

01
Энергетический спектр кубита на джозефсоновском переходе с ангармоническим токофазовым соотношением

© И.Н. Аскерзаде,^{1,2} I. Hashimoglu³

¹ Computer Engineering Department and Center of Excellence of Superconductivity Research, Ankara University, 06100 Ankara, Turkey

² Институт физики НАН Азербайджана, 1143 Баку, Азербайджан

³ Business Administration Department, Demircelik Campus of Karabuk University, 78050 Karabuk, Turkey
 e-mail: ilyas_hashimov@yahoo.com

(Поступило в Редакцию 14 ноября 2014 г.)

Исследован энергетический спектр джозефсоновского квантового бита-кубита на одиночном переходе с ангармоническим токофазовым соотношением. Анализировано влияние амплитуды второй гармоники в токофазовом соотношении на разность энергий между состояниями кубита.

Введение

Стремление увеличить объем памяти и скорость вычислений компьютеров приводит к необходимости уменьшения размеров элементарной ячейки, приближаясь к атомным размерам. Это приводит к необходимости учета квантовых эффектов при рассмотрении функционирования компьютеров. В последние годы уделяется огромное внимание разработке квантовых алгоритмов, защиты и обработки информации [1]. Продолжаются активные исследования в направлении разработки фундаментальных основ квантовых компьютеров [2–4]. Для реализации квантовых битов-кубитов необходимо выделение двух близко расположенных энергетических уровней, с тем чтобы вышележающими уровнями можно было пренебречь. Это означает наличие двух квантовых состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ [5]. Согласно законам квантовой механики, любая линейная комбинация этих состояний $|\Phi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ также является решением соответствующего уравнения Шредингера [5]. В последнем выражении комплексные числа a и b удовлетворяют условию нормировки $|a|^2 + |b|^2 = 1$. При этом квантовая система находится одновременно в состояниях $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Колоссальное увеличение скорости вычислений квантовых компьютеров связано с принципом запутывания состояний квантовой композитной системы [3,4]. Это означает, что состояние квантовой композитной системы не всегда может быть полностью описано в терминах состояний ее отдельных компонент [3,4].

Существуют разные варианты построения элементарной ячейки квантовых компьютеров — кубитов. Кубиты можно реализовать с использованием атомных ловушек, оптических методов и сверхпроводящих материалов [1–4]. С технологической точки зрения среди перспективных кубитов сверхпроводниковые кубиты занимают особое место. Преимущество джозефсоновских кубитов связано с проявлением макроскопических квантовых эффектов в этих структурах [2,3]. Обзор разно-

го типа джозефсоновских кубитов представлен в [2,6]. Во всех версиях реализации джозефсоновских кубитов токофазовые соотношения перехода полагаются как

$$I = I_{c_0} \sin \phi, \tag{1}$$

где I_{c_0} — критический ток, ϕ — фаза джозефсоновского перехода. Соотношение (1) выполняется с высокой точностью для джозефсоновских переходов на основе низкотемпературных сверхпроводников [7]. Использование высокотемпературных сверхпроводников в джозефсоновских переходах приводит к ангармоническому характеру токофазового соотношения [8,9]

$$I(\phi) = I_{c_0}(\sin \phi - \alpha \sin 2\phi), \tag{2}$$

где параметр ангармоничности α определяется технологией изготовления джозефсоновских переходов. В общем случае происхождение ангармонизма с токофазовом соотношении на основе высокотемпературных сверхпроводников связано с d -волновым характером параметра порядка в этих соотношениях [10,11]. Динамические свойства джозефсоновских переходов с ангармоническим токофазовым соотношением были изучены в работах [12–14]. Для реализации кубита потребуются сверхнизкие температуры порядка милликельвина. В этих температурах влияние второй гармоники в токофазовом соотношении джозефсоновского перехода становится очень важным [10,11]. Энергетический спектр джозефсоновского кубита на одиночном переходе с ангармоническим токофазовым соотношением не был анализирован. В настоящей работе представлены результаты исследования влияния ангармонического характера токофазового соотношения на спектр джозефсоновского кубита на одиночном переходе.

