия арок Ферми в системах с пространственной инверсионной симметрией, разумеется, отражает особенности ситуаций, когда симметрия относительно временной инверсии тем или иным способом нарушена. Какие свойства плотности состояний в этом и рассмотренном в настоящей работе случаях являются общими? Отмеченное выше наблюдение о характере поведения плотности состояний в промежуточной области энергии $\varepsilon_1 < \varepsilon < \varepsilon_2$, где она почти постоянная, как результате вложения одномерных арок Ферми в двумерное импульсное пространство приводит к следующему предположению. Характер зависимости плотности состояний от энергии в этой промежуточной области будет качественно тем же самым, что и в системах с нарушенной симметрией относительно пространственной инверсии.

Отметим, что мы вычислили плотность поверхностных состояний в вейлевских полуметаллах с нарушенной пространственной инверсией и показали, что она имеет логарифмическую особенность при $\varepsilon \rightarrow 0$, медленно убывает в промежуточной области и при $\varepsilon \rightarrow 1$ стремится к нулю по закону $\sqrt{2(1-\varepsilon)}$. В промежуточной области энергии это напоминает поведение плотности состояний в композиции из двух ортогональных дираковских металлов, погруженных в двумерное пространство.

4. Заключение

В заключение мы выражаем благодарность Ч.Л. Кейну, М. Буттикеру, В.Я. Демиховскому, С.В. Еремееву, Е.Р. Кочаровской и В.Г. Тютереву за полезные обсуждения. Мы благодарны также О.А. Шагаловой, принимавшей на ранней стадии участие в работе, частично поддержанной грантом РФФИ № 14-02-00174 и опубликованной в трудах XXVIII Международного симпозиума по физике поверхности (22–28 марта 2015, Лес Аркс, Франция). Эта работа частично поддержана грантом РФФИ № 13-02-12110 (Е.В. Чулков), проектом № 11.50.202.2015 Санкт-Петербургского государственного университета (Е.В. Чулков) и грантом № ИТ-756-13 университета г. Сан-Себастьян (Е.В. Чулков).

Список литературы

- [1] M.Z. Hasan, C.L. Kane. Rev. Mod. Phys., **82**, 3045 (2010).
- [2] X.-L. Qi, S.-C. Zhang. Rev. Mod. Phys., **83**, 1057 (2011).
- [3] J.E. Moore. Nature, **464**, 194 (2010).
- [4] X. Chen, Z.-C. Gu, X.-G. Wen. Phys. Rev. B, **82**, 155 138 (2010).

- [5] D. Culcer, E.H. Hwang, T.D. Stanescu, S. Das Sarma. Phys. Rev. B, **82**, 155457 (2010).
- [6] J.H. Bardarson, J.E. Moore. Rep. Prog. Phys., **76**, 056501 (2013).
- [7] J.E. Moore, Y. Ran, X.-G. Wen. Phys. Rev. Lett., **101**, 186805 (2008).
- [8] A. Roth, C. Brüne, H. Buhmann, L.W. Molenkamp, J. Maciejko, X.-L. Qi, S.-C. Zhang. Science, **325**, 294 (2009).
- [9] J. Botimer, D.J. Kim, S. Thomas, T. Grant, Z. Fisk, Jing Xia. arXiv:1211.6769.
- [10] C.L. Kane, E.J. Mele. Phys. Rev. Lett., **95**, 226801 (2005).
- [11] B.A. Bernevig, T.L. Hughes, S.-C. Zhang. Science, **314**, 1757 (2006).
- [12] M. König, S. Wiedmann, C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, L.W. Molenkamp, X.-L. Qi, S.-C. Zhang. Science, **318**, 766 (2007).
- [13] M. König, H. Buhmann, L.W. Molenkamp, T. Hughes, C.-L. Liu, X.-L. Qi, S.-C. Zhang. J. Phys. Soc. Jpn., **77**, 031007 (2008).
- [14] G. Tkachov, E.M. Hankiewicz. Phys. Status Solidi B, **250**, 215 (2013).
- [15] M. Büttiker. Phys. Rev. B, **38**, 9375 (1988).
- [16] M. Büttiker. IBM J. Res. Dev., **32**, 317 (1988).
- [17] J. Wang, B. Lian, H. Zhang, S.-C. Zhang. arXiv: 1306.1817.
- [18] C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, E.M. Hankiewicz, L.W. Molenkamp, J. Maciejko, X.-L. Qi, S.-C. Zhang. Nature Physics, **8**, 485 (2012), and the Supplementary Information.
- [19] C. Brüne, A. Roth, E.G. Novil, M. König, H. Buhmann, E.M. Hankiewicz, W. Hanke, J. Sinova, L.W. Molenkamp. Nature Physics, **6**, 448 (2010), and the Supplementary Information.
- [20] B. Zhou, H.-Z. Lu, R.-L. Chu, S.-Q. Shen, Q. Niu. Phys. Rev. Lett., **101**, 246807 (2008).
- [21] C. Gils, S. Trebst, A. Kitaev, A. Ludwig, M. Troyer, Z. Wang. Nature Physics, **5**, 834 (2009).
- [22] G.E. Volovik. *The Universe in a Helium Droplet* (Clarendon Press, Oxford, 2003).
- [23] X. Wan, A.M. Turner, A. Vishwanath, S.Y. Savrasov. Phys. Rev. B, **83**, 205101 (2011).
- [24] S.-Y. Xu, I. Belopolski, N. Alidoust, M. Neupane, C. Zhang, R. Sankar, S.-M. Huang, C.-C. Lee, G. Chang, B.K. Wang, G. Bian, H. Zheng, D.S. Sancez, A. Bansil, F. Chou, H. Lin, S. Jia, M. Z. Hasan. <http://arxiv.org/abs/1502.03807> (2015).
- [25] S.-M. Huang, I. Belopolski, C.-C. Lee, G. Chang, B.K. Wang, N. Alidoust, G. Bian, M. Neupane, A. Bansil, H. Lin, M.Z. Hasan. <http://arxiv.org/abs/1501.00755> (2015).
- [26] A.A. Burkov, L. Balents. Phys. Rev. Lett., **107**, 127205 (2011).
- [27] G.Y. Cho. <http://arxiv.org/abs/1110.1939> (2011).
- [28] A.P. Schnyder, S. Ryu, A. Furusaki, A.W.W. Ludwig. Phys. Rev. B, **78**, 195125 (2008).
- [29] A.P. Schnyder, S. Ryu, A. Furusaki, A.W.W. Ludwig. AIP Conf. Proc., **1134**, 10 (2009). <http://arxiv.org/abs/0905.2029> (2009).
- [30] A. Kitaev. AIP. Conf. Proc., **1134**, 22 (2009). <http://arxiv.org/abs/0901.2686> (2009).
- [31] B.-J. Yang, N. Nagaosa. Nat. Commun., **5**, 4898 (2014).
- [32] A.A. Zyuzin, A.A. Burkov. Phys. Rev. B, **86**, 115133 (2012).
- [33] P. Hosur, X.-L. Qi. <http://arxiv.org/abs/1401.2762> (2014).
- [34] K.-Y. Yang, Y.-M. Lu, Y. Ran. Phys. Rev. B, **84**, 075129 (2011).
- [35] M. Lv, S.-C. Zhang. Int. J. Mod. Phys. B, **27** (25), 1350177 (2013).
- [36] I. Panfilov, A.A. Burkov, D.A. Pesin. <http://arxiv.org/abs/1404.4890> (2014).
- [37] D.T. Son, B.Z. Spivak. Phys. Rev. B, **88**, 104412 (2013).
- [38] S.A. Parameswaran, T. Grover, D.A. Abanin, D.A. Pesin, A. Vishwanath. Phys. Rev. X, **4**, 031035 (2014).
- [39] K.-Y. Yang, Y.-M. Lu, Y. Ran. Phys. Rev. B, **84**, 075129 (2011).
- [40] G.Y. Cho, J.H. Bardarson, Y.-M. Lu, J.E. Moore. Phys. Rev. B, **86**, 214514 (2012).
- [41] P. Hosur, X.-L. Qi. Compt. Rend. Physique, **14** (9–10), 857 (2013).
- [42] A.M. Turner, A. Vishwanath. <http://arxiv.org/abs/1301.0330> (2013).
- [43] P. Hosur. Phys. Rev. B, **86**, 195102 (2012).
- [44] P.E.C. Ashby, J.P. Carbotte. <http://arxiv.org/abs/1310.2223> (2013).
- [45] E.V. Gorbar, V.A. Miransky, I.A. Shovkovy, P.O. Sukhachov. <http://arxiv.org/abs/1407.1323> (2014).
- [46] G.B. Halasz, L. Balents. Phys. Rev. B, **85**, 035103 (2012).
- [47] T. Ojanen. Phys. Rev. B, **87**, 245112 (2013).
- [48] J.C.Y. Teo, C.L. Kane. Phys. Rev. B, **89**, 085101 (2014).
- [49] T. Neupert, C. Chamon, C. Mudry, R. Thomale. <http://arxiv.org/abs/1403.0953> (2014).
- [50] Q.D. Gibson, D. Evtushinsky, A.N. Yaresko, V.B. Zabolotnyy, M.N. Ali, M.K. Fuccillo, J. Van den Brink, B. Büchner, R.J. Cava, S.V. Borisenko. <http://arxiv.org/abs/1405.0402> (2014).
- [51] H. Cao, C. Liu, J. Tian, Y. Xu, I. Miotkowski, M.Z. Hasan, Y.P. Chen. <http://arxiv.org/abs/1409.3217> (2014).
- [52] R. Okugawa, S. Murakami. <http://arxiv.org/abs/1402.7145> (2014).

Редактор Л.В. Шаронова

Universal properties of materials with Dirac dispersion of low-energy excitations

A.P. Protogenov⁺, E.V. Chulkov^{*‡#}

⁺ Institute of Applied Physics,
Russian Academy of Sciences,
603950 Nizhny Novgorod, Russia

^{*} Departamento de Fisica de Materiales,
Universidad del Pais Vasco,
20080 San Sebastian/Donostia, Spain

[‡] Saint Petersburg State University,
198504 St. Petersburg, Russia

[#] Tomsk State University,
634050 Tomsk, Russia

Abstract The N -terminal scheme is used for studying the edge state contribution to the response of two-dimensional topological insulators. An universal distribution of non-local resistance between terminals is found in the ballistic transport approach. The calculated responses coincide with the experimentally observed values. We also study the spectral properties of surface electron states in Weyl semimetals. The density of surface states is exactly determined. Universal behavior of these characteristics is the hallmark of the considered Dirac materials, which can be used for new applications.