

01;05.2

## **Азимутальные силы в несовершенной обмотке квазибессилового магнита и метод их снижения**

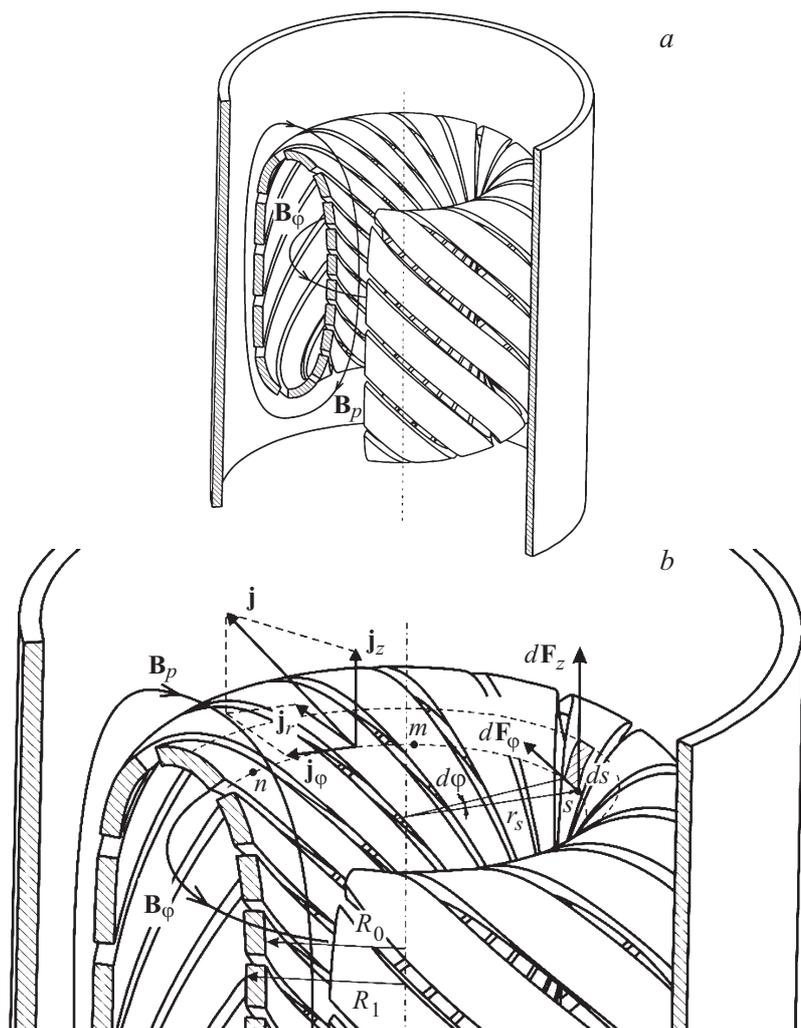
© А.П. Ненашев, А.А. Парфентьев, Г.А. Шнеерсон, И.А. Вечеров,  
С.И. Кривошеев, Н.Ю. Каширина, М.А. Пылинина

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет  
E-mail: gashneerson@mail.ru

Поступило в Редакцию 19 ноября 2014 г.

Показана роль азимутальных сил как фактора, препятствующего реализации квазибессиловых магнитов. Показано, что эти силы обусловлены поперечным магнитным полем, возникающим вследствие отклонений реальной конфигурации обмотки от расчетной. Модельные эксперименты подтвердили наличие поперечного поля и продемонстрировали возможность коррекции магнитной системы. Для этой цели предложено использовать дополнительные незамкнутые проводящие экраны (компенсаторы).

В ряде работ показано, что остаточное механическое напряжение в магнитах с уравновешенной квазибессиловой обмоткой может быть во много раз меньше магнитного давления получаемого поля [1–4]. Примером может быть тонкостенный однослойный магнит в коаксиальном диамагнитном экране (рис 1, *a*). Особенностью уравновешенных обмоток является тот факт, что небольшое отклонение от расчетной конфигурации приводит к нарушению условий равновесия и росту остаточных напряжений. В реальном магните эти отклонения могут быть следствием неточности изготовления, дискретности многовитковой обмотки, скин-эффекта, наличия выводов. Вместе с тем чувствительность системы к малым возмущениям открывает возможность ее коррекции с помощью относительно небольшого изменения поля путем размещения в нем малонагруженных проводников с током. Пробные эксперименты показали, что разрушение катушек может происходить под действием азимутальных сил. Они возникают при появлении поперечных составляющих индукции, лежащих в плоскости  $r-z$  и направленных по нормали к границе. В соленоидах традиционного исполнения с азимутальным



**Рис. 1.** Однослойный квазибесселевой магнит в коаксиальном цилиндрическом экране: *a* — схематический чертеж магнитной системы; *b* — расчетная модель, используемая для оценки азимутальных сил.

током поперечное поле приводит к появлению аксиальных сил [5]. В обмотке квазибессилового магнита вектор плотности тока имеет не только азимутальную, но и полоидальную  $r-z$  компоненту. Ее взаимодействие с поперечным полем создает азимутальные силы в обмотке.

Цель данной работы — дать оценку этих сил и возникающих напряжений, а также рассмотреть возможность их снижения.

Необходимую оценку можно провести в рамках модели аксиальной симметрии при допущении о малой толщине обмотки квазибессилового магнита. При нарушении расчетной конфигурации в этