

01

Гистерезис в поведении длинного периодически модулированного джозефсоновского контакта в магнитном поле при малых значениях параметра пиннинга

© М.А. Зеликман

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: marzelik@mail.ru

(Поступило в Редакцию 12 января 2015 г.)

На базе подхода, основанного на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса, рассчитана кривая намагничивания длинного периодически модулированного джозефсоновского контакта при циклическом изменении внешнего магнитного поля для случая малых значений параметра пиннинга. Показано, что при любых точках поворота петля гистерезиса представляет собой часть некоторой универсальной кривой, обладающей строгой периодичностью по обеим осям. Существование универсальной кривой и ее периодичность объясняются на основе анализа вихревых конфигураций.

Введение

В последние годы внимание теоретиков и экспериментаторов привлекает проблема проникновения магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт. С одной стороны, это связано с интересом к искусственным структурам такого типа [1], на которых могут быть проверены теоретические предсказания. С другой стороны, эта задача представляет собой модель, которой свойственны все процессы, имеющие место в сверхпроводящих образцах: выталкивание магнитного поля, возникновение вихрей, их пиннинг и все связанные с этим феномены, в частности, проникновение в контакт внешнего магнитного поля. Математически же эта задача существенно проще аналогичной задачи для трехмерного сверхпроводника. Она может быть решена достаточно точно, что позволяет рассчитать структуру вихрей, найти энергии и силы пиннинга, а также понять различные детали происходящих процессов.

Искусственный периодически модулированный джозефсоновский контакт (рис. 1, *a*) представляет собой тонкий слой диэлектрика (плоскость xz) между двумя сверхпроводниками, пересеченный параллельными друг другу бесконечными вдоль оси z полосами диэлектрика толщины $2l$ вдоль оси y и ширины d вдоль оси x , периодически расположенными вдоль оси x на расстоянии L друг от друга. Внешнее магнитное поле, а также оси вихрей направлены вдоль оси z . На рис. 1, *b* изображена структура искусственно создаваемого периодически модулированного джозефсоновского контакта [1]. На участках между полосами величина скачка фазы между сторонами контакта медленно меняется с координатой, в то время как при переходе через полосу она меняется скачком. Обозначим усредненное по k -му участку между полосами значение скачка через φ_k (рис. 1, *a*). Пусть скачок фазы на ближайшем к границе контакта участке

равен φ_1 , и по мере продвижения внутрь φ_2, φ_3 , и т.д. Распределение величин φ_k описывает установившееся токовое состояние.

В работах [2,3] рассчитаны распределения фаз, токов и магнитного поля в таком контакте при адиабатическом включении внешнего магнитного поля H_e . При достаточно малых значениях H_e у границы контакта возникает мейсснеровская конфигурация, когда величины φ_k убывают с ростом номера и равны нулю в глубине контакта. При этом магнитное поле, созданное приграничными токами, полностью компенсирует внешнее поле в глубине контакта. В работе [2] показано, что такая ситуация имеет место до тех пор, пока внешнее поле не достигнет некоторого максимально возможного значения H_S , причем вплоть до этого значения поля мейсснеровское состояние является устойчивым. При полях, больших H_S , в контакт начинают проникать вихри.

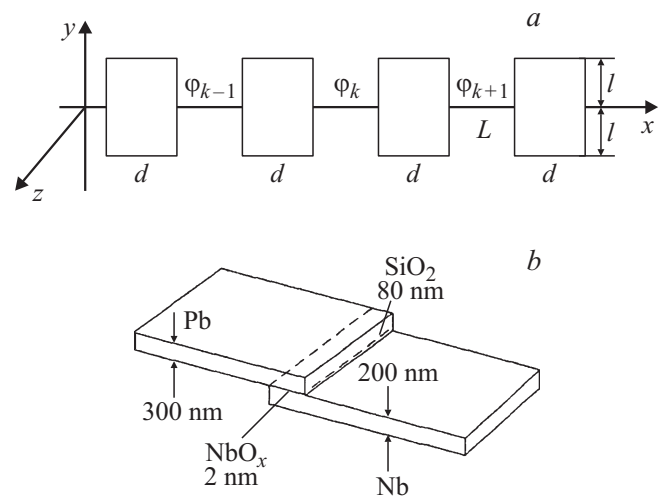


Рис. 1. *a* — модель периодически модулированного джозефсоновского контакта. *b* — структура искусственно созданного периодически модулированного джозефсоновского контакта.

