

03

Эффективность работы роторов ветрогенераторов, оптимизированных по методу Глауэрта и Беца

© В.Л. Окулов,^{1,2} R. Mikkelsen,² И.В. Литвинов,¹ И.В. Наумов¹

¹ Институт теплофизики СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

² Ветроэнергетический факультет Датского технического университета,
ДК-2800 Люнгни, Дания
e-mail: vokulov@mail.ru

(Поступило в Редакцию 22 декабря 2014 г.)

Представлено экспериментальное сопоставление моделей двух типов роторов, лопасти которых построены разными способами оптимизации. В первом случае была использована оптимизация Глауэрта импульсным методом, примененным независимо для каждого отдельного сечения лопасти. Этот способ до сих пор является основным при проектировании роторов различного назначения. Построение другого ротора основывалось на идее Беца по оптимизированию роторов с помощью определения специального распределения циркуляции вдоль лопасти, обеспечивающего винтовую структуру следа за ротором. В результате прямого экспериментального сопоставления впервые удалось установить, что ротор, построенный по методу Беца, позволяет извлечь больше кинетической энергии из равномерного набегающего потока.

В начале XX столетия в 1912 г. профессором Н.Е. Жуковским были заложены основы вихревой теории ротора, которая по праву относится к числу крупнейших достижений механики жидкости [1]. Спустя шесть лет в работах Альберта Беца (Betz 1919), аспиранта Людвиг Прандтля, данная теория была уточнена для новой конфигурации оптимальной лопасти, прототипом которой стала вихревая модель крыла конечного размаха с эллиптическим распределением нагрузки [2]. В роторе с такой лопастью или для краткости в роторе Беца распределение циркуляции вдоль несущей линии, заменяющей вращающуюся лопатку, должно быть таким, чтобы сходящая с нее свободная вихревая пелена имела строгую винтообразную форму и двигалась равномерно в осевом направлении. По аналогии с эллиптическим крылом такое поле свободных вихрей в следе за ротором должно отвечать его минимальному индуктивному сопротивлению и соответствовать оптимальному режиму работы [3]. Действительно, если в равномерно набегающей жидкости учесть вращение лопасти, придающее сходящей с задней кромки пелене винтовую форму, то данная модель будет выглядеть очевидным следствием теории эллиптического крыла, только распределение циркуляции здесь становится уже несимметричным и неэллиптическим. Его поиск оказался очень сложной задачей, так и не решенной Бецом. Только в 1929 г. Гольдштейну удалось найти аналитически распределение циркуляции вдоль вихревой линии, заменяющей оптимальный ротор в приближении Беца с числом лопаток 2, 3 и 4 [4]. Но точное ее вычисление вдоль лопасти оказалось настолько трудоемким, что Теодорсен в 1945 г. попытался даже ее приближенно измерить, используя электромагнитную аналогию после замены идеализированного винтового вихревого следа свернутой металлической фольгой [5].

Эффективный алгоритм получения решения для ротора Беца в приложении к ветровым турбинам любых быстроходностей и любого числа лопастей был реализован недавно в [3], но конструирование и тестирование ротора, построенного по данным расчетам, еще пока не проводились и является целью настоящей работы.

Понятно, что параллельно попыткам поиска точных решений по сложным вихревым теориям ротора для конкретного конструирования и построения лопастей развивались приближенные методы, например метод моделирования в отдельных сечениях. Возможность представления лопасти ротора через ее отдельные элементы, вырезанные цилиндрическими сечениями, была предложена Джевецким в 1892 г. [1]. Отметим, что именно этот упрощенный подход до сих пор остается основой для конструирования воздушных и водяных винтов, компрессоров, ветряков и турбин. С его помощью, т. е. положив для упрощения расчетов, что различные элементы трубки тока ведут себя независимо друг от друга, Глауэрт (Glauert) в 1935 г. рассчитал параметры ротора ветряной турбины [6]. Для любого фиксированного значения радиуса ротора он независимо оптимизировал уравнения импульсной теории в каждом отдельном тонком круговом сечении трубки тока, пренебрегая имеющимся взаимодействием между ними и изменениями давления в радиальном направлении.

Проведенный в настоящей работе анализ позволяет ответить на вопрос, какую форму роторов, построенных по теории Беца или оптимизированных в сечениях по Глауэрту, лучше использовать для проектирования ветрогенераторов, какая из них позволит извлекать большую кинетическую энергию из ветра. С этой целью было проведено лабораторное тестирование водяных моделей для обоих роторов.

Для построения лопастей обоих роторов используется два независимых подхода определения действующих на элемент лопасти сил. Первый подход основан на определении сил, действующих в сечении лопасти на выбранный двумерный профиль с детализацией его характеристик, либо затабулированных в соответствующих справочниках, либо измеренных самостоятельно. В наших тестах для корректного сопоставления был выбран уже хорошо изученный и апробированный профиль SD7003 [7], одинаковый для обоих роторов. Силу, действующую в осевом z -направлении на конкретный элемент лопасти с данным профилем, формально можно записать в одинаковом виде для обоих роторов (рис. 1, a)

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1}{2} \rho c N_b V_{rel}^2 C_n, \quad (1)$$

где c — это хорда данного элемента лопасти, V_{rel} — относительная скорость потока, набегающего на профиль, ρ — плотность жидкости, N_b — число лопаток, и C_n — коэффициент силы, действующей на элемент лопасти в осевом направлении ротора, соответствующий выбранному профилю. Если пренебречь потерями на его лобовое сопротивление из-за их малости для выбранного профиля SD7003, то коэффициент осевой силы может быть выражен через значение коэффициента подъемной силы с табулированным его значением $C_L = 0.8$, т.е.

$$C_n \approx C_L \cos \phi, \quad (2)$$

где ϕ — угол между направлением скорости V_{rel} и плоскостью вращения ротора. Отметим, что в формулах (1) и (2) плотность, число лопаток и коэффициент подъемной силы выбранного профиля одинаковы для обоих роторов, а другие параметры (скорость и угол между ней и плоскостью ротора) содержат индивидуальную информацию о них.

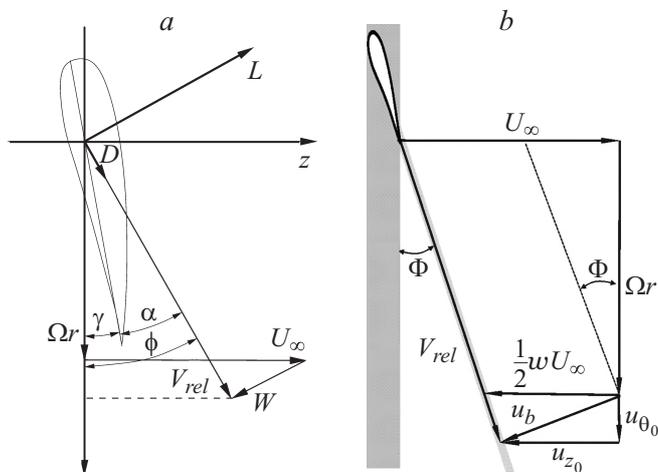


Рис. 1. Треугольники скоростей в произвольном сечении лопасти: a — для ротора Глауэрта с индуцированной скоростью W в плоскости ротора; b — для ротора Беца со скоростью перемещения винтового вихревого следа wU_∞ .

Условия течения через плоскость ротора, оптимизированного по Глауэрту [6]

a	a'	$a'X^2\lambda^2$	λX
0.25	∞	0	0
0.27	2.375	0.0584	0.157
0.29	0.812	0.1136	0.374
0.31	0.292	0.1656	0.753
0.33	0.031	0.2144	2.630
1/3	0	0.2222	∞

Из треугольников скоростей на рис. 1 можно заключить, что относительная скорость V_{rel} , набегающая на профиль в любом сечении ротора, зависит от скорости ветра U_∞ , локальной угловой скорости вращения элемента лопасти Ωr и скорости замедления потока ротором в данной точке лопасти W , определяемой импульсным методом в сечениях (рис. 1, a) для ротора Глауэрта [6]. Для ротора Беца замедление потока определяется через скорость, индуцированную винтовыми вихревыми следами и равную половине скорости от их осевого перемещения [3], т.е. $\frac{1}{2} wU_\infty$ (рис. 1, b). Напомним далее алгоритм построения формы лопастей с помощью импульсной теории в сечениях (ВЕМ) по Глауэрту [8], а затем опишем использованный здесь алгоритм для проектирования лопасти ротора Беца.

