

01

## Моделирование турбулентной структуры течения и теплопереноса в восходящем полидисперсном пузырьковом потоке

© М.А. Пахомов, В.И. Терехов

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия  
e-mail: terekhov@itp.nsc.ru

(Поступило в Редакцию 26 октября 2014 г.)

Представлены результаты численного моделирования турбулентной структуры течения в вертикальном полидисперсном газожидкостном потоке в трубе. Математическая модель основана на использовании эйлерова описания с учетом обратного влияния пузырьков на осредненные характеристики и турбулентность несущей фазы. Турбулентные характеристики жидкости рассчитаны с использованием модели переноса компонент тензора рейнольдсовых напряжений. Изменение количества пузырьков описано с использованием модели среднего объема пузырька с учетом их дробления, коалесценции и расширения при изменении температуры газа. Исследовано влияние изменения объемного расходного газосодержания, начальной температуры жидкости и ее скорости на структуру течения и теплоперенос в двухфазном потоке. Добавление газовой фазы в турбулентную жидкость вызывает возрастание теплообмена более чем в 2,5 раза. Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными показало, что разработанный подход позволил проводить моделирование пузырьковых турбулентных течений при наличии теплообмена со стенкой трубы в широком диапазоне изменения газосодержания.

### Введение

Восходящие пузырьковые потоки широко распространены в химической технологии, в теплоэнергетике, в атомной энергетике и других областях техники. Этим объясняется большой интерес к экспериментальному и численному изучению таких течений в последние несколько десятилетий. Такие течения, как правило, являются турбулентными со значительным межфазным взаимодействием между жидкостью и пузырьками. Корректное моделирование распределения пузырьков по сечению канала (трубы) имеет крайне важное значение для безопасной эксплуатации и предсказания развития различных аварийных ситуаций в теплогенераторах.

Достаточно часто в практических приложениях используются газожидкостные потоки при наличии теплообмена между стенкой и двухфазным течением. Такие течения [1–11] исследованы в меньшей степени по сравнению с потоками без теплообмена. В этих работах показан рост градиентов температуры по всему поперечному сечению трубы или канала с увеличением газосодержания, что вызывает интенсификацию турбулентного переноса теплоты в двухфазном потоке. Показано значительное увеличение теплопереноса при добавлении в жидкость газовых включений (более чем в 2 раза по сравнению с однофазным течением воды). Причем в области малых расходных газосодержаний при  $\beta = V_b / (V_b + V_L) \leq 10\%$  темп нарастания коэффициента теплообмена с увеличением  $\beta$  более интенсивный [1,2,11], чем при более высоких концентрациях воздушных пузырьков, где  $V_b$  и  $V_L$  — объемные расходы газа и жидкости,  $\text{m}^3/\text{s}$ . С ростом числа Рейнольдса наблюдается снижение влияния газовой фазы на теплоперенос к двухфазному потоку [3,11].

Большое количество работ посвящено исследованию двухфазных потоков при постоянном среднем размере пузырьков, например, [9,11–15]. Все газожидкостные потоки являются в той или иной мере полидисперсными. Моделирование полидисперсных пузырьковых течений при наличии дробления и коалесценции является актуальной задачей. К настоящему времени в литературе представлено несколько способов моделирования таких двухфазных потоков [8,10,16–22]. Метод расчета плотности межфазной поверхности (Interfacial Area Density-IAD) [16,19] ( $A_i, \text{m}^{-1}$ ) является одним из часто применяемых способом моделирования динамики пузырьков при наличии дробления и коалесценции. Модификаций этого подхода является метод расчета осредненного объема пузырька [18].

Число работ по моделированию полидисперсных газожидкостных течений при наличии межфазного теплообмена авторами крайне ограничено [8,10]. Турбулентность жидкой фазы в этих работах описывается с применением  $k-\varepsilon$ -модели турбулентности, записанной с учетом двухфазности потока. При описании полидисперсного пузырькового течения с учетом дробления, коалесценции в [10] была применена модель распределения осредненной счетной концентрации пузырьков [16,19]. Увеличение количества пузырьков при наличии кипения описывается MUlti Size Group-MUSIG моделью [17]. Получено хорошее согласие при расчетах концентрации пузырьков и распределению заутеровского диаметра по сечению канала, но плохое согласие по расчетам скорости паровой фазы [10].

Настоящая работа посвящена разработке эйлеровой модели для расчета моделирования динамики и теплопереноса в газожидкостных полидисперсных турбулентных потоках.

# 1. Математическая модель

## 1.1. Несущая фаза

Для описания газожидкостных турбулентных потоков часто используется эйлерово двухжидкостное описание. В настоящей работе используется подход [13], основанный на применении функции плотности вероятности распределения дисперсной фазы по координатам, скоростям и температурам. Система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса для осесимметричного случая течения жидкости, записанных с учетом влияния пузырьков на процессы переноса в жидкости имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial[(1-\Phi)\rho U_i]}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{\partial[(1-\Phi)\rho U_i U_j]}{\partial x_i} &= -\frac{\partial(1-\Phi)}{\partial x_i} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j}(1-\Phi)\left(\mu\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho\langle u_i u_j \rangle\right) + \sum_{k=1}^N M_{i,k}^{liq}, \\ \frac{\partial[(1-\Phi)\rho C_P T]}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i}(1-\Phi)\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x_i} - \rho C_P\langle u_i t \rangle\right) \\ &- \sum_n \left(\frac{6\Phi(T-T_b)}{d} + C_{P,b}\rho_b g_{in}\langle u_i t \rangle\right)\frac{\partial\Phi}{\partial x_j}, \\ \rho &= (1-\Phi)P/(\bar{R}T). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $C_P$ ,  $\lambda$  — плотность, динамическая вязкость, теплоемкость и коэффициент теплопроводности несущего потока;  $\Phi = \sum_{k=1}^N \Phi_k \equiv 1$  — объемная концентрация газовой фазы;  $\Phi_k$  — объемная доля  $k$ -й фракции;  $N$  — число фракций (в настоящей работе  $N = 3$ );  $x_i$  — аксиальная и радиальная координаты;  $U_i$  и  $U_j$  — компоненты осредненной скорости жидкой фазы;  $P$  — давление в жидкой фазе;  $M_i^{liq} = -M_i^{gas}$  — межфазное взаимодействие;  $d$  — размер пузырьков  $k$ -й фракции;  $g$  — ускорение свободного падения и  $\bar{R}$  — газовая постоянная;  $x_i$  — аксиальная и радиальная координаты;  $U$  — осредненная скорость жидкой фазы;  $P$  — давление в жидкой фазе;  $M_i^{liq} = -M_i^{gas}$  — межфазное взаимодействие;  $g_{in}$  — коэффициент вовлечения дисперсной фазы в тепловое флуктуационное движение газовой фазы [23],  $d$  — размер пузырьков  $k$ -й фракции и  $\bar{R}$  — газовая постоянная. Индекс  $b$  соответствует пузырьку.