В работах [3–6] показано, что характер вихревой картины зависит от величины так называемого параметра пиннинга I , определение которого будет дано далее. При малых значениях I ситуация такая же, как при нулевом пиннинге, т.е. при превышении внешним полем некоторого значения $H_{\max} > H_S$ вихри заполняют сразу весь контакт от его границы до бесконечности. При больших же значениях I вихри с ростом поля постепенно продвигаются от границы внутрь контакта, а магнитное поле в глубине контакта остается равным нулю. В работе [4] на базе подхода, развитого в нелинейной физике [5], показано, что существует критическое значение параметра пиннинга $I_C = 0.9716$, разделяющее эти два режима. При $I > I_C$ при любом внешнем поле может существовать приграничная токовая конфигурация конечной длины, обеспечивающая полную компенсацию поля внутри контакта вдали от границы.

В работе [3] профиль магнитного поля внутри контакта в случае $I > I_C$ рассчитан на базе подхода, основанного на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса. При увеличении внешнего магнитного поля происходит непрерывная трансформация устанавливающегося распределения токов. При этом в каких-то участках конфигурации токи убывают, в каких-то возрастают, т.е. вихри не ведут себя как заталкиваемые полем внутрь жесткие частицы, а как бы „втекают“ внутрь контакта. Предложенный алгоритм позволяет найти ту конфигурацию, в которую переходит мейсснеровское состояние при малом превышении внешним полем значения H_S , и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля. Компьютерный численный расчет [3] показал, что существует критическое значение параметра пиннинга I_C в интервале 0.95–1.00, разделяющее два возможных режима проникновения в контакт магнитного поля. Этот результат находится в полном согласии с предсказаниями [4].

При $I > I_C$ при любом значении внешнего поля возникает приграничная токовая структура конечной длины, полностью компенсирующая внешнее поле в глубине контакта. В [3] проведено подробное исследование этого случая. Если же $I < I_C$, то такая приграничная структура может существовать лишь до значения внешнего поля $H_{\max}(I)$. При $H_e > H_{\max}$ поле проникает в среду на бесконечную глубину. Этот случай подробно исследован в работе [6]. В частности, детально анализируется полученная при монотонном увеличении внешнего магнитного поля начальная кривая намагничивания длинного контакта. Однако использованный метод дает возможность анализа ситуации и при дальнейшем уменьшении магнитного поля, а также при его циклическом изменении.

Целью настоящей работы является расчет кривой намагничивания и исследование гистерезиса в длинном контакте при циклическом изменении магнитного поля для случая $I < I_C$. Сначала будем увеличивать внешнее магнитное поле H_e . До значения поля H_S реализуется мейсснеровское решение. Далее, при $H_S < H_e < H_{\max}$

возникает приграничная последовательность вихрей, полностью компенсирующая внешнее поле в глубине контакта. При $H_e > H_{\max}$ вихри проникают в контакт на всю его глубину. Дойдя до некоторого значения поля H_a , начнем отслеживать развитие ситуации при его уменьшении. Далее, достигнув значения $-H_a$, снова начнем увеличивать поле. Таким способом будет исследован весь цикл.

Мейсснеровская конфигурация

В каждой ячейке должно быть выполнено условие квантования флюксоида

$$2\pi\Phi_m/\Phi_0 + \varphi_m - \varphi_{m+1} = 0, \quad (1)$$

где φ_m — скачок фазы на соответствующем джозефсоновском контакте, Φ_0 — квант магнитного потока, Φ_m — полный магнитный поток через m -ю ячейку ($m \geq 1$), в рассматриваемой геометрии равный

$$\begin{aligned} \Phi_m &= \mu_0 H S = \mu_0 S \left(\sum_{k=1}^m j_k L - H_e \right) \\ &= \mu_0 L S j_C \sum_{k=1}^m \sin \varphi_k - \Phi_e, \end{aligned} \quad (2)$$

где j_C — критическая плотность тока, H_e и Φ_e — соответственно напряженность внешнего магнитного поля и его магнитный поток через ячейку площадью $S = 2ld$. Подставив (2) в (1) для различных m и вычтя из уравнения для $(m-1)$ -го контакта уравнение для m -го, получим следующую систему разностных уравнений:

$$\varphi_{m+1} - 2\varphi_m + \varphi_{m-1} = I \sin \varphi_m \quad (m \geq 2), \quad (3)$$

где $I = 2\pi\mu_0 L S j_C / \Phi_0$ — так называемый параметр пиннинга.

В качестве граничных условий к (3) используем стремление к нулю φ_m при стремлении m к бесконечности, а также условие (1) для $m = 1$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -I \sin \varphi_1 + 2\pi h, \quad (4)$$

где $h = H_e/H_0$ — нормированная напряженность внешнего поля, $H_0 = \Phi_0/\mu_0 S$ — значение внешнего поля, при котором через каждую ячейку площадью S проходит 1 квант магнитного потока Φ_0 .

Найдем точное решение системы (3). Представим ее в виде рекуррентного закона

$$\varphi_{m+1} = 2\varphi_m - \varphi_{m-1} + I \sin \varphi_m \quad (m \geq 2). \quad (5)$$

Задаваясь значениями φ_1 , будем численно искать соответствующие им возможные значения φ_2 , при которых существует решение в виде монотонно убывающей с ростом m комбинации значений φ_m . Далее из уравнения (4) найдем соответствующее полученному решению

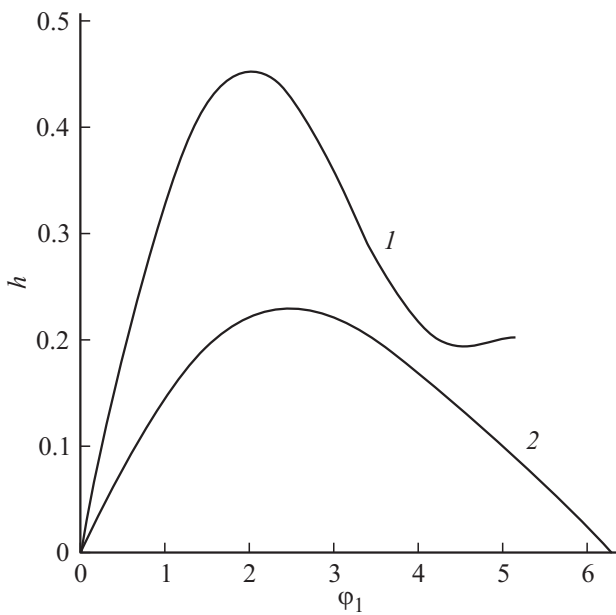


Рис. 2. Зависимость нормированной напряженности внешнего магнитного поля от скачка фазы на участке, ближайшем к границе контакта, для $I = 1.6$ — кривая 1 и $I = 0.5$ — кривая 2.

значение нормированной напряженности внешнего магнитного поля h . На рис. 2 приведены полученные в [3] графики зависимости $h(\varphi_1)$ для некоторых значений I . Начальный участок кривой до максимума соответствует мейсснеровскому режиму. Максимально возможное значение h_S соответствует величине магнитного поля H_S , выше которой мейсснеровское решение отсутствует. Развитие ситуации при дальнейшем увеличении поля будем исследовать на базе анализа потенциала Гиббса системы.

Методика вычислений

Рассмотрим контакт конечной длины, содержащий четное число ячеек $2N$. Из соображений симметрии следует, что скачок фазы в центральном джозефсоновском контакте φ_{N+1} равен нулю. Запишем потенциал Гиббса такой конфигурации высотой в 1 м [2]

$$G = E - \int BH dV = \frac{\Phi_0^2}{2\pi^2\mu_0 S} \left[\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} (\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2 + I(1 - \cos \varphi_i) \right) - 2\pi\varphi_1 h \right]. \quad (6)$$

При выводе (6) мы учли, что в рассматриваемой геометрии термодинамическая напряженность магнитного поля H во всех точках одинакова и равна напряженности внешнего поля H_e , а также воспользовались соотноше-

ниями (1) при φ_{N+1} . Тогда

$$\begin{aligned} \int BH dV &= H_e \sum_i \Phi_i \\ &= \frac{H_e \Phi_0}{2\pi} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \varphi_{i+1}) = \frac{H_e \Phi_0}{2\pi} \varphi_1. \end{aligned}$$

Будем трактовать величину G как высоту (или потенциальную энергию) горного рельефа, заданного на многомерном множестве координат. Установившиеся при каком-либо значении внешнего поля h конфигурации соответствуют минимумам энергии (впадинам) в этом рельефе. Если h скачком увеличится на какую-то малую величину, это приведет к некоторому видоизменению рельефа, в результате чего конфигурация (набор координат), соответствовавшая минимуму прежнего рельефа, теперь окажется на склоне нового. Дальнейшее изменение формы этой конфигурации можно рассматривать как „скатывание“ по новому рельефу с уменьшением „потенциальной энергии“. Пусть этот процесс происходит как результат большого количества маленьких шагов. Логично предположить, что в каждой „точке“ скатывание происходит вдоль линии наибо-льшего спуска, т. е. вдоль градиента функции G . Это значит, что при каждом шаге все „координаты“ φ_i получают приращения, пропорциональные соответствующей проекции градиента: $\Delta\varphi_i = -\frac{\partial G}{\partial \varphi_i} \delta$, где δ — малый постоянный множитель, задающий величину шага. Далее вычисляем все $\frac{\partial G}{\partial \varphi_i}$ в новой точке, т. е. при новых значениях φ_i , и производим следующий шаг. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не придем к новой устойчивой конфигурации, находящейся во впадине рельефа, соответствующего заданному h .

Отметим, что в рассматриваемой геометрии исчезает граничное условие равенства нулю магнитного поля в глубине контакта, которое было важным для бесконечного контакта [3]. Оно заменяется более простым условием $\varphi_{N+1} = 0$. Тогда выражения для „проекций градиента“ G имеют вид

$$\partial G / \partial \varphi_i = 2\varphi_i - \varphi_{i-1} - \varphi_{i+1} + I \sin \varphi_i, \quad 2 \leq i \leq N, \quad (7a)$$

$$\partial G / \partial \varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + I \sin \varphi_1 - 2\pi h. \quad (7b)$$

В качестве начальной точки для этого алгоритма возьмем точку на границе мейсснеровского режима H_S , т. е. решение системы (5) для такого φ_1 , при котором h равно своему максимальному значению h_S . Дадим h какое-то небольшое приращение Δh и предоставим возможность „точке“ двигаться по „линии наибо-льшего спуска“, как это объяснялось выше. В смысле программирования это означает задать цикл, в каждом шаге которого новые значения φ_m при $1 \leq m \leq N$ вычисляются по формуле $\varphi_m = \varphi_m - \frac{\partial G}{\partial \varphi_m} \delta$ с учетом (7), а $\varphi_{N+1} = 0$. В конце концов, придем к конфигурации, в которой все производные $\partial G / \partial \varphi_i$ обратятся в нуль, т. е. будут выполнены условия (3). Это и есть искомая

устойчивая равновесная конфигурация, соответствующая $h = h_S + \Delta h$. Далее, начиная от этой конфигурации, можно дать новое приращение Δh и т.д. До значения $h = h_a$ знак δ положительный, а далее отрицательный. Так можно исследовать распределение скачков фазы φ_i , а значит, токов и магнитных полей внутри контакта во всем диапазоне изменения внешнего поля.

Результаты расчетов, их интерпретация и анализ

Критическое значение параметра пиннинга I_C определялось в работах [4-6] и оказалось равным 0.9716. На рис. 3 приведены полученные в [3] зависимости $h_S(I)$ и $h_{\max}(I)$ в области $I < I_C$, а также кривая \sqrt{I}/π , соответствующая границе мейснеровского режима при малом пиннинге (квазинепрерывная конфигурация [2]).

Для исследования было выбрано значение $I = 0.9 < I_C$, при котором $h_S = 0.318$, а $h_{\max} = 0.343$. Пусть длина контакта равняется $2N = 200$ ячеек. Компьютерные расчеты полностью подтвердили возможность использования предложенного алгоритма для расчета проникновения поля в контакт. Действительно, постепенным увеличением значения h от $h_S = 0.318$ удастся проследить последовательное изменение конфигурации токов, причем при каждом h найденные конфигурации удовлетворяют условиям (3). Пока $h < h_{\max}$, расчет при любом значении внешнего поля h (которое является постоянным параметром на каждом этапе расчета) приводит к приграничной конфигурации конечной длины. Глубина проникновения увеличивается с ростом параметра h . При $h > h_{\max}$ токовая конфигурация теряет

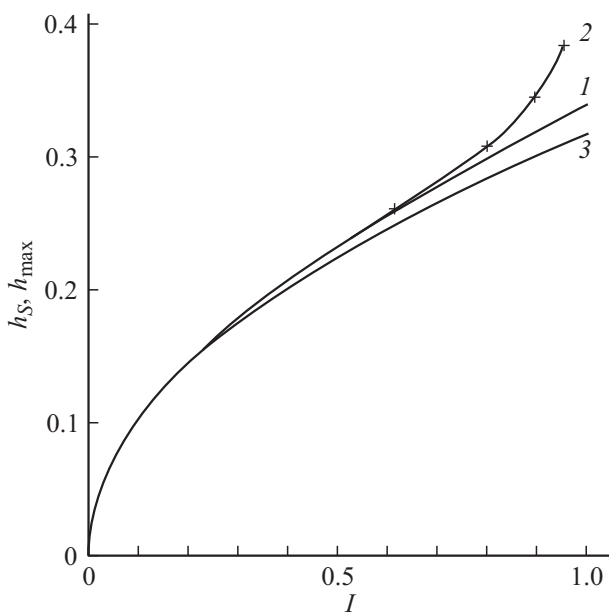


Рис. 3. Зависимости $h_S(I)$ (кривая 1) и $h_{\max}(I)$ (кривая 2) в области $I < I_C$, а также график \sqrt{I}/π (кривая 3), соответствующий границе мейснеровского режима при малом пиннинге.

характер приграничной структуры и принимает вид бесконечной вихревой последовательности.

Полученную конфигурацию φ_m можно интерпретировать как последовательность вихрей, проникших в контакт. Согласно (1), магнитное поле внутри m -й ячейки может быть вычислено по формуле

$$h_m = (\varphi_{m+1} - \varphi_m)/2\pi. \quad (8)$$

Из аналогии с вихрями в длинном джозефсоновском контакте без пиннинга [7] следует, что центры вихрей находятся в ячейках с максимальными значениями h_m . При этом анализ распределения скачков фазы φ_m показывает, что это те ячейки, в которых φ_m впервые превосходят значения $2\pi k + \pi$ (k — целое число). Отсюда следует, что для трактовки картины как последовательности вихрей нужно каждый раз, как только φ_m превосходит π , вычитать из него целое число раз по 2π , так чтобы все $|\varphi_m| < \pi$. При этом количество вычитенных 2π равно числу квантов магнитного потока в соответствующем вихре. Характер вихревых последовательностей при увеличении магнитного поля для случая $I < I_C$ подробно исследовался в [6]. Настоящее исследование позволяет найти вид этих последовательностей при циклическом изменении внешнего поля.

Нормированную магнитную индукцию, равную среднему значению магнитного поля в контакте, согласно (8), найдем по формуле

$$b = B/B_0 = \sum_{m=1}^N h_m/N = \sum_{m=1}^N (\varphi_{m+1} - \varphi_m)/2\pi N \\ = (\varphi_1 - \varphi_{N+1})/2\pi N = \varphi_1/2\pi N, \quad (9)$$

где $B_0 = \Phi_0/S$ — магнитная индукция, при которой через каждую ячейку площадью S проходит 1 квант магнитного потока Φ_0 .

Расчеты позволяют получить универсальную кривую намагничивания контакта (рис. 4), т.е. зависимость средней индукции b в контакте от внешнего поля h .

Полученная кривая обладает рядом интересных особенностей.

1. При любых значениях h_a петля, за исключением коротких участков на ее концах, лежит на универсальной кривой.

2. Вся кривая обладает строгой периодичностью с периодом 1 по обеим осям.

3. Участки обратного хода петли представляют собой перевернутые и направленные в противоположную сторону участки прямого хода, например, участок от точки А (и от точки С) вниз аналогичен участку от точки В вверх, но с обратным знаком. Иными словами, верхняя часть петли симметрична нижней относительно начала координат.

Для анализа причин наблюдаемых особенностей нужно принимать во внимание вид вихревых последовательностей на разных участках кривой рис. 4. В приводимых далее последовательностях цифры обозначают величины

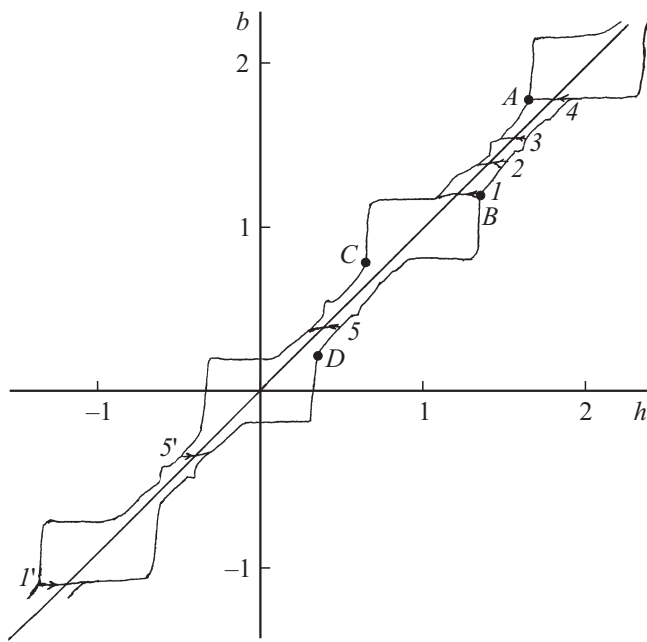


Рис. 4. Зависимость средней индукции b в контакте от внешнего поля h . Цифрами обозначены точки разворота.