Глауэрт в [6] с помощью импульсного метода, примененного независимо в каждом круговом элементе трубки тока, нашел для каждого локального значения $X = \Omega r / U_\infty$ зависимости величин a , a' , $a'X^2\lambda^2$, где a и a' характеризуют степень изменения в осевой и окружной компонентах скорости набегающего на профиль потока, а $\lambda = \Omega R / U_\infty$ — быстроходность ротора радиуса R . Значения рассчитанных им величин приведены в таблице. Таким образом, по этим данным можно определить скорость замедления потока в плоскости ротора по Глауэрту — $W = (-aU_\infty, a'\Omega r)$, что позволяет на основании многоугольника скоростей (рис. 1, a) получить соотношения

$$\sin \phi = \frac{U_\infty(1-a)}{V_{rel}} \quad \text{и} \quad \cos \phi = \frac{\Omega r(1+a')}{V_{rel}}$$

или

$$V_{rel}^2 = \frac{U_\infty^2(1-a)^2}{\sin^2 \phi}. \quad (3)$$

После подстановки (2) и (3) в (1) получим

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\rho N_b c U_\infty^2 (1-a)^2 \cos \phi}{2 \sin^2 \phi} C_L. \quad (4)$$

Теперь для определения осевой силы, действующей на ротор Глауэрта, применим импульсный метод ко всей

трубке тока, содержащей плоскость ротора [8]

$$\frac{dT}{dr} = \rho(U_\infty - u_{\text{wake}})2\pi r u_R = 4\pi r \rho U_\infty^2 a(1-a), \quad (5)$$

где $u_R = U_\infty(1-a)$ — значение осевой скорости в плоскости ротора, а $u_{\text{wake}} = U_\infty(1-2a)$ — значение осевой скорости в дальнем следе. После приравнивания правых частей уравнений (4) и (5) получим формулу для определения распределения хорды профиля SD7003 вдоль лопасти для ротора Глауэрта

$$c = \frac{8\pi r a \sin^2 \phi}{C_L N_b (1-a) \cos \phi}. \quad (6)$$

Для выполнения расчета по (6) остается определить угол ϕ — направления основного потока в каждом сечении лопасти. Его определяют, согласно (3), по формуле

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{U_\infty(1-a)}{\Omega r(1+a')} \equiv \frac{(1-a)}{X(1+a')} \quad (7)$$

с последующим расчетом по таблице.

Для ротора Беца относительная скорость $V_{\text{rel}} = (U_\infty - u_{z_0}, \Omega r + u_{\theta_0})$ определяется через осевую u_{z_0} и окружную u_{θ_0} компоненты скорости, индуцированной следом в плоскости ротора [3]. С помощью треугольника скоростей (рис. 1, б) через половинное значение скорости осевого перемещения вихревого следа относительно скорости набегающего потока, т.е. $\frac{1}{2} w U_\infty$ [9], и угол Φ между относительной скоростью и плоскостью ротора, можно найти

$$u_{z_0} = \frac{1}{2} w U_\infty \cos^2 \Phi$$

и

$$u_{\theta_0} = \frac{1}{2} w U_\infty \cos \Phi \sin \Phi$$

или

$$V_{\text{rel}} = U_\infty \left[\left(1 - \frac{1}{2} w \cos^2 \Phi \right)^2 + \left(\frac{\lambda r}{R} + \frac{1}{2} w \cos \Phi \sin \Phi \right)^2 \right]^{1/2}$$

и

$$V_{\text{rel}} = \frac{\Omega r + u_{\theta_0}}{\cos \Phi}, \quad (8)$$

где $\lambda = \Omega R / U_\infty$ — определяет значение быстроходности ротора.

После подстановки (2) и (8) в (1), учитывая, что угол между V_{rel} и плоскостью ротора здесь Φ , получим

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1}{2} \rho c N_b C_I U_\infty^2 \left[\left(1 - \frac{1}{2} w \cos^2 \Phi \right)^2 + \left(\frac{\lambda r}{R} + \frac{1}{2} w \cos \Phi \sin \Phi \right)^2 \right]^{1/2} (\Omega r + u_{\theta_0}). \quad (9)$$

Теперь для определения осевой силы, действующей на все лопасти ротора Беца, применим вихревую теорию ротора. Распределение суммарной осевой нагрузки вдоль радиального сечения ротора в этом случае может быть найдено на основании теоремы Кутта–Жуковского [3]

$$\frac{dT}{dr} = \rho N_b \Gamma (\Omega r + u_{\theta_0}). \quad (10)$$

В (10) заменим значение суммарной циркуляции вдоль лопастей ее безразмерным значением G , введенным Гольдштейном [4]:

$$N_b \Gamma = G w U_\infty h, \quad (11)$$

где h — шаг винтовой структуры вихревой системы следа за ротором, $w U_\infty$ — постоянная скорость движения следа за ротором относительно скорости набегающего потока [9], как уже отмечалось ранее. Кроме того, от отвлеченного значения винтового шага в вихревом следе перейдем к значению быстроходности ротора λ [9]

$$h = \frac{1\pi}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{2} w \right). \quad (12)$$

После подстановки (11) и (12) в (10) получим

$$\frac{dT}{dr} = \frac{2\pi\rho}{\lambda} G U_\infty w \left(1 - \frac{1}{2} w \right) (\Omega r + u_{\theta_0}). \quad (13)$$

После приравнивания правых частей уравнений (9) и (13) получим формулу для определения распределения хорды профиля SD7003 вдоль лопасти для ротора Беца

$$c = \frac{4\pi w \left(1 - \frac{1}{2} w \right) G}{\lambda N_b C_L \left[\left(1 - \frac{1}{2} w \cos^2 \Phi \right)^2 + \left(\frac{\lambda r}{R} + \frac{1}{2} w \cos \Phi \sin \Phi \right)^2 \right]^{1/2}}. \quad (14)$$

Для выполнения расчета по (14) остается определить угол Φ — направления основного потока в каждом сечении лопасти и коэффициент замедления движения следа w . Согласно треугольникам скоростей на рис. 1, б, угол Φ определится по формуле

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{U_\infty - u_{z_0}}{\Omega r + u_{\theta_0}} \equiv \frac{U_\infty}{\Omega r} \left(1 - \frac{1}{2} w \right). \quad (15)$$

Коэффициент замедления движения следа w определяется из решения задачи по определению максимального значения КИЭВ (коэффициента использования энергии ветра — термин введен Н.Е. Жуковским) или коэффициента мощности ветроколеса (современное название). Для ротора Беца данный коэффициент был определен в [3,9]:

$$C_P = 2w \left(1 - \frac{1}{2} w \right) \left(I_1 - \frac{1}{2} w I_3 \right), \quad (16)$$

где $I_1 = 2 \int_0^R G(r, h) r dr$ и $I_3 = 2 \int_0^R G(r, h) \frac{r^3 dr}{r^2 + (h/2\pi)^2}$ определяются через функцию Гольдштейна, найденную

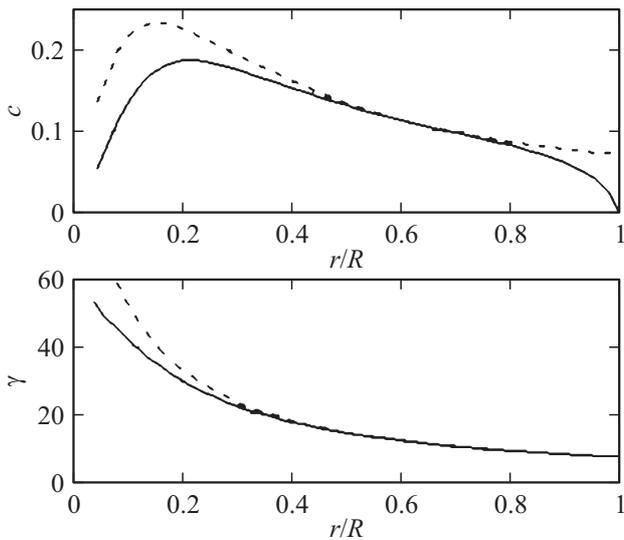


Рис. 2. Распределение хорды c и угла установки γ профиля SD7003 для ротора Глауэрта (штриховая линия) и для ротора Беца (сплошная линия).