Все уравнения системы (1) записаны с учетом влияния дисперсной фазы на процессы переноса импульса и теплоты в несущем потоке. Турбулентные тепловой и диффузионный потоки в жидкости определены согласно гипотезе Буссинеска. Значения турбулентного числа Прандтля в работе принимались равным  $Pr_T = 0.85$  [11].

## 1.2. Модель турбулентности несущей фазы

Одним из способов, дающим возможность учета анизотропии, является использование модели переноса

компонент тензора рейнольдсовых напряжений (Second Moment Closure — SMC). Эта модель является более сложной в вычислительном плане чем, например, широко известные  $k-\varepsilon$ -модели. Для описания турбулентности жидкой фазы применялась модель переноса рейнольдсовых напряжений [24], модифицированная на случай наличия дисперсной фазы [14]. Уравнения модели турбулентности [24] имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial([(1-\Phi)U_j\langle u_i u_j \rangle])}{\partial x_j} &= (1-\Phi)\left[P_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial x_l}\left(v\delta_{lm} + \frac{C_\mu T_T}{\sigma_k}\langle u_l u_m \rangle\right)\frac{\partial\langle u_i u_j \rangle}{\partial x_m}\right] + S_{k1}, \\ \frac{\partial[(1-\Phi)U_j\varepsilon]}{\partial x_j} &= (1-\Phi)\left[\frac{1}{T_T}(C'_{\varepsilon 1}P_2 - C_{\varepsilon 2}\varepsilon) \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial x_l}\left(v\delta_{lm} + \frac{C_\mu T_T}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_m}\right)\right] + \frac{\varepsilon}{k}C_{\varepsilon 3}S_{k1}, \\ \chi - L_T^2\nabla^2\chi &= 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $P_{ij}$  — интенсивность переноса энергии от осредненного движения к пульсационному;  $P_2 = 0.5P_{kk}$ ,  $T_T$  — турбулентный временной макромасштаб;  $\phi_{ij}$  — перераспределяющее слагаемое, описывает обмен энергией между отдельными составляющими  $\langle u_i u_j \rangle$  вследствие корреляции давление-скорость деформации и  $\varepsilon$  — диссипация или скорость передачи энергии от крупномасштабных вихрей мелкомасштабным вихрям. Константы и функции системы уравнений (2) взяты из [24]. Слагаемое  $S_{k1}$  определяет дополнительную генерацию турбулентности жидкости за счет отрывного обтекания пузырьков [22].

$$S_{k1} = 3C_i \sum_{k=1}^N \frac{C_D\Phi_k|U_R|^3}{4d_k}.$$

Константы  $C_i = 0.1$ ,  $C_{\varepsilon 3} = 1.44$  и  $U_R = U - U_b$  — осредненная скорость скольжения фаз.

## 1.3. Система транспортных уравнений для дисперсной фазы

Система уравнений неразрывности, осредненных компонент скорости пузырьков и энергии  $k$ -й фракции в цилиндрической системе координат имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Phi_k\rho_b U_{bi})}{\partial x_i} &= S_k, \\ \frac{\partial(\Phi_k\rho_b,k U_{bi} U_{bj})}{\partial x_j} + \frac{\partial(\rho_L\Phi\langle u_L u_L \rangle)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial}{\partial x_j}(\Phi_k\rho_b,k\langle u_{bi} u_{bj} \rangle_k) - \frac{1}{\tau_k}\frac{\partial(\rho_b D_{b,ij}\Phi_k)}{\partial x_j} \\ &- \frac{\partial(\Phi_k P)}{\partial x_i} - \sum_{k=1}^N M_{i,k}^{gas}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(\Phi_k \rho_{b,k} C_{Pb,k} T_{b,k})}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\Phi_k \rho_{b,k} \alpha(\theta u_{bj})_k) - \alpha_c \Phi_k (T - T_{b,k}) \frac{\rho_{b,k}}{\tau_{\Theta,k}} - \frac{1}{\tau_{\Theta,k}} \frac{\partial(D_{bi,j,k}^{\Theta} \Phi_k)}{\partial x_j}, \quad (3)$$

где  $\alpha_c$  — коэффициент конвективной теплоотдачи к пузырьку от жидкой фазы,  $\tau_{\Theta} = C_{pb} \rho_b d^2 / (12\lambda Y)$  — время тепловой релаксации пузырей, записанное с учетом отклонения от закона стокового обтекания,  $D_{bij}$  и  $D_{b,ij}^{\Theta}$  — тензоры турбулентной диффузии и турбулентного переноса теплоты в дисперсной фазе [23],  $\tau_k = \frac{4\rho_b d_k^2}{3\mu \text{Re}_{b,k} C_{D,k}}$  — время динамической релаксации пузырьков  $k$ -й фракции,  $\text{Re}_{b,k} = \rho |\mathbf{U}_R| d_k / \mu$  — число Рейнольдса пузырька, построенное по скорости скольжения фаз,  $S_k = B_{k,B} - D_{k,B} + B_{k,C} + D_{k,C}$  — стоковое и источниковое слагаемые, учитывающие дробление и коалесценцию пузырьков в двухфазном потоке. Здесь  $B_{k,B}$  и  $B_{k,C}$  — скорости „рождения“ пузырьков  $k$ -й группы за счет дробления более крупных частиц и слияния более мелких соответственно,  $D_{k,B}$  и  $D_{k,C}$  — скорость „смерти“ пузырьков  $k$ -й группы за счет их дробления на более мелкие и слияния более мелких.

Первое слагаемое в левой части уравнения импульса для пузырьков (3) описывает конвективный перенос дисперсной фазы, второе — турбулентную миграцию (турбофорез), вызванную возникновением турбулентных напряжений в дисперсной фазе и воздействием турбулентных напряжений в жидкости [23]. Первый член в правой части уравнения импульса для пузырьков (3) характеризует перенос дисперсной фазы за счет турбулентной диффузии, второй — за счет градиента давления в жидкости и третий — описывает межфазное взаимодействие.

#### 1.4. Межфазные силы

Для полидисперсного потока слагаемое для расчета межфазного взаимодействия в эйлеровом приближении имеет вид

$$\sum_{k=1}^N M_i^{liq} = \underbrace{\frac{3\rho C_{D,k}}{4d_k} \Phi_k \mathbf{U}_R |\mathbf{U}_R|}_I + \underbrace{C_m \rho \Phi_k \left( U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - U_{bj} \frac{\partial U_{bi}}{\partial x_j} \right)}_{II} + \underbrace{\rho_b \Phi_k \mathbf{g}_i}_{III} - \underbrace{C_{L,k} \Phi_k \rho |\mathbf{U}_R| \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)}_{IV} - \underbrace{C_T \rho k |\mathbf{U}_R| \frac{\partial \Phi_k}{\partial x_i}}_V - \underbrace{(C_{W1} - C_{W2} \frac{d_k}{2y_{b,k}}) \frac{2\alpha_k \rho |\mathbf{U}_R|^2}{d_k}}_{VI}. \quad (4)$$

Межфазное взаимодействие в уравнении (4)  $M_i^{liq}$  определяется с учетом действия следующих силовых

факторов: силы аэродинамического сопротивления (I), эффекта присоединенной массы (силы Бассе) (II), силы тяжести и Архимеда (III), силы Сэффмена (IV), турбулентной гомогенной диффузии пузырьков (V) и пристеночной силы (VI). Коэффициент сопротивления пузырей  $C_{D,k}$  в силе аэродинамического сопротивления (I) определяется по соотношениям [25] с учетом деформации пузырька

$$C_{D,k} = C_{D,k}^{We \rightarrow 0} + \Delta C_{D,k} (C_{D,k}^{We \rightarrow \infty} - C_{D,k}^{We \rightarrow 0}),$$

где  $C_{D,k}^{We \rightarrow 0}$  — коэффициент сопротивления недеформируемого пузырька при числе Вебера  $We = \rho |\mathbf{U}_R| d_k \sigma \rightarrow 0$ , где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения

$$C_{D,k}^{We \rightarrow 0} = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_{b,k}} \left( 1 + \frac{3}{16} \text{Re}_{b,k}^{0.687} \right), & \text{Re}_{b,k} \leq 10^3, \\ 0.44, & \text{Re}_{b,k} > 10^3, \end{cases}$$

$C_{D,k}^{We \rightarrow \infty} = 8/3 + 24/\text{Re}_{b,k}$  — коэффициент сопротивления деформируемого пузырька при больших числах Вебера и  $\Delta C_{D,k} = \tanh[0.0038(\text{We} \text{Re}_{b,k}^{0.2})^{1.6}]$  — интерполяционная функция, описывающая переход от малых чисел Вебера к большим [25]. Коэффициент в выражении для расчета эффекта присоединенной массы (II)  $C_m = 0.5$ . В радиальном направлении на пузырек действуют четыре силы: подъемная сила (IV), турбулентная диффузия (V), пристеночная сила (VI) и турбофорез. Основными из них являются первые три. Турбофорез (турбулентная миграция) определяется первым слагаемым в правой части второго уравнения системы (3). Выражение для подъемной силы (IV) имеет вид [26],  $C_{L,k}$  — коэффициент в выражении для подъемной силы [24]

$$C_{L,k} = \begin{cases} \min[0.288 \tanh(0.121 \text{Re}_{b,k}), f(\text{Eo}_b)], & \text{Eo}_b \leq 4, \\ f(\text{Eo}_b), & 4 \leq \text{Eo}_b \leq 10, \\ -0.27, & \text{Eo}_b > 10. \end{cases}$$

Здесь  $f(\text{Eo}_b)$  — поправочная функция, приведенная в [25],  $\text{Eo}_b = \frac{g(\rho - \rho_b) D_H^2}{\sigma}$  — модифицированное число Этвеша, где  $D_H$  — максимальный горизонтальный размер пузырька. Отметим, что в модели [27] значение коэффициента  $C_{L,k} = -0.29$ , но по данным [28] была выбрана величина  $C_{L,k} = -0.27$ . Коэффициент в выражении для турбулентной диффузии (V)  $C_T = 0.1$  [20] и  $\alpha_k$  — локальное газосодержание  $k$ -й фракции. Направление действия подъемной силы зависит не только от направления движения потока, но и от размера пузырьков [27,28]. Формула для  $C_{L,k}$  записана с учетом смены его знака для пузырьков размером больше 5 мм. Пристеночная сила (VI), определяется из [29] и имеет одинаковое направление в сторону оси канала, как для подъемного, так и для опускного течений. Когда пузырек подходит непосредственно близко к стенке трубы или канала, процесс обтекания потоком жидкой фазы значительно изменяется. С учетом условия прилипания жидкости на твердой стенке трубы скорость течения жидкой фазы на стороне пузырька, обращенной

к стенке, меньше, чем на его противоположной стороне. Вследствие этого возникает сила, вызванная градиентом давления, которая отталкивает пузырек от стенки в сторону оси трубы. По своей физической сути эта сила подобна пристеночным силам в теории смазки.

Система дифференциальных уравнений для расчета реингольдсовых напряжений в дисперсной фазе имеет вид [23].

### 1.5. Уравнение описания динамики пузырьков

Уравнение переноса пузырька с осредненным объемом  $\bar{v}$  имеет вид [19]. Оно получено из уравнения баланса популяции (population balance equation), часто используемого при описании эволюции размера пузырьков в полидисперсных турбулентных течениях:

$$\underbrace{\frac{\partial(U_{bj}\bar{v}_k)}{\partial x_j}}_I = - \underbrace{\frac{1}{\rho_b} \frac{\partial(\rho_{b,k}U_{ij})}{\partial x_j}}_II \bar{v}_k - \underbrace{0.5(r_{1,k}\bar{v}_k^2 - r_{2,k}\alpha_k)}_III. \quad (5)$$

Здесь  $r_1$  — функция, описывающая дробление пузырьков  $k$ -й фракции,  $[1/(m^3s)]$  и  $r_2$  — функция, описывающая коалесценцию пузырьков  $k$ -й фракции,  $[m^3/s]$ . В сравнении с уравнением баланса популяции уравнение производства пузырьков текущей  $k$ -й группы (5) имеет более упрощенный вид.

Оно записано с учетом конвективного (I) переноса, расширения пузырька газа за счет изменения его плотности (II) (например, за счет межфазного теплообмена и(или) изменения градиента давления) и совместных явлений дробления/коалесценции (III). Конвективный перенос объема пузырька  $v$  в левой части уравнения компенсируется дроблением/коалесценцией и расширением пузырька газа в правой части этого уравнения. Уравнение (5) удобно для численной оценки изменения количества пузырьков в эйлеровых двухжидкостных моделях. Зная объем пузырька в любом контрольном объеме расчетной области, мы можем рассчитать распределение его размеров по поперечному сечению в предположении, что не теряется сферичностью формы, и определить локальное газосодержание.

### 1.6. Дробление и коалесценция

Для определения функций, описывающих дробление и коалесценцию пузырьков  $k$ -й фракции, привлекается модель [30]. В основу процесса коалесценции в этой модели положен механизм столкновений частиц вследствие их вовлечения в турбулентное движение сплошной среды. В модели рассматривается предположение, что сталкиваются только два пузырька, что и происходит в реальности чаще всего. Коалесценция состоит из трех процессов: 1) столкновение пузырьков, 2) образование тонкой пленки между двумя столкнувшимися частицами и 3) разрыва этой тонкой пленки после достижения критической толщины и образования одного пузырька.

Дробление пузырьков происходит при их взаимодействии с турбулентными вихрями несущей фазы. Скорость дробления определяется силами межфазного взаимодействия, приводящего к деформации и дроблению пузырька. В модели считается, что дробление происходит на два пузырька одинакового размера, т.е.  $v_1 = 2v_2$ . Критический диаметр частиц дисперсной фазы, при превышении которого возможен процесс дробления, определяется из равенства числа Вебера критическому значению Вебера ( $We = We_{cr} = 3$ ). В работах [30,31] показано, что в случае осциллиций дробление возможно в случае, когда  $We < We_{cr}$ . Поэтому, согласно [31], была выбрана величина критического числа Вебера  $We_{cr} = 1.24$ . Предполагается, что мелкие вихри не располагают необходимой энергией для дробления пузырьков. Самые крупные вихри не дробят пузырьки, а только переносят их в пространстве. Вихри, имеющие размер, сопоставимый с размером или меньше могут его дробить.

## 2. Методика численной реализации

Использованная в работе методика численного решения соответствует таковой из [32]. Решение было получено с использованием метода конечных объемов на разнесенных сетках. Для конвективных слагаемых дифференциальных уравнений применялась процедура QUICK третьего порядка точности. Для диффузионных потоков были использованы центральные разности второго порядка точности. Коррекция поля давления осуществлялось по конечно-объемной согласованной процедуре SIMPLER. В работе применялась неравномерная расчетная сетка в аксиальном и радиальном направлениях (сгущение расчетных узлов в районе стенки трубы и в начальных сечениях трубы). Диаметр трубы равнялся  $2R = 20\text{ mm}$ , а длина расчетной области  $L = 1\text{ m}$ . Все расчеты были проведены на сетке, содержащей  $256 \times 100$  контрольных объемов (КО). Дополнительно были проведены расчеты на сетке, содержащей  $400 \times 200$  КО. Отличие в результатах расчетов числа Нуссельта для газожидкостного турбулентного течения и скоростей жидкости и пузырьков не превысили 1%. Первая расчетная ячейка располагалась на расстоянии от стенки  $y_+ = u_*y/\nu \approx 0.4$  (скорость трения  $u_*$  определялась для однофазного течения жидкости при прочих идентичных параметрах). В вязком подслое для корректного расчета резких градиентов параметров двухфазного потока располагалось не менее 10 КО.

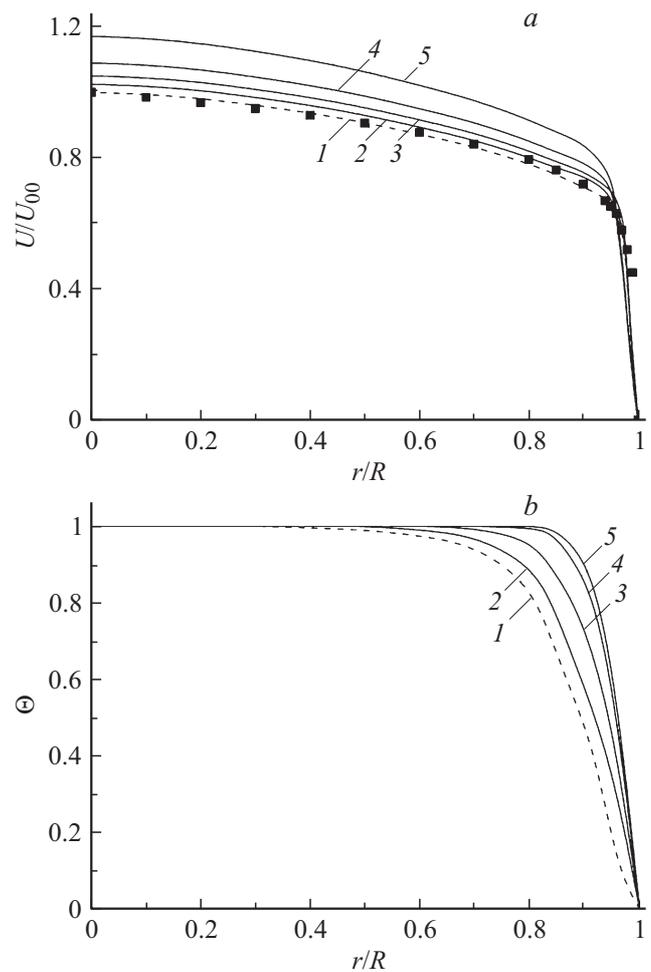
На оси трубы задаются условия симметрии для газовой и дисперсной фаз. На стенке ставятся условия непроницаемости для обеих фаз и прилипания для жидкой фазы. В выходном сечении граничные условия поставлены в виде нулевых производных параметров в аксиальном направлении. Для осредненных компонент скоростей и температуры дисперсной фазы и их пульсаций граничные условия на ограничивающей поверхности имеют вид [11].

### 3. Результаты численного моделирования и их анализ

Все расчеты выполнены для системы вода–воздушные пузырьки при атмосферном давлении. Объемное расходное газосодержание  $\beta = 0–20\%$ . Среднемассовая скорость жидкости составляла  $U_{m1} = 0.3–3$  м/с, что соответствовало числу Рейнольдса  $Re = U_{m1}2R/\nu = (0.5–6) \cdot 10^4$ . Расчеты были проведены при постоянной температуре стенки  $T_W = \text{const}$ , которая варьировалась в диапазоне  $T_W = 303–323$  К. С целью упрощения математической модели непрерывная функция распределения дисперсной фазы по размерам заменяется гистограммой и вводится понятие классов пузырьков. Классы пузырьков обозначаются индексом  $k$  ( $k = 1, 2$  и  $3$ ). Расчеты были выполнены для трех групп пузырьков ( $N = 3$ ):  $d_1 = 0–2$  мм,  $2–5$  и  $> 5$ . В расчетах было принято, что  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 \approx 0.33\Phi$ . Их размер был постоянным в начальном сечении трубы, далее за счет действия процессов дробления и коалесценции он изменялся как по длине, так и радиусу трубы. В работе сделано допущение, что скорость пузырьков различных фракций одинакова, что согласуется с MUSIG подходом. Температуры жидкости и воздушных пузырьков на входе в вычислительную область были равны  $T_1 = T_{b1} = 293$  К, далее они изменялись за счет теплообмена со стенкой канала. Тепловой участок начинался на расстоянии  $1.5$  м ( $x/(2R) = 75$ ) от входа, что соответствует гидродинамически стабилизированному участку течения. Распределения параметров, приведенные на всех рисунках, получены на расстоянии  $25$  диаметров трубы от начала теплообменного участка.

Расчитанные профили скорости и температуры жидкости по сечению трубы приведены на рис. 1, где  $U_{00}$  — осредненная скорость однофазного потока жидкости на оси трубы. Штрихом обозначены результаты расчетов для однофазного течения жидкости при прочих идентичных условиях. Точками на рис. 1, *a* обозначен степенной профиль скорости для однофазного потока  $U/U_{00} = (1 - r/R)^{1/7}$ . Отметим, что рост объемного расходного газосодержания приводит к значительным отличиям в распределении аксиальной осредненной скорости жидкости по сечению трубы (рис. 1, *a*). Величина скорости жидкости в пузырьковом потоке возрастает в сравнении с однофазным течением. Эта тенденция становится более заметной при росте  $\beta$ , что можно объяснить уносом жидкой фазы пузырьками и уменьшением поперечного сечения, занятого жидкой фазой.

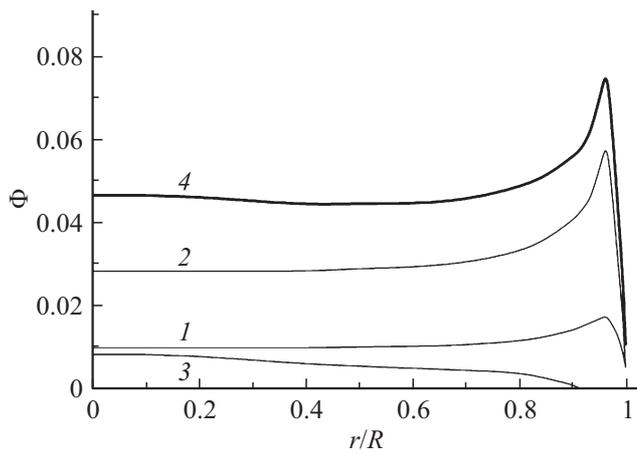
Распределения относительной температуры жидкой фазы  $\Theta = (T_W - T)/(T_W - T_0)$  по радиусу трубы представлено на рис. 1, *b*, где  $T_W$  — температура стенки,  $T_0$  — температура жидкости на оси трубы. Возрастание начального значения объемного расходного газосодержания приводит к увеличению заполненности профилей температуры в пристенной зоне, что говорит об интенсификации теплообмена между стенкой и двухфазным течением. При этом в ядре потока распределения



**Рис. 1.** Распределения осредненной аксиальной скорости жидкости в газожидкостном потоке по радиусу трубы (*a*) и безразмерной температуры жидкости (*b*).  $2R = 20$  мм,  $Re = 10^4$ ,  $U_{m1} = 0.5$  м/с,  $T_W = 313$  К,  $T_1 = T_{b1} = 293$  К,  $x/(2R) = 100$ ,  $d_1 = 0–2$  мм,  $2–5$ ,  $> 5$ . 1 —  $\beta = 0$  (однофазный поток), 2 — 0.01, 3 — 0.05, 4 — 0.1, 5 — 0.2.

температур для двухфазного режима течения качественно подобны таковым для однофазного течения жидкости. Для измерений [33] и расчетов [11], проведенных для опускного режима течения, также является характерным увеличение заполненности профиля температуры в окрестности стенки в газожидкостном потоке по сравнению с однофазным течением.

Профили различных фракций воздушных пузырьков по радиусу трубы показаны на рис. 2. Видно, что профиль суммарного газосодержания имеет максимум, расположенный в окрестности стенки. За счет действия подъемной силы небольшие пузырьки (линии 1 и 2) перемещаются к стенке трубы и их профили локального газосодержания имеют ярко выраженные максимумы в этой области. В турбулентном ядре течения для этих фракций характерно практически равномерное распределение локального газосодержания. Крупные пузырьки ( $d > 5$  мм) группируются в районе оси трубы [20,34], тогда как в пристенной части трубы образуется зона,

