

## Дислокационно-кинетическая модель формирования дислокационной структуры при распространении интенсивной ударной волны в нанокристаллическом материале

© Г.А. Малыгин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: malygin.ga@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 20 ноября 2014 г.)

Обсуждается теоретически дислокационно-кинетическая модель формирования и распространения в нанокристаллическом материале (размер зерен 1–100 nm) ударных пластических волн в диапазоне давлений 1–50 GPa. Основой модели служит нелинейное уравнение реакционно-диффузионного типа для плотности дислокаций, включающее в себя процессы размножения, аннигиляции и диффузии дислокаций с учетом сильного поглощения дислокаций границами нанозерен. Получено решение этого уравнения в виде бегущей с постоянной скоростью волны плотности дислокаций и найдены зависимости плотности дислокаций и ширины дислокационного фронта от размера нанозерен и давления в волне. Сравнение найденных зависимостей с имеющимися в литературе результатами экспериментов и молекулярно-динамического моделирования ударно-деформируемых нанокристаллических материалов показывает хорошее их количественное согласие.

### 1. Введение

Нанокристаллические и наноструктурированные материалы обладают высокой прочностью (высоким сопротивлением пластической деформации) и являются в настоящее время предметом многочисленных исследований [1–3], в том числе и в условиях динамического воздействия на них ударными волнами сжатия большой интенсивности [4–9]. Имеющиеся сейчас электронно-микроскопические данные [6–9] показывают, что при размерах нанозерен 5–100 nm и давлениях в ударной волне 10–50 GPa (скоростях деформации выше  $10^7 \text{ s}^{-1}$ ) плотность дислокаций в нанокристаллических Cu [6,7], Ni [8] и Fe [9] достигает  $10^{16}–10^{17} \text{ m}^{-2}$ . Вблизи верхней границы указанного диапазона размеров зерен преобладают полные дислокации, а у нижней границы дислокационная структура состоит преимущественно из частичных дислокаций Шокли. В металлах с низкими значениями энергии дефектов упаковки (Cu [10], сплав Ni–W [10]) в диапазоне размеров зерен меньше 10–20 nm деформационная структура состоит главным образом из нанодвойников. Как и в условиях квазистатической деформации [11], при величине зерен  $d < 100 \text{ nm}$  образование ячеистой дислокационной структуры в наноматериалах при ударе не наблюдается.

В настоящее время наряду с реальными физическими экспериментами распространение получили виртуальные эксперименты по исследованию деформационного поведения нанокристаллических материалов методом молекулярно-динамического (МД) моделирования в условиях ударного их нагружения [5–9]. Эксперименты по МД-моделированию показали, что при ударном воздействии на нанокристаллический материал

основным механизмом деформации, как и при квазистатических скоростях деформации  $10^{-4}–10^2 \text{ s}^{-1}$  [10], является эмиссия полных или частичных дислокаций из границ и стыков зерен и их поглощение границами. Эмиссия и поглощение границами дислокаций приводят границы в неравновесное состояние и активизируют тем самым процессы зернограничного проскальзывания и поворота зерен. При МД-моделировании ударных волн в нанокристаллической меди [5,6] были обнаружены два важных обстоятельства: наличие зернограничного разупрочнения (обратного соотношения Холла–Петча) при величине зерен меньше 10–20 nm и зависимость ширины ударного пластического фронта от размера нанозерен.

Целью настоящей работы является теоретический (на основе уравнений дислокационной кинетики) анализ дислокационной структуры ударных пластических волн в нанокристаллическом материале. Недавно в [12] рассматривалось влияние размера зерен  $d > 1 \mu\text{m}$  в поликристаллическом материале на характер образующейся в нем при ударе дислокационной структуры. Проведенный в настоящей работе анализ, как и в [12], базируется на кинетическом уравнении для плотности дислокаций, включающем в себя процессы размножения, аннигиляции и диффузии дислокаций, но с учетом кинетической особенности нанокристаллического материала (размер зерен  $d < 100 \text{ nm}$ ), а именно сильного поглощения дислокаций границами нанозерен. Сейчас отсутствуют систематические экспериментальные данные по влиянию размера нанозерен на параметры ударных пластических волн (например, на их ширину и плотность дислокаций), поэтому в работе при сравнении теории и эксперимента использованы результаты МД-моделирования ударных волн в нанокристаллической меди [5,6].

## 2. Основные уравнения и соотношения

С учетом структурных особенностей нанокристаллического материала и ударного на него воздействия уравнение для плотности дислокаций имеет вид

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = \frac{u}{\lambda_m} \rho + \delta_f u \rho^{3/2} - \frac{\rho}{t_g} - h_a u \rho^2 + \lambda_{Du} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где  $\rho(x, t)$  — зависящая от времени  $t$  и координаты  $x$  в направлении распространения волны плотность дислокаций,  $u$  — скорость дислокаций,  $\lambda_D$  — характерное расстояние диффузии дислокаций в наноматериале,  $\lambda_m$  и  $1/\delta_f \rho^{1/2}$  — длина пробега дислокаций между актами их размножения на препятствиях недеформационного ( $\lambda_m^{-1} = \beta/d + \delta_f \rho_G^{1/2}$ ) и деформационного (лес дислокаций с плотностью  $\rho$ ) происхождения соответственно,  $\beta \approx 1$  и  $\delta_f \approx 10^{-2}$  — коэффициенты,  $\rho_G$  — плотность геометрически необходимых (ГН) дислокаций на фронте ударной волны (см. далее формулу(5)),  $t_g$  — время аннигиляции дислокаций в границах нанозерен,  $h_a$  — характерное расстояние аннигиляции винтовых участков дислокационных петель в объеме нанозерен механизмом поперечного скольжения.

В безразмерных переменных  $\psi = \rho/\rho_f$  и координатах  $X = x/\Lambda_0$ ,  $T = t/t_0$  уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial \psi(X, T)}{\partial T} = a\psi + \psi^{3/2} - \psi^2 + \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2}, \quad (2a)$$

где  $\rho_f = (\delta_f/bk_a)^2$ ,

$$\Lambda_0 = \delta_f^{-1}(\lambda_D bk_a)^{1/2}, \quad \lambda_D = (1/d + 1/\rho_G^{1/2})^{-1},$$

$$t_0 = \delta_f^{-2}(bk_a/u), \quad a = \delta_f^{-2} \left( \delta_f b \rho_G^{1/2} + \beta \frac{b}{d} - \frac{b}{ut_g} \right) k_a, \quad (2b)$$

$k_a = h_a/b$  — коэффициент аннигиляции дислокаций. Уравнение (2a), согласно [13], имеет решение в виде бегущей волны

$$\psi(X, T) = \frac{1}{[f + C \exp(qX - hT)]^2}, \quad (3a)$$

где  $C = f$  — постоянная интегрирования,

$$f(a) = \frac{1}{2a} [(1 + 4a)^{1/2} - 1],$$

$$q(a) = \left[ \frac{a}{6} \left( \frac{2}{(1 + 4a)^{1/2} - 1} + 1 \right) \right]^{1/2},$$

$$h(a) = \frac{2a}{3} \left( \frac{1}{(1 + 4a)^{1/2} - 1} + \frac{5}{4} \right). \quad (3b)$$

В размерных единицах уравнение (3a) принимает вид

$$\rho(x, t) = \frac{\rho_m}{\left[ 1 + \exp\left(\frac{x-Ut}{w}\right) \right]^2}, \quad (4a)$$

где  $U$  — скорость волны плотности дислокаций,  $w$  — ширина ее фронта,  $t_w = w/U$  — время образования

волны,  $\rho_m$  — максимальная плотность дислокаций в волне,

$$U = [h(a)/q(a)](\lambda_D/bk_a)^{1/2} \delta_f u,$$

$$w = \delta_f^{-1}(\lambda_D bk_a)^{1/2}/q(a),$$

$$t_w = t_0/h(a), \quad \rho_m = \rho_f/f(a)^2. \quad (4b)$$

Поскольку параметры  $\lambda_D$  и  $a$ , согласно обозначениям (2b), зависят от размера нанозерен  $d$  и плотности ГН-дислокаций  $\rho_G = \rho_G(P)$  [4,14] и, следовательно, от давления  $P$ , параметры волны (4b) также зависят от размера нанозерен и давления в волне.

## 3. Влияние размера нанозерен и давления на плотность дислокаций

Высокая плотность дислокаций  $10^{16} - 10^{17} \text{ m}^{-2}$ , фиксируемая в реальных и виртуальных экспериментах [6–9] в нанокристаллическом материале в процессе и после ударного на него воздействия, указывает на то, что в наноматериале имеются дополнительные механизмы генерации и размножения дислокаций, отсутствующие при квазистатическом деформировании поликристаллов с размером зерен больше одного микрометра. Такими обстоятельствами, способствующими накоплению дислокаций в нанокристаллическом материале, являются чрезвычайно короткая (порядка размера нанозерен  $d$ ) длина свободного пробега дислокаций после их эмиссии из границ зерен и размножение дислокаций на лесе ГН-дислокаций с плотностью  $\rho_G$ , генерируемых на фронте ударной волны (ее упругом предвестнике) [4,14],

$$\frac{\rho_G}{\rho_{G0}} = \frac{1}{3^3} \left( \frac{P}{P_0} \right)^3 = \frac{1}{(3\chi)^3} \left( \frac{\sigma}{E} \right)^3,$$

$$\rho_{G0} = \frac{\pi^2}{0.8\sqrt{2}(1-\nu)b^2}. \quad (5)$$

Здесь  $P_0 \approx E$ ,  $E$  — модуль Юнга,  $\sigma = \sigma_z$  — измеряемое в эксперименте давление (напряжение) при выходе ударной волны на тыльную поверхность образца, связанное с объемным давлением в волне соотношением  $\sigma_z = \chi P$ , где  $\chi = 3(1-\nu)/(1+\nu)$ ,  $\nu$  — коэффициент Пуассона. Оба указанных выше обстоятельства учитываются в первых членах в правых частях уравнений (1) и (2a).

Границы зерен являются не только источниками и барьерами для решеточных дислокаций, но и стоками для них. Это обстоятельство отражает третий член в правой части уравнения (1), а в уравнении (2a) — параметр  $a$  (см. обозначения (2b)). Границы зерен не могут быть безлимитным стоком для дислокаций, поскольку в результате их деформационного (дислокационного) упрочнения они оказываются заблокированными для входа в них новых дислокаций. Чтобы этого не произошло, дислокации, поглощаемые границами, должны или растворяться в них или аннигилировать,

если они разного знака, либо, перемещаясь вдоль границы, аннигилировать в стыках границ зерен [2,15]. При высоких скоростях ударного нагружения и пиконаносекундном диапазоне времен МД-моделирования диффузионно-вакансионные процессы в границах зерен с участием дислокаций сильно ограничены, если вообще возможны. Перемещение дислокаций в границах может осуществляться в этом случае атермическим механизмом перемешивания, тасования (shuffling [16]) зернограницных атомов.

Указанный механизм обеспечивает характерные времена диффузионного перемещения дислокаций в границах нанозерен порядка  $t_g = d^2/4D_{ath}$ , где  $D_{ath} = (\delta_g)^2 \omega_D$  — атермический коэффициент зернограницной диффузии,  $\delta_g \approx 2b$  — ширина границы,  $\omega_D$  — дебаевская частота. При  $b = 0.25 \text{ nm}$ ,  $\omega_D = 10^{13} \text{ s}^{-1}$  и  $d = 10\text{--}100 \text{ nm}$  получаем оценки  $D_{ath} = 0.25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  и  $t_g = 10^{-11}\text{--}10^{-9} \text{ s}^{-1}$  (т.е. характерный для ударной деформации и МД-моделирования диапазон времен). Другое обстоятельство, которое требует пояснения, — это фигурирующая в формулах для скорости волны (4b) и параметра  $a$  (2b) скорость дислокаций  $u$ , контролируемая коэффициентом вязкого торможения дислокаций  $B$ ,

$$u = \frac{b}{B} \tau, \quad \tau = \eta \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \sigma, \quad (6)$$

где  $\tau$  — девиаторная (сдвиговая) компонента давления (напряжения)  $\sigma$ . Время  $t_g$  и скорость дислокаций  $u$  определяют интенсивность поглощения дислокаций границами нанозерен. Необходимо заметить, что вследствие релаксации напряжений на ударном фронте (упругом предвестнике) из-за генерации на нем ГН-дислокаций девиаторная компонента напряжений за ударным фронтом снижается по величине на один-два порядка [6,17]. Далее при расчетах это обстоятельство будет учитывать коэффициент  $\eta = 10^{-2}$  в (6).

На рис. 1 приведены результаты расчета согласно соотношениям (4) зависимости плотности дислокаций в нанокристаллической меди ( $b = 0.256 \text{ nm}$ ,  $E = 128 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.34$ ,  $k_a = 2$ ,  $B = 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ) от координаты  $x$  при давлении  $\sigma = 10 \text{ GPa}$ , времени  $t = 2.5 \text{ ns}$  и варьировании величины нанозерен  $d$  (указана около кривых). Видно, что в соответствии с экспериментальными данными [6–8] и результатами МД-моделирования [6–9] плотность дислокаций в нанокристаллической меди составляет  $\sim 10^{17} \text{ m}^{-2}$ , т.е. она на два порядка выше плотности дислокаций в микрокристаллических образцах меди [12]. Видно также, что зависимость плотности дислокаций от размера нанозерен имеет неоднозначный характер.

Указанное обстоятельство демонстрирует рис. 2, на котором приведены результаты расчета согласно (4b) зависимости стационарной плотности дислокаций в волне  $\rho_m$  от размера нанозерен при трех давлениях. До размера зерен  $d \approx 10 \text{ nm}$  плотность дислокаций возрастает при уменьшении величины зерна, но при дальнейшем уменьшении их размера плотность резко

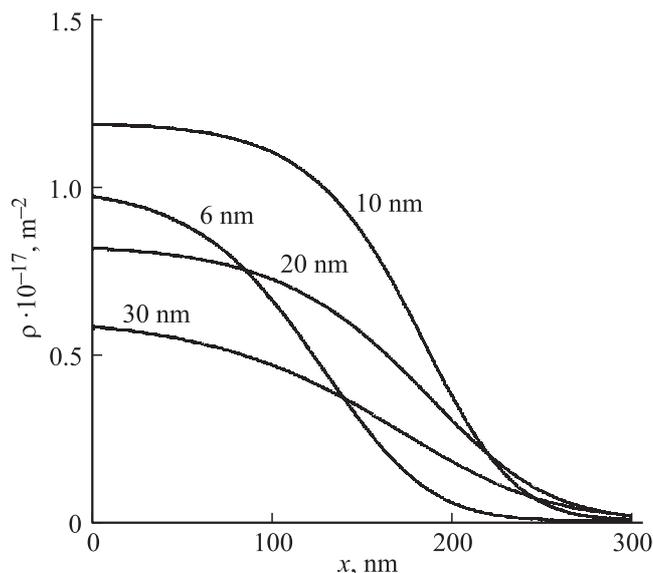


Рис. 1. Зависимость плотности дислокаций в ударной волне в нанокристаллическом материале (медь) с различным размером зерен (указан около кривых) при давлении 10 GPa от координаты  $x$  в направлении распространения волны. Расчет согласно уравнениям (4).

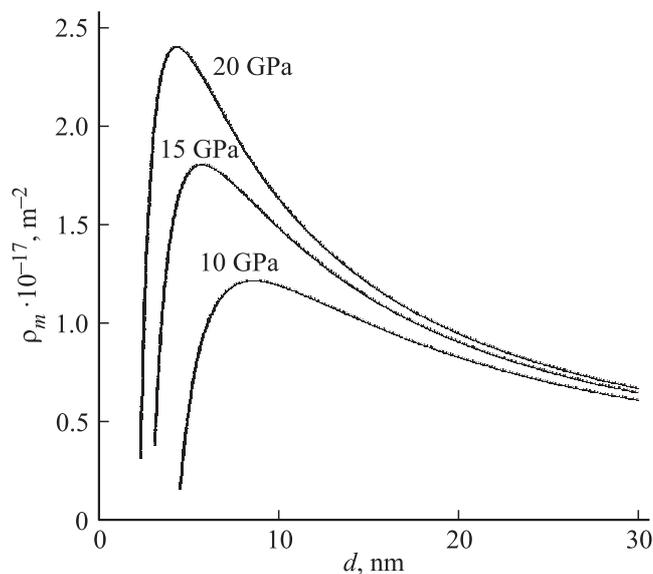
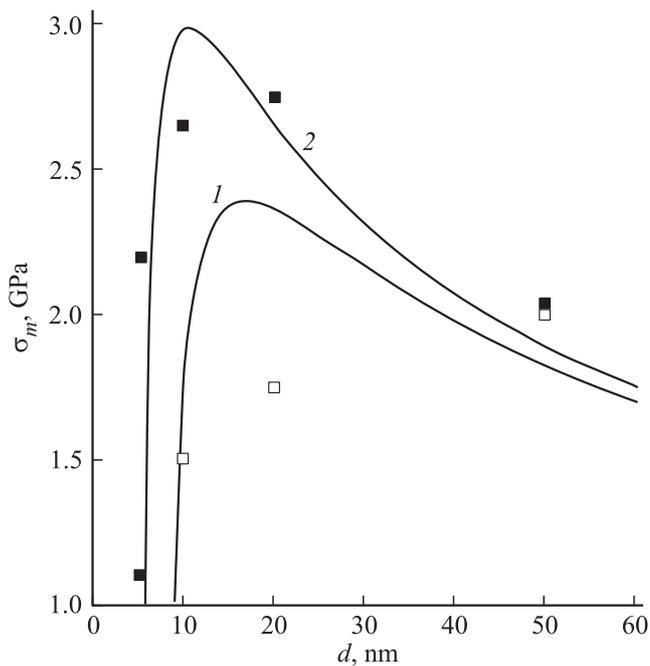


Рис. 2. Зависимость плотности дислокаций в ударной волне от размера нанозерен при трех значениях давления в волне (указаны около кривых).

снижается из-за доминирования при  $d < 10 \text{ nm}$  процесса аннигиляции дислокаций в границах зерен над процессом размножения дислокаций. Из соотношений (2b), (3b) и (4b) следует при  $a \gg 1$ ,  $f \approx a^{-1/2}$ , что

$$\rho_m \approx \frac{1}{b^2 k_a} \left[ \delta_f b \rho_G^{1/2} + \beta \frac{b}{d} - \left( \frac{d_g}{d} \right)^2 \right], \quad (7a)$$



**Рис. 3.** Зависимость напряжения течения в ударной волне от размера нанозерен при значениях давления 5 (1) и 8 ГПа (2). Экспериментальные точки — результаты МД-моделирования ударных волн в нанокристаллической меди [5,6].

где, согласно (6),

$$d_g = \left( \frac{bD_{\text{ath}}}{u} \right)^{1/2}, \quad u(\sigma) = \eta \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \frac{b\sigma}{B}. \quad (7b)$$

Из рис. 2 видно, что плотность дислокаций увеличивается с ростом давления и достигает максимального значения  $\rho_m^{\text{max}}$

$$\rho_m^{\text{max}} = \frac{1}{b^2 k_a} \left[ \delta_f b \rho_G^{1/2} + \frac{\beta^2 b^2}{4d_g^2} \right] \quad (7c)$$

при размере зерен  $d_m = 2d_g^2/\beta b$ . Поскольку, согласно (7b),  $d_g^2 \sim 1/\sigma$ , с ростом давления плотность дислокаций и размер зерен, соответствующие экстремуму кривых на рис. 2, изменяются с давлением  $\sigma$  как  $\rho_m^{\text{max}} \sim \sigma$ ,  $d_m \sim \sigma^{-1}$ , т.е. плотность дислокаций возрастает с давлением, а размер зерен  $d_m$  уменьшается.

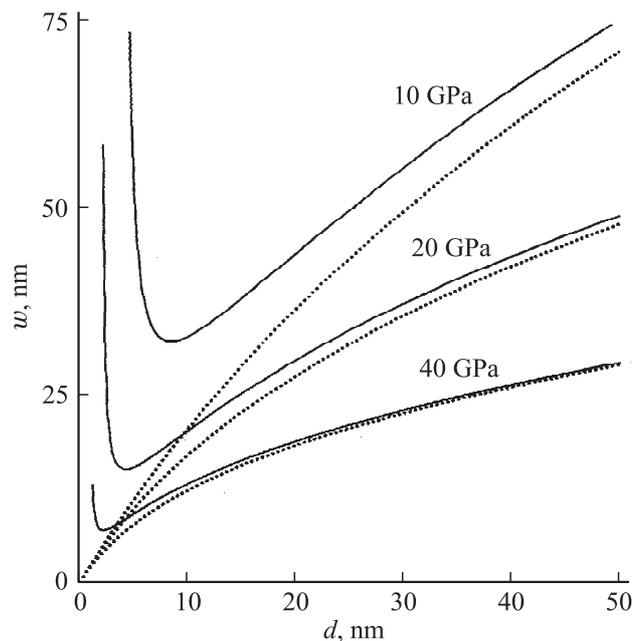
На рис. 3 приведены результаты расчета зависимостей напряжений течения в ударной волне от размера нанозерен в предположении, что эти напряжения подчиняются соотношению Тейлора  $\sigma_m = m_T \alpha \mu b \rho_m^{1/2}$ , где  $m_T = 3.05$  — фактор Тейлора,  $\alpha = 0.26$  — коэффициент взаимодействия дислокаций,  $\mu = 48$  ГПа — модуль сдвига. Кривые 1 и 2 на рис. 3 соответствуют давлениям в волне 5 и 8 ГПа. Для сравнения приведены также данные МД-моделирования ударных волн в нанокристаллической меди [5,6] (точки). Видно, что имеется качественное согласие между результатами настоящей работы и моделирования. В обоих случаях приведенные

зависимости содержат участки зернограничного упрочнения Холла–Петча (при  $d > 10$  nm) и зернограничного разупрочнения (обратного соотношения Холла–Петча при  $d < 10$  nm).