Основные уравнения

Поведение системы кубитов на основе джозефсоновских переходов описывается общим гамильтонианом

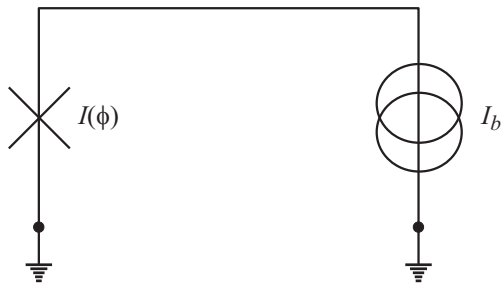


Рис. 1. Эквивалентная схема кубита на одиночном джозефсоновском переходе.

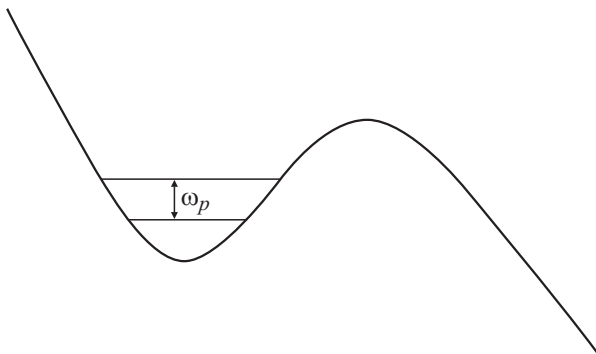


Рис. 2. Энергетические уровни джозефсоновского кубита при малом внешнем токе питания.

вида [2]

$$H = \sum_j (K(n_j) + U(\phi_j)), \quad (3)$$

где $K(n_j)$ — кинетическая энергия, а $U(\phi_j)$ — потенциальная энергия кубита с номером j . В уравнении (3) оператор числа частиц имеет вид [3,4]

$$n = -i \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (4)$$

В случае кубита на одиночном джозефсоновском переходе с гармоничным токофазовым соотношением (1) и с внешним источником тока I_b (рис. 1) гамильтониан (3) переписывается как

$$H = -E_c \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - E_J \cos \phi + \frac{\Phi_0 I_b}{2\pi} \phi, \quad (5)$$

где $E_c = \frac{(2e)^2}{2C}$ — кулоновская энергия, $E_J = \frac{\hbar I_c}{2e}$ — джозефсоновская энергия. Последний член в (5) связан с внешним током I_b . При пренебрежении малым внешним током I_b в уравнении (5) энергетический спектр кубита на одиночном переходе эквивалентен спектру квантовомеханического осциллятора (рис. 2) [11]

$$E_n = \hbar \omega_p \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (6)$$

где плазменная частота джозефсоновского перехода ω_p вблизи минимума потенциальной энергии $U(\phi)$ имеет

вид [7]

$$\omega_p = \omega_{J_0} \left(1 - \frac{I_b}{I_{c_0}} \right)^{1/4}. \quad (7)$$

В выражении (7) джозефсоновская частота ω_J вычисляется как [7]

$$\omega_{J_0} = \frac{I_{c_0}}{2e}. \quad (8)$$

Таким образом, при малых токах I_b в энергетическом спектре содержится только два первых уровня квантовомеханического осциллятора (рис. 2), и одиночный джозефсоновский переход может действовать как кубит. Кубит на одиночном джозефсоновском переходе впервые экспериментально был реализован в работе [15].

Результаты и обсуждение

Учет ангармонического характера токофазового соотношения джозефсоновского перехода приводит к потенциальной энергии $U(\phi)$ вида

$$U(\phi) = E_J \left(\cos \phi - \frac{\alpha}{2} \cos 2\phi \right). \quad (9)$$

В силу соотношения (8) для анализа энергетического спектра джозефсоновских кубитов на одиночном переходе с ангармоническим токофазовым соотношением сперва следует исследовать влияние члена $\sin 2\phi$ на эффективный критический ток перехода и, следовательно, на джозефсоновскую частоту ω_J . Эффективный критический ток джозефсоновского перехода с ангармоническим токофазовым соотношением определяется как максимум функции $f(\phi)$:

$$I_c = I_{c_0} \max(f(\phi)), \quad (10)$$

где введено обозначение $f(\phi) = \sin \phi - \alpha \sin 2\phi$. Результаты численного расчета для нахождения максимума $\omega_J = \omega_{J_0} \max(f(\phi))$ с использованием выражений (8) и (10) представлены на рис. 3. Как следует из рис. 3, ангармонизм в токофазовом соотношении увеличивает эффективный критический ток и в последствии джозефсоновскую частоту перехода ω_J . При малых параметрах ангармонизма $\alpha < 0.75$ рост эффективного критического тока носит нелинейный характер, в то время как при $\alpha > 0.75$ зависимость принимает линейный характер. Это связано с превалирующим вкладом второй гармоники при больших параметрах ангармонизма α .