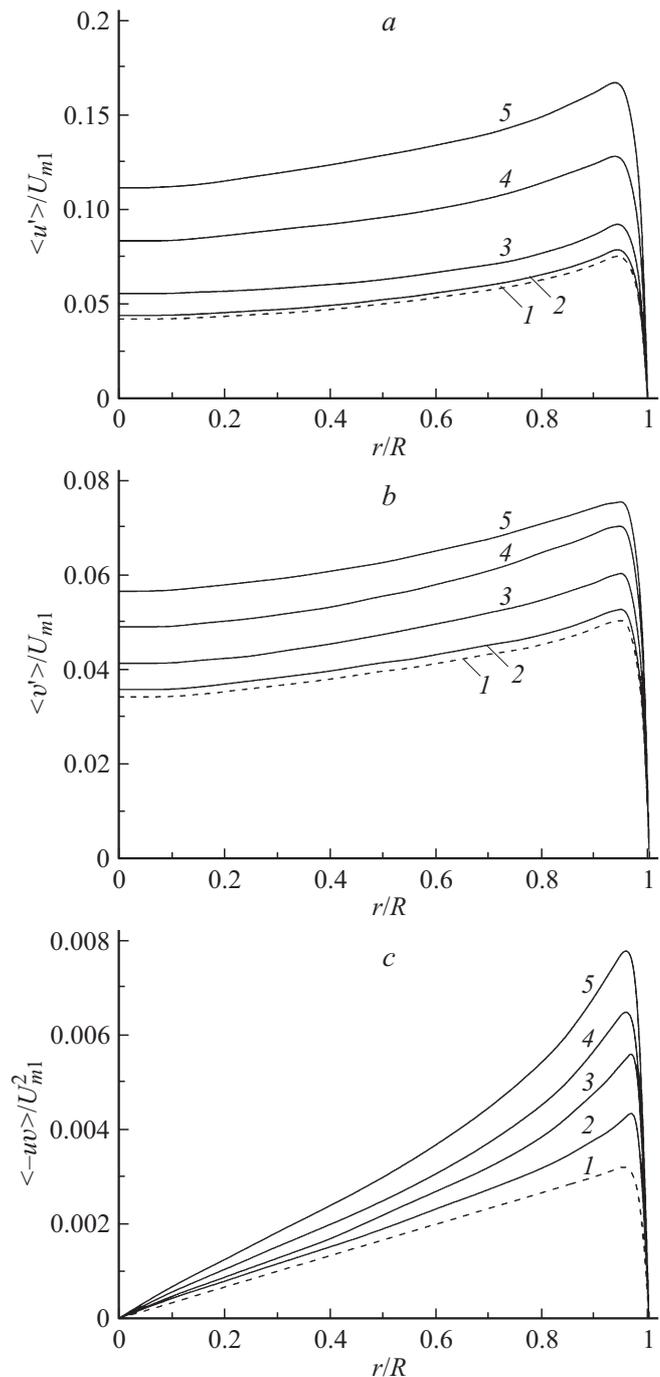


**Рис. 2.** Профили распределения пузырьков различных фракций по сечению трубы.  $\Phi = 0.05$ ,  $Re = 10^4$ , 1 —  $d = 0-2$  mm, 2 — 2-5, 3 —  $> 5$ , 4 — суммарный профиль газосодержания.

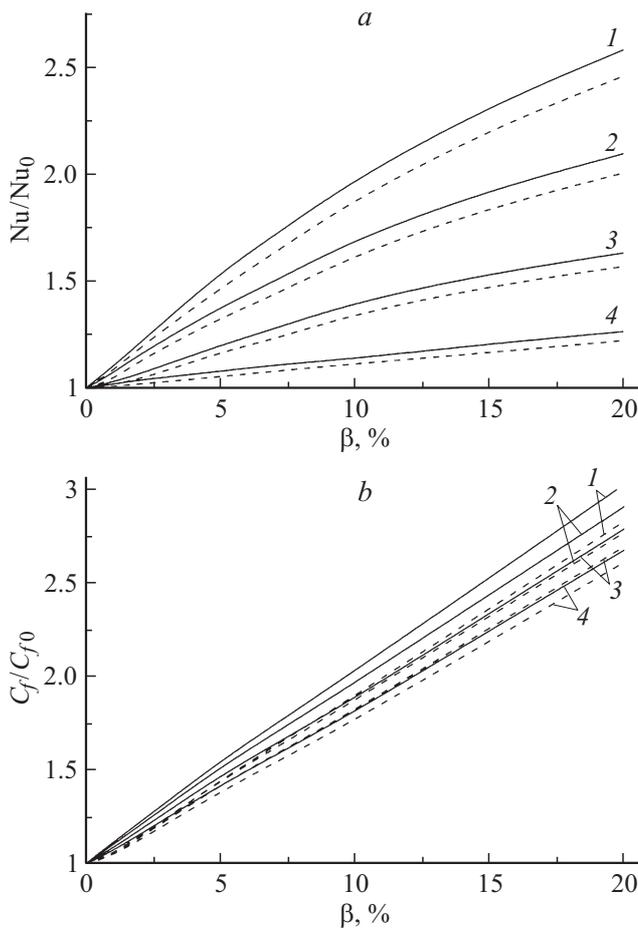
свободная от крупных пузырьков. В численной модели для учета этого явления изменяется знак в выражении для подъемной силы, и пузырьки перемещаются в сторону оси трубы (линия 3). Поэтому суммарное газосодержание полидисперсного потока (линия 4) имеет два максимума — в пристенной (для небольших пузырьков) и центральной (для крупных воздушных пузырьков) зонах трубы. Аналогичные численные результаты были получены для изотермического полидисперсного потока [20].

Данные по влиянию добавления воздушных пузырьков на турбулентные характеристики жидкости приведены на рис. 3. На рис. 3, *a* представлены распределения аксиальных пульсаций скорости жидкости  $\langle u' \rangle$ , на рис. 3, *b* изображены радиальные пульсации  $\langle v' \rangle$  и на рис. 3, *c* — рейнольдсовы напряжения  $\langle uv \rangle$ . Штриховые линии — результаты расчетов для однофазного течения жидкости. Показана существенная неизотропность в распределении интенсивности пульсаций скорости жидкости по радиусу трубы даже для однофазного турбулентного течения жидкости. Получить аналогичные результаты с использованием изотропной  $k-\varepsilon$ -модели было бы невозможно. Видно, что добавление газовой фазы приводит к генерации турбулентности в сравнении с однофазным потоком турбулентной жидкости. Этот эффект возрастает по мере роста объемного расходного газосодержания  $\beta$ . В ядре поток наблюдается более равномерное распределение турбулентности жидкости, чем в пристенной области. Так же как и для однофазного потока, максимальное значение турбулентности находится в пристенной зоне, где в восходящем потоке имеет место локальный максимум концентрации пузырьков (рис. 2). Добавление пузырьков вызывает заметное увеличение величины напряжений Рейнольдса жидкой фазы практически по всему сечению трубы (рис. 3, *c*). Максимум рейнольдсовых напряжений располагается в пристенной области трубы, так же как и для двухфазного потока без теплообмена [35].

Данные по влиянию пузырьков на параметр интенсификации теплообмена  $Nu/Nu_0$  в зависимости от числа Рейнольдса и объемного расходного газосодержания приведены на рис. 4, где  $Nu_0$  — число Нуссельта в однофазном течении жидкости. При расчете числа Рейнольдса фиксированным параметром полагался диаметр канала. Увеличение газосодержания вызывает существенное возрастание интенсивности теплообмена



**Рис. 3.** Влияние пузырьков на турбулентность жидкой фазы. 1 —  $\beta = 0$  (однофазный поток жидкости), 2 — 0.01, 3 — 0.05, 4 — 0.1, 5 — 0.2. Условия проведения расчетов соответствуют данным рис. 1.



**Рис. 4.** Изменение параметра интенсификации теплообмена (а) и коэффициента трения на стенке (б) в зависимости от числа Рейнольдса жидкой фазы. Штрихи — расчет для монодисперсного потока ( $d = 1.9$  mm), сплошные линии — расчет для полидисперсного течения.  $2R = 20$  mm,  $T_w = 313$  K,  $T_1 = T_{b1} = 293$  K,  $x/(2R) = 100$ ,  $d_1 = 0-2$  mm, 2–5,  $> 5$ . 1 —  $Re = 5000$ , 2 — 104, 3 —  $2 \cdot 10^4$ , 4 —  $4 \cdot 10^4$ .