флюксоида в ячейках, начиная от границы. На начальном участке от начала координат до $h = 0.318$, совпадающем с осью абсцисс, имеет место эффект Мейсснера, т.е. вихрей нет (0000...). Далее начинается резкий подъем кривой, соответствующий образованию вихрей около границы контакта. От 0.318 до 0.343 вихри проникают только в приграничную область, поэтому при вычислении средней величины b по контакту бесконечной длины мы получили бы нуль, и рост кривой наблюдался бы от значения $h = 0.344$, причем с бесконечной производной (по вертикали). Мы же проводим расчет для конечной длины контакта ($N = 200$), поэтому среднее значение b отлично от нуля даже при конечном числе вихрей, и подъем начинается раньше, причем не строго по вертикали.

Наклонный участок кривой описывает уплотняющуюся с ростом поля последовательность вихрей, содержащих единичный флюксонид. Выход кривой на горизонталь связан с образованием вблизи границы целого ряда вихрей с единичным флюксонидом в соседних ячейках, что соответствует мейсснеровской конфигурации, но с единичным флюксонидом во всех ячейках. Резкий подъем после горизонтального участка объясняется возникновением вихрей с двойным флюксонидом, сначала только у границы, а потом во всем контакте. Далее все происходит по той же схеме, т.е. образуются вихри с тройным, четверным и т.д. флюксонидами.

Вид петли гистерезиса определяется точкой поворота h_a . Такие точки указаны на графике цифрами 1, 2, 3, 4, 5. При уменьшении внешнего поля некоторое количество вихрей покидает контакт, после чего график выходит на стандартную кривую. Например, при повороте в точке 1 примерно однородное распределение

вихрей с двойным флюксонидом на фоне единичных (1112111121112... при $h = 1.345$) постепенно переходит в почти мейсснеровское (11111111112... при $h = 0.80$). При повороте, например, в точке 2 происходит переход от 12112121121212... при $h = 1.50$ к 1211212112112... при $h = 1.30$, а далее по стандартной кривой. При $h = 0.682$ ($1 - 0.318$) из контакта начинают уходить вихри с единичным флюксонидом, в результате чего около границы образуются отдельные ячейки с нулевым флюксонидом. На этом этапе в контакте сосуществуют ячейки с флюксонидами 0, 1 и 2, причем нулевые находятся в приграничной области, а двойные — в глубине. При $h = 0.655$ ($1 - 0.345$) происходит резкая перестройка на всей длине контакта, приводящая к почти однородной цепочке вихрей с нулевым флюксонидом на фоне единичных (1110111101110...). При других точках поворота, как можно проследить, происходят аналогичные перестроения.

Основной причиной особенностей кривой намагничивания контакта является тот факт, что на всех участках резкого роста или спада кривой вихри скачком проникают в контакт на бесконечную глубину, т.е. происходит полная перестройка вихревой последовательности, в результате чего токовая конфигурация приобретает один и тот же стандартный вид и далее с изменением поля трансформируется одинаково до следующего крутого участка.

Причина же периодичности этих крутых участков состоит в том, что для обеспечения целочисленности флюксоида в ячейке один и тот же по величине создаваемый токами магнитный поток в одном случае может добавляться к внешнему, а в другом — вычитаться из него. Например, в точках A, B, C, D (рис. 4) одинаковые (с точностью до знака) токовые конфигурации дают следующие вихревые последовательности, начиная от границы (цифра — величина флюксоида в ячейке):

$$A(h = 1.655) : 22212222122212221 \dots,$$

$$B(h = 1.345) : 11121111211121112 \dots,$$

$$C(h = 0.655) : 11101111011101110 \dots,$$

$$D(h = 0.345) : 00010000100010001 \dots$$

Поток от созданного токами поля в ячейках с большими флюксонидами добавляется к потоку внешнего поля, а с меньшими — вычитается. Среднее значение b (т.е. средний магнитный поток) равно среднему значению флюксоида.