Результаты, представленные на рис. 3, имеют важное значение с точки зрения чувствительности разности энергий между состояниями кубита к разным физическим параметрам. Эти параметры важны для определения области возможного применения джозефсоновских переходов с ангармоническим токофазовым соотношением. В работе [10] были изготовлены джозефсоновские переходы бикристаллического типа на основе высокотемпературных сверхпроводников YBaCuO. Отношение амплитуды второй гармоники к первой как функции

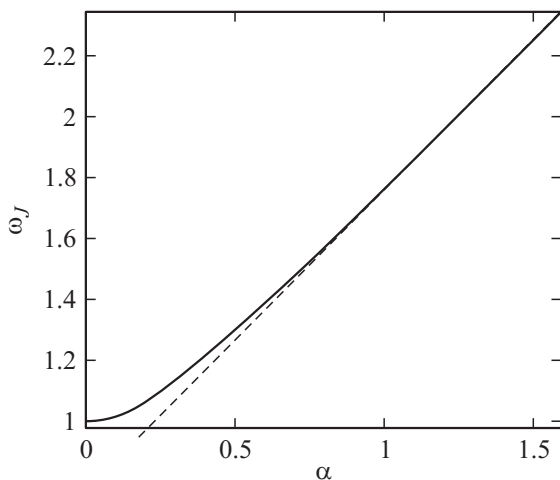


Рис. 3. Зависимость джозефсоновской частоты от амплитуды второй гармоники в токофазовом соотношении.

температуры было представлено в этой работе. Как следует из этого графика, при температурах меньше 0.2 К влияние второй гармоники в токофазовом соотношении становится важным. Если учесть, что для проявления макроскопических квантовых эффектов необходима низкая рабочая температура на уровне милликельвинов, то учет второй гармоники в токофазовом соотношении становится необходимым.

Таким образом, в настоящей работе анализировано влияние второй гармоники токофазового соотношения на энергетический спектр кубита на одиночном джозефсоновском переходе. Представлен результат вычисления джозефсоновской частоты и показано влияние параметра ангармонизма на его величину. Показано, что с увеличением амплитуды параметра ангармонизма α разность энергий между состояниями кубита растет сперва нелинейным образом, далее переходя на линейный закон при больших амплитудах коэффициента при $\sin 2\phi$.

Список литературы

- [1] *Валиев К.А.* // УФН. 2005. Т. 175. Вып. 1. С. 1.
- [2] *Вендин Г., Шумейко В.С.* // ФНТ. 2007. Т. 33. С. 957.
- [3] *Омелянчук А.Н., Ильичев Е.В., Шевченко С.Н.* // Квантовые явления в джозефсоновских кубитах. Киев: Наукова думка, 2013. 186 с.
- [4] *Nielsen M.A., Chuang I.L.* // Quantum computation and quantum information. Cambridge University Press, 2000. 936 p.
- [5] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Квантовая механика. М., 2004. 800 с.
- [6] *Matrinis J.M.* // Quant. Inf. Procc. 2009. Vol. 8. P. 81.
- [7] *Лухарев К.К.* // Введение в динамику джозефсоновских переходов. 1985. М.: Наука, 575 с.
- [8] *Askerzade I.* // Unconventional superconductors: anisotropy and multiband effects. 2012. Springer-Verlag, 177 p.
- [9] *Erin Y., Omelyanchouk A.N.* // Low Temperature Physics. 2010. Vol. 36. P. 969.

- [10] *Bauch T. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. P. 087003.
- [11] *Amin M.H.S. et al.* // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 73. P. 064516.
- [12] *Аскерзаде И.Н.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 11. С. 140–143.
- [13] *Canturk M., Askerzade I.N.* // IEEE Appl. Superconductivity. 2012. Vol. 21. P. 1400106.
- [14] *Canturk M., Askerzade I.N.* // IEEE Appl. Superconductivity. 2011. Vol. 21. P. 3541–3547.
- [15] *Feldman J.P. et al.* // Nature. 2000. Vol. 406. P. 43–47.