между стенкой и двухфазным течением. Заметим, что наиболее интенсивное увеличение теплопереноса характерно для небольших значений  $\beta < 0.1$ . С ростом числа Рейнольдса потока наблюдается снижение интенсификации теплообмена от стенки к пузырьковому течению. Это качественно согласуется с данными экспериментов [3,33] и расчетов [12]. Вероятнее всего, это связано с тем, что воздействие пузырьков на теплоперенос становится менее заметным в сравнении с воздействием собственной турбулентности потока жидкости.

На рис. 4, б представлены результаты расчетов изменения коэффициента трения  $C_f/C_{f0}$ , где

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\tau_w}{\rho U_1^2} \quad \text{и} \quad \frac{C_{f0}}{2} = \frac{\tau_{w0}}{\rho_0 U_{1,0}^2}$$

— величины коэффициентов трения для двухфазного и однофазного потоков при прочих идентичных условиях. Индексы 0 — однофазный поток и 1 — начальное

значение параметра. Увеличение объемного расходного газосодержания приводит к значительному возрастанию коэффициента сопротивления. Отметим наиболее интересные выводы по рис. 4, б. Рост значения параметра модификации трения при изменении объемного расходного газосодержания пузырьков наблюдается при малых числа Рейнольдса. По мере его увеличения этот эффект ослабевает, и величина коэффициента трения стремится к значению для однофазного течения.

Одним из важнейших вопросов при моделировании двухфазных потоков является вопрос о необходимости расчета по полной модели для полидисперсного течения с учетом изменения размеров частиц за счет дробления и коалесценции, и когда можно получить вполне удовлетворительные результаты при использовании существенно более простого монодисперсного подхода при прочих идентичных условиях.

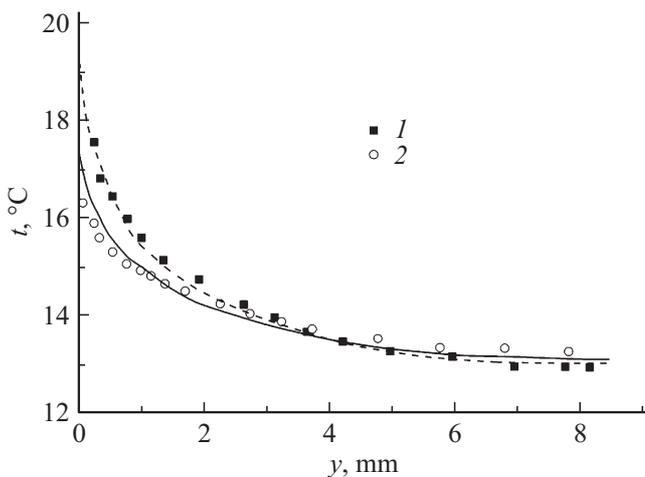
Результаты расчетов теплообмена и трения на стенке для моно- (штриховые линии) и полидисперсного (сплошные линии) потоков приведены на рис. 4. Расчет для монодисперсного течения выполнен при среднеемном размере пузырьков  $d = 1.9$  mm, что соответствует среднему диаметру газовой фазы для полидисперсного потока. Остальные условия для проведения численных расчетов были идентичные. Отметим, что при выбранных в работе среднеемном размере пузырьков для моно- и полидисперсного потоков и величине газосодержания отличия в расчетах числа Нуссельта и коэффициента трения на стенке не превышают 10%. Значения интенсификации теплообмена и трения в монодисперсном потоке получаются ниже соответствующих значений для полидисперсного течения. Поэтому можно сделать вывод, что в полидисперсном потоке присутствие более мелких фракций пузырьков в окрестности стенки трубы, где наблюдается пик их концентрации, вызывает интенсификацию теплообмена. Крупные газовые включения располагаются в ядре течения, но при этом их количество мало (рис. 2) и не оказывает большого влияния на теплообмен. Отметим, что в восходящем потоке вдоль поверхности плоской пластины рост диаметра пузырьков приводит к снижению величины интенсификации теплопереноса [9], тогда как для нисходящего режима наблюдается, наоборот, его интенсификация [11]. Аналогичная картина наблюдается и по трению на стенке: в монодисперсном потоке трение несколько меньше, чем в полидисперсном течении. В пристенной зоне трубы в полидисперсном потоке присутствуют более мелкие и крупные пузырьки, чем средний размер газовой фазы в монодисперсном потоке. С увеличением размера пузырьков трение возрастает за счет значительного увеличения градиентов скорости в этой области.

Возможно, выбранные значения по размерам частиц, их концентрациям не являются самыми показательными. Работа по определению пороговых значений для перехода от монодисперсного представления к полидисперсному требует отдельного подробного исследования, что выходит за рамки настоящей работы.

#### 4. Результаты сопоставительного анализа с данными измерений

Для сопоставительного анализа в работе были использованы экспериментальные данные [4]. Измерения были проведены для восходящего потока смеси воды с воздушными пузырьками при атмосферном давлении. Диаметр трубы  $2R = 16.9 \text{ mm}$ , среднерасходная скорость жидкости  $J_L = 0.93 \text{ m/s}$  и газа  $J_b = 0.32 \text{ m/s}$ , диаметр пузырьков  $d = 4.2 \text{ mm}$ , плотность теплового потока, подводимого к стенке трубы,  $q_w = 117.5 \text{ kW/m}^2$ . Длина участка формирования течения жидкости с воздушными пузырьками без теплообмена равнялась  $0.77 \text{ m}$ , далее вверх по течению начинался теплообменный участок длиной  $0.97 \text{ m}$ . Измерения температуры жидкой фазы были выполнены на расстоянии  $x/(2R) = 100$  от сечения ввода газовой фазы. Пузырьки вводились через капилляр диаметром  $2 \text{ mm}$  на оси трубы. В работе были выполнены измерения локального газосодержания и температуры стенки.

На рис. 5 приведены данные сопоставительного анализа разработанной модели с данными экспериментов [4]. Приведены данные по профилям температуры для однофазного потока жидкости (штриховая линия) и пузырькового потока (сплошная линия). В ядре потока температуры жидкости изменяется слабо, основное изменение наблюдается в тонком пристенном слое. Это характерно как для экспериментальных данных [4], так и для наших численных расчетов. В целом можно сделать вывод, что имеется неплохое согласие с данными измерений по распределению температуры жидкости по радиусу трубы.



**Рис. 5.** Профиль температуры жидкости по радиусу трубы. Точки — эксперимент [4], линии — расчеты: сплошная линия — газожидкостный поток, штрихи — однофазное течение.  $2R = 16.9 \text{ mm}$ ,  $J_L = 0.93 \text{ m/s}$ ,  $d = 4.2 \text{ mm}$ ,  $q_w = 117.5 \text{ kW/m}^2$ ,  $x/(2R) = 100$ . 1 — однофазный поток ( $J_b = 0 \text{ m/s}$ ), 2 — газожидкостный поток ( $J_b = 0.32 \text{ m/s}$ ).