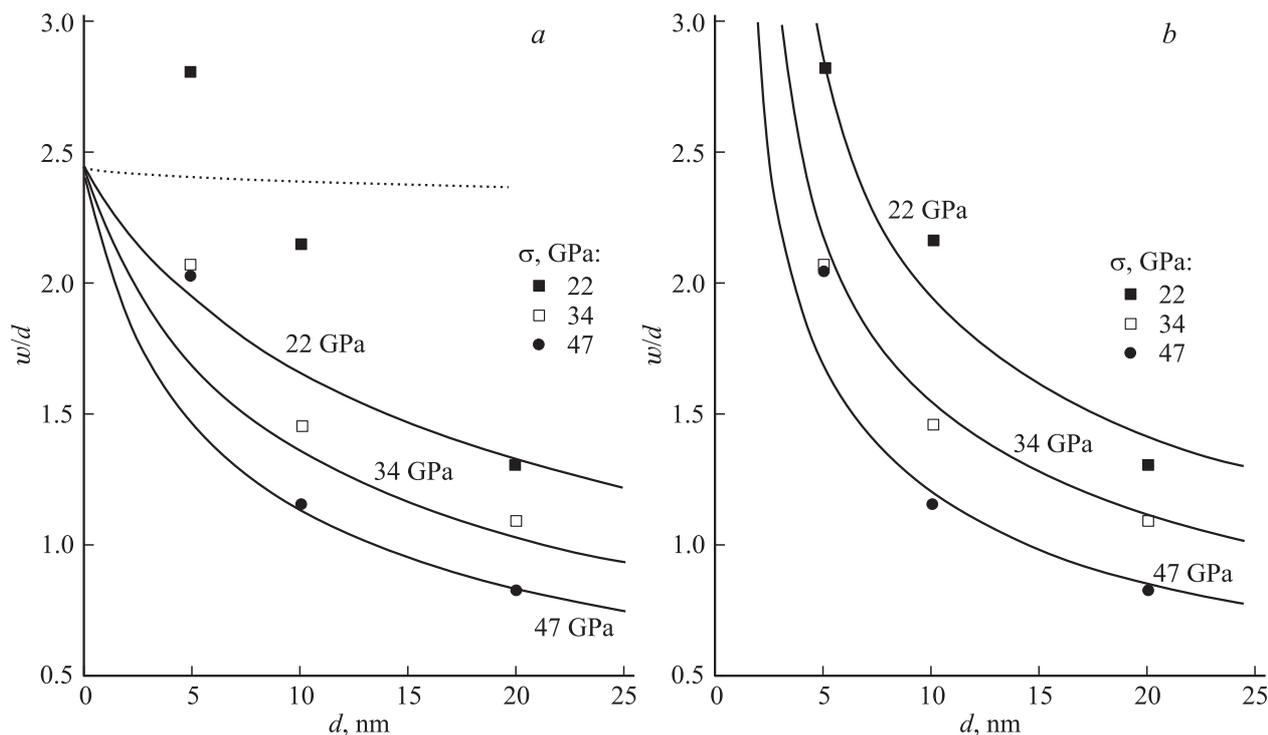
#### 4. Влияние размера нанозерен и давления на ширину дислокационного фронта

Рис. 4 демонстрирует результаты расчета ширины фронта волны плотности дислокаций  $w$  в нанокристаллической меди согласно соотношениям (2b), (3b) и (4b) в зависимости от размера нанозерен  $d$ . Сплошные линии иллюстрируют зависимости  $w(d)$  с учетом поглощения дислокаций границами зерен, а пунктир — в отсутствие поглощения и аннигиляции дислокаций в границах. Числа около кривых — величина давления  $\sigma$ . В отсутствие аннигиляции дислокаций в границах ширина дислокационного фронта по мере уменьшения размера нанозерен плавно снижается вплоть до нуля как  $w \approx 6^{1/2}d$  независимо от величины давления. Другая ситуация имеет место, если дислокации аннигилируют в границах зерен. В этом случае, начиная с некоторого размера зерна  $d_w$ , зависящего от давления, ширина ударного дислокационного фронта начинает сильно возрастать, и кривые  $w(d)$  на рис. 4 приобретают неоднозначный характер.

Согласно формулам (2b), (3b), (4b) и (7b), при  $a \gg 1$  и  $q(a) \approx (a/6)^{1/2}$  для ширины дислокационного фронта



**Рис. 4.** Зависимость ширины дислокационного фронта в ударной волне  $w$  от размера нанозерен согласно соотношениям (2b), (3b) и (4b) в отсутствие (пунктир) и при наличии (сплошные кривые) поглощения дислокаций границами нанозерен при трех значениях давления (указаны около кривых).



**Рис. 5.** Зависимость отношения ширины  $w$  дислокационного фронта в ударной волне к размеру нанозерен от величины зерен в отсутствие (а) и при наличии (б) поглощения дислокаций границами зерен при трех значениях давления. Экспериментальные точки — результаты МД-моделирования ударных волн в нанокристаллической меди [5,6].