Нормированную намагниченность M , т.е. магнитный момент единицы объема, найдем из соотношения $M = b - h$. Отметим, что если поле в контакте нельзя считать квазиоднородным, то намагниченность не является корректной характеристикой, но отношение полного магнитного момента контакта к его объему в рассматриваемой геометрии описывается тем же выражением. На рис. 5 приведен график зависимости величины $-M = h - b$ от магнитного поля при циклическом

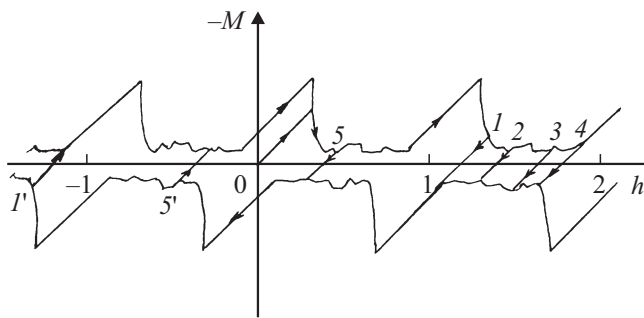


Рис. 5. Зависимость магнитного момента единицы объема $-M$ от внешнего поля h . Цифрами обозначены точки разворота.

изменении поля для случая $I = 0.9$. Цифры обозначают точки поворота.

С уменьшением I качественный ход кривых рис. 5 сохраняется, но уменьшаются высота и ширина пиков, а также толщина квазигоризонтальных участков. Например, при $I = 0.1$ пики будут иметь ширину и высоту примерно 0.1, а горизонтальные участки почти сольются с осью абсцисс, т.е. не будут отклоняться от нее больше чем на 0.02 [8]. Гистерезис продолжает проявляться при сколь угодно малых значениях параметра пиннинга.

Казалось бы, при малых значениях параметра пиннинга решение системы разностных уравнений должно быть аналогично решению дифференциального уравнения синус-Гордона, описывающего немодулированный контакт и соответствующего отсутствию пиннинга. Однако непосредственный расчет показал, что дифференциальное уравнение не дает периодичности по магнитному полю. Для $I = 0.1$ при достижении $h = 0.1$ намагниченность резко падает до нуля и остается такой при росте поля. При циклическом изменении поля гистерезис отсутствует. Такое поведение соответствует сверхпроводникам II-го рода. Дело в том, что периодичность решения системы разностных уравнений является следствием дискретности среды и поэтому не может проявиться в дифференциальном уравнении. Кроме того, дифференциальное уравнение дает другие размеры пиков. Причина этих различий заключается в том, что при отсутствии пиннинга предполагается, что вся последовательность вихрей устанавливается сразу же, как только это становится энергетически выгодным, т.е. при H_C . В настоящей же работе мы имеем дело с „перегревом“ этого состояния до момента возникновения неустойчивости, т.е. до H_S . И даже после этого мгновенный переход к энергетически выгодному состоянию, которому соответствует равномерное распределение вихрей по контакту, невозможен из-за пиннинга, который хоть и мал, но существует.

Заключение

На базе подхода, основанного на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса, рассчитана

кривая намагничивания длинного периодически модулированного джозефсоновского контакта при циклическом изменении внешнего магнитного поля для случая малых значений параметра пиннинга. Показано, что при любых точках поворота петля гистерезиса представляет собой часть некоторой универсальной кривой, обладающей строгой периодичностью по обеим осям. Существование универсальной кривой и ее периодичность объясняются на основе анализа вихревых конфигураций.

Список литературы

- [1] Golubov A.A., Serpuchenko I.L., Ustinov A.V. // Sov. Phys. JETP. 1988. Vol. 67. P. 1256.
- [2] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 10. С. 68–74.
- [3] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 2. С. 36–42.
- [4] Dorogovtzev S.N., Samuhin A.N. // Europhys. Lett. 1994. Vol. 25. P. 693–698.
- [5] Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988.
- [6] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 12. С. 19–25.
- [7] Кулик И.О., Янсон И.К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука, 1970.
- [8] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 11. С. 41–48.