#### Заключение

Разработана эйлерова двухжидкостная модель для описания процессов переноса импульса и тепла в вертикальных газожидкостных течениях. Для моделирования турбулентности несущей среды используется модифицированная модель переноса рейнольдсовых напряжений. В модели учитываются процессы дробления, коалесценции пузырьков и их расширения при изменении температуры газа.

Выполнен численный расчет динамики и теплопереноса восходящего пузырькового потока в трубе. Структура течения в неизотермическом потоке при добавлении воздушных включений аналогична двухфазному газожидкостному потоку без теплообмена. Добавление газовой фазы вызывает возрастание теплообмена по сравнению с однофазным, причем этот эффект становится более заметным с ростом газосодержания. Рост скорости потока приводит к уменьшению параметра интенсификации теплообмена. Проведено сравнение с результатами эксперимента. Показано, что данная модель качественно и количественно правильно описывает распределения температуры жидкости по сечению трубы. Таким образом, разработанная авторами модель способна адекватно описывать сложные закономерности в распределении параметров неизотермического газожидкостного потока.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект РФФИ № 14-08-00520) и в рамках Программы повышения конкурентоспособности Томского государственного университета среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

#### Список литературы

- [1] Доманский И.В., Тишин В.Б., Соколов В.Н. // Журн. прикл. химии. 1969. Т. 42. № 4. С. 851–856.
- [2] Соколов В.Н., Доманский И.В., Давыдов И.В., Тишин В.Б. // Теор. осн. хим. техн. 1971. Т. 5. № 3. С. 394–400.
- [3] Бобков В.П., Ибрагимов М.Х., Тычинский Н.А., Федотовский В.С. // Инж.-физ. журн. 1973. Т. 24. № 5. С. 781–789.
- [4] Sekoguchi K., Nakazatomi M., Sato Y., Tanaka O. // Bull. JSME. 1980. Vol. 23. P. 1625–1631.
- [5] Sato Y., Sadatomi M., Sekoguchi K. // Int. J. Multiphas. Flow. 1981. Vol. 7. P. 167–177.
- [6] Marie J.L. // Int. J. Multiphas. Flow. 1987. Vol. 13. P. 309–325.
- [7] Горелик П.С., Кашинский О.Н., Накоряков В.Е. // Теплофизика высоких температур. 1989. Т. 27. № 2. С. 300–305.
- [8] Lahey R.T., Jr., Drew R.T. // Nucl. Eng. Des. 2001. Vol. 204. P. 29–44.
- [9] Mikielewicz D. // Int. J. Heat Mass Tran. 2003. Vol. 46. P. 207–220.
- [10] Yeoh G.H., Tu J.Y. // Appl. Math. Model. 2006. Vol. 30. P. 1067.
- [11] Пахомов М.А., Терехов В.И. // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49. № 5. С. 737–744.
- [12] Lopez de Bertodano M., Lee S.J., Lahey R.T., Jr., Drew D.A. // ASME J. Fluid. Eng. 1990. Vol. 112. P. 107–113.

- [13] *Зайчик Л.И., Скибин А.П., Соловьев С.Л.* // Теплофизика высоких температур. 2004. Т. 42. № 1. С. 111–117.
- [14] *Терехов В.И., Пахомов М.А.* // Теплофизика высоких температур. 2008. Т. 46. № 6. С. 924–930.
- [15] *Чернышев А.С., Шмидт А.А.* // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. Вып. 12. С. 17–24.
- [16] *Wu Q., Kim S., Ishii M., Beus S.G.* // Int. J. Heat Mass Tran. 1998. Vol. 41. P. 1103–1112.
- [17] *Pohorecki R., Moniuk W., Bielski P., Zdrojkowski A.* // Chem. Eng. Sci. 2001. Vol. 56. P. 6157–6164.
- [18] *Lehr F., Mewes D.* // Chem. Eng. Sci. 2001. Vol. 56. P. 1159–1166.
- [19] *Ishii M., Kim S., Uhle J.* // Int. J. Heat Mass Tran. 2002. Vol. 45. P. 3111–3123.
- [20] *Politano M., Carrica P., Converti J.* // Int. J. Multiphas. Flow. 2003. Vol. 29. P. 1153–1182.
- [21] *Krepper E., Lucas D., Frank T., Prasser H.-M., Zwart P.J.* // Nucl. Eng. Des. 2008. Vol. 238. P. 1690–1702.
- [22] *Mukin R.V.* // Int. J. Multiphas. Flow. 2014. Vol. 62. P. 52–66.
- [23] *Zaichik L.I.* // Phys. Fluids. 1999. Vol. 11. P. 1521–1534.
- [24] *Manceau R., Hanjalic K.* // Phys. Fluids. 2002. Vol. 14. P. 744–754.
- [25] *Loth E.* // Int. J. Multiphas. Flow. 2008. Vol. 34. P. 523–546.
- [26] *Drew D.A., Lahey R.T., Jr.* // Int. J. Multiphas. Flow. 1987. Vol. 13. P. 113–121.
- [27] *Tomiyama A., Tamai H., Zun I., Hosokawa S.* // Chem. Eng. Sci. 2002. Vol. 57. P. 1849–1958.
- [28] *Hibiki T., Ishii M.* // Chem. Eng. Sci. 2007. Vol. 62. P. 6457–6474.
- [29] *Antal S.P., Lahey R.T., Flaherty J.F.* // Int. J. Multiphas. Flow. 1991. Vol. 17. P. 635–652.
- [30] *Nguyen V.T., Song C.-H., Bae B.U., Euh D.J.* // Int. J. Multiphas. Flow. 2013. Vol. 54. P. 31–42.
- [31] *Yao W., Morel C.* // Int. J. Heat Mass Tran. 2004. Vol. 47. P. 307–328.
- [32] *Пахомов М.А., Терехов В.И.* // ЖТФ. 2013. Т. 83. № 2. С. 36–42.
- [33] *Ганчев Б.Г., Пересадыко В.Г.* // Инж.-физ. журн. 1985. Т. 49. № 2. С. 181–189.
- [34] *Zun I.* // Nucl. Eng. Des. 1990. Vol. 118. P. 155–162.
- [35] *Wang S.K., Lee S.J., Jones O.C., Lahey R.T., Jr.* // Int. J. Multiphas. Flow. 1987. Vol. 13. P. 327–343.