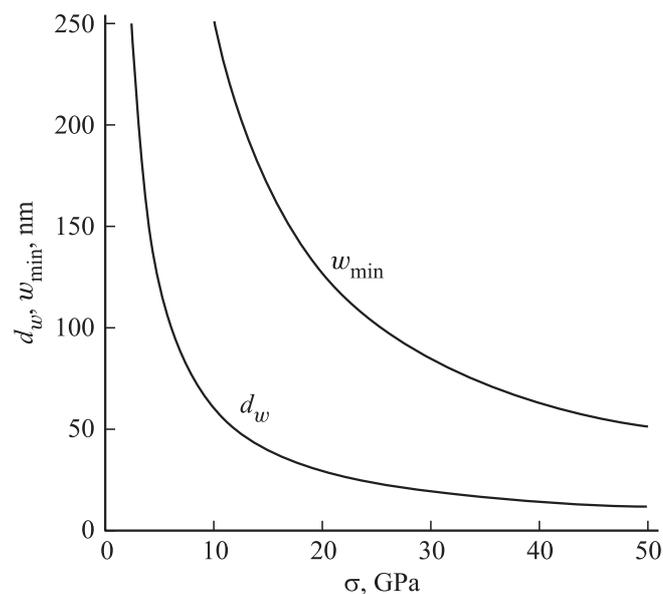
и величины зерна  $d_w$ , соответствующих минимуму на кривых  $w(d)$  на рис. 4, получаем соотношения

$$w \approx 6^{1/2} \left[ \frac{b}{(\rho_G^{1/2} + 1/d)(\delta_f b \rho_G^{1/2} + \beta(b/d) - (d_g/d)^2)} \right]^{1/2}, \quad (8a)$$

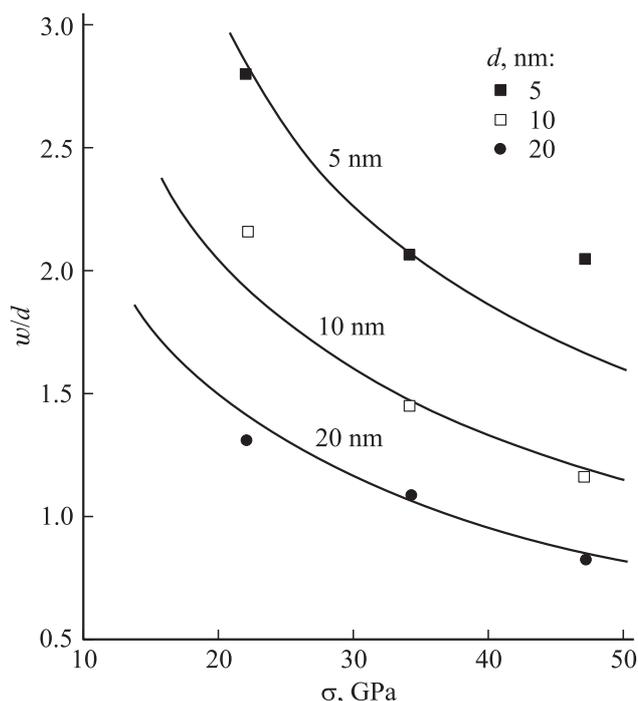
$$d_w \approx \frac{1}{2} \rho_G^{-1/2} \left[ g - 1 + \sqrt{(g - 1)^2 + 6g} \right], \quad g = \frac{d_g^2}{b} \rho_G^{1/2}. \quad (8b)$$

На рис. 5, а приведены отношения ширины дислокационного фронта  $w$  к размеру нанозерен  $d$  в зависимости от величины зерна при трех значениях давления, полученные при МД-моделировании ударных волн в нанокристаллической меди [5,6]. Кривые на рисунке иллюстрируют результаты расчета зависимостей отношений  $w/d$  от  $d$  согласно соотношениям (2b), (3b), (4b) и (7b) при трех значениях давлений в отсутствие аннигиляции дислокаций в границах нанозерен. Обращает на себя внимание то, что при всех давлениях „экспериментальные“ точки при размерах нанозерен  $d < 10$  nm лежат выше расчетных кривых, а при размерах зерен  $d > 10$  nm они с ними хорошо согласуются. В отсутствие аннигиляции дислокаций в границах зависимости  $w/d$  от  $d$  при  $d \rightarrow 0$  для всех давлений стремятся к предельному значению  $6^{1/2} \approx 2.45$ . На рис. 5, а пунктир показывает, что при нулевом давлении в отсутствие ГН-дислокаций величина отношения  $w/d$  не зависит от размера нанозерен.

Принимая во внимание, что в (8b) параметр  $g \ll 1$ , получаем оценки величины зерна  $d_w \approx 3d_g^2/2b$  и ширины фронта  $w_{\min} \approx 9d_g^2/\sqrt{2}b$ , соответствующие минимуму на кривых  $w(d)$  на рис. 4. Поскольку  $d_g^2 = bD_{\text{ath}}/u \sim \sigma^{-1}$ , величина  $d_w \sim w_{\min} \sim \sigma^{-1}$  (рис. 6). На рис. 5, б показана



**Рис. 6.** Зависимость размера зерен  $d_w$  и ширины фронта  $w_{\min}$ , соответствующих минимуму на кривых  $w(d)$  на рис. 4, от давления в волне.