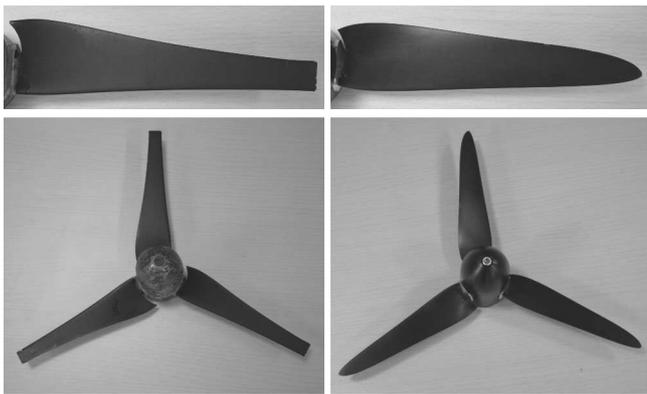


Рис. 3. Фото лопастей и роторов Глауэрта (слева) и Беца (справа).

в [3,9]. Очень важно, что безразмерный коэффициент (16) является функцией одного универсального параметра w , который одинаков для всех точек следа. По этой причине его можно использовать для оптимизации задачи. Дифференциацией C_P относительно w найдем, что его максимальное значение достигается при значениях

$$w = \frac{2}{3I_3} \left(I_1 + I_3 - \sqrt{I_1^2 - I_1 I_3 + I_3^2} \right). \quad (17)$$

Таким образом, построение оптимальной лопасти для ротора Беца определяется решением уравнений (14) и (15) с использованием параметра w , рассчитанного по (17).

Отметим, что для роторов Глауэрта и Беца с одинаковым диаметром $2R = 0.376$ м для значения быстроходности $\lambda = 5$ изменение хорды c профиля SD7003

вдоль лопасти определяется по (6) и (14) соответственно (рис. 2, *a*). Окончательный угол его установки в каждом сечении обеих лопастей с коррекцией значений (7) и (15) на угол атаки α (рис. 2, *b*). Для всех сечений угол α был выбран одинаковым и равным 4° для обоих роторов. Формы сконструированных лопастей и роторов приведены на рис. 3.

Экспериментальная установка с незначительными изменениями идентична установке, описанной в [10–12]. Модели роторов помещались в тестовый водяной канал. Для быстроходности $\lambda = 5$ при рабочей температуре 20°C число Рейнольдса Re в проведенных экспериментах было приблизительно равно 20 000. Значение скорости набегающего потока в месте расположения ротора ($U_\infty = 0.65$ м/с) и ее колебания в ходе эксперимента не превышали 3%. Измерение силовых характеристик моделей роторов проводилось тензометрическими датчиками, установленными в креплении ротора. Были произведены измерения крутящего момента и силы упора потока на ротор для быстроходности $\lambda = 3–9$. На рис. 4 представлены соответствующие им зависимости коэффициентов мощности C_P и упора C_T для обоих ветроколес. Из графиков видно, что максимальная произ-