**Рис. 7.** Зависимость отношения  $w/d$  от давления в ударной волне для трех значений размеров нанозерен. Экспериментальные точки — результаты МД-моделирования ударных волн в нанокристаллической меди [5,6].

ны зависимости отношения  $w/d$  от размера зерна при трех значениях давления с учетом поглощения дислокаций границами зерен. Как видно из этого рисунка, учет поглощения дислокаций границами приводит к согласованию экспериментальных данных [5,6] и теории также и в диапазоне размеров зерен  $d < 10$  nm. Для полноты картины на рис. 7 показаны зависимости отношения  $w/d$  от давления для размеров зерен 5, 10 и 20 nm [5,6]. Расчетные кривые для этих зерен демонстрируют хорошее согласие теории и результатов МД-моделирования ударных волн в нанокристаллической меди.

## 5. Выводы

1. Разработана микроскопическая дислокационно-кинетическая модель формирования дислокационной структуры в нанокристаллических материалах (размер зерен  $d < 100$  nm) при распространении в них интенсивных ударных пластических волн. Теоретической основой модели является нелинейное дифференциальное кинетическое уравнение для плотности дислокаций, включающее в себя процессы размножения, аннигиляции и диффузии дислокаций с учетом сильного поглощения дислокаций границами нанозерен.

2. Получено решение этого уравнения в виде ударной волны для плотности дислокаций и найдены зависимости стационарной плотности дислокаций и ширины дислокационного фронта от размера зерен и давления

в волне. Сравнение этих зависимостей с результатами имеющихся в литературе реальных и виртуальных экспериментов по МД-моделированию ударных волн в нанокристаллической меди показало хорошее их количественное согласие.

## Список литературы

- [1] M.A. Meyers, A. Mishra, D.J. Benson. *Progr. Mater. Sci.* **51**, 427 (2006).
- [2] Г.А. Малыгин. *ФТТ* **49**, 961 (2007).
- [3] Р.А. Андриевский, А.М. Глезер. *УФН* **179**, 337 (2009).
- [4] M.A. Meyers, H. Jarmakani, E.M. Bringa, B.A. Remington. In: *Dislocations in solids* / Eds J.P. Hirth, L.Kubin. North-Holland (2009). Vol. 15. Ch. 89, 96.
- [5] E.M. Bringa, A. Caro, M. Victoria, N. Park. *J. Metals* **57**, 67 (2005).
- [6] E.M. Bringa, A. Caro, Y.M. Wang, J.M. McNaney, B.A. Remington, R.F. Smith, B. Torralva, H. Van Swygenhoven. *Science* **309**, 1838 (2005).
- [7] E.M. Bringa, K. Rosolankova, R.E. Rudd, B.A. Remington, J.S. Wark, M. Duchaineau, D.H. Kalantar, J. Hawreliak, J. Belak. *Nature Mater.* **5**, 805 (2006).
- [8] Y.M. Wang, E.M. Bringa, J.M. McNaney, M. Victoria, A.M. Hodge, R.F. Smith, B. Torralva, B.A. Remington, C.A. Schuh, H. Jarmakani, M.A. Meyers. *Appl. Phys. Lett.* **88**, 061917 (2006).
- [9] N. Gunkelmann, D.R. Tramontina, B.A. Remington, H.M. Urbassek. *New J. Phys.* **16**, 093032 (2014).
- [10] H. Jarmakani, E.M. Bringa, P. Erhart, B.A. Remington, Y.M. Wang, N.Q. Vo, M.A. Meyers. *Acta Mater.* **56**, 5584 (2008).
- [11] H. Van Swygenhoven, M. Spacer, A. Caro, D. Farkas. *Phys. Rev. B* **60**, 22 (1999).
- [12] Г.А. Малыгин, С.Л. Огарков, А.В. Андрияш. *ФТТ* **56**, 2168 (2014).
- [13] А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев. *Справочник по нелинейным уравнениям математической физики*. Физматлит, М. (2002). 432 с.
- [14] Г.А. Малыгин, С.Л. Огарков, А.В. Андрияш. *ФТТ* **55**, 715 (2013).
- [15] Г.А. Малыгин. *ФТТ* **37**, 2281 (1995).
- [16] D. Wolf, V. Yamakov, S.R. Phillpot, A. Mukherjee, H. Gleiter. *Acta Mater.* **53**, 1 (2005).
- [17] Г.А. Малыгин, С.Л. Огарков, А.В. Андрияш. *ФТТ* **56**, 1123 (2014).