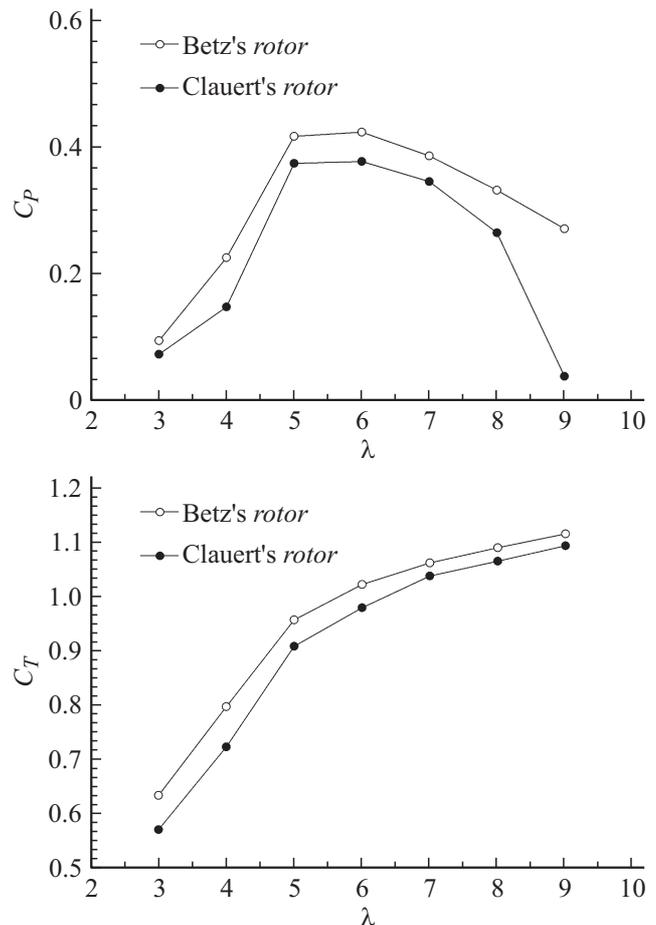


Рис. 4. Коэффициенты мощности C_P и упора C_T для обоих роторов для разных значений быстроходности.

водительность ($C_{P_{\max}}$) достигается в обоих случаях при расчетной быстроходности, равной 5. В то же время она оказывается большей для ротора, сконструированного на основе подхода, предложенного Бецом [2]. Действительно, в отличие от вихревой теории ротора, оптимизация Глауэрта имеет более строгие ограничения, связанные с отсутствием учета изменения давления вдоль радиального направления и взаимодействия между независимыми сечениями. Видимо при оптимизации эти пренебрежения приводят к большей потере производительности ротора Глауэрта.

Таким образом, в настоящей работе в результате прямого экспериментального сопоставления впервые удалось установить, что ротор, сконструированный по методу оптимизации Беца, позволяет извлечь больше кинетической энергии из равномерного набегающего потока, чем ротор, оптимизированный по Глауэрту.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-19-00487).

Список литературы

- [1] Окулов В.Л., Соренсен Ж.Н., ван Куик Г.А.М. Развитие теорий оптимального ротора. Москва–Ижевск: РХД, 2013. 120 с.
- [2] Betz A. // Göttinger Nachrichten. Göttingen. 1919. S 196. bis 217.
- [3] Okulov V.L., Sørensen J.N. // Wind Energy. 2008. Vol. 11. N 4. P. 415–426.
- [4] Goldstein S. // Proc. R. Soc. Lond. A. 1929. Vol. 123. N 792. P. 440–465.
- [5] Theodorsen T. Theory of Propellers. NY: McGraw-Hill, 1948. 164 p.
- [6] Glauert H. Airplane propellers: Division L in Aerodynamic Theory IV / Ed by W.F. Durand, Springer: Berlin, 1935. P. 169–360.
- [7] Selig M.S., Guglielmo J.J., Broeren A.P., Giguere P. // Summary of Low-Speed Airfoil Data. 1995. Vol. 1. P. 292.
- [8] Hansen M.O.L. Aerodynamics of Wind Turbines. Earthscan: London, 2008. P. 181.
- [9] Okulov V.L., Sørensen J.N. // J. Fluid. Mech. 2010. Vol. 649. P. 497–508.
- [10] Okulov V.L., Naumov I.V., Mikkelsen R.F., Kabardin I.K., Sørensen J.N. // J. Fluid. Mech. 2014. Vol. 747. P. 369–380.
- [11] Наумов И.В., Рахманов В.В., Окулов В.Л., Велте К.М., Майер К.Е., Миккельсен Р.Ф. // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19. Вып. 3. С. 268–278.
- [12] Кабардин И.К., Наумов И.В., Миккельсен Р.Ф., Павлов В.А., Бакакин Г.В., Окулов В.Л. // Вестник НГУ: Сер. физика. 2013. Т. 8. Вып. 3. С. 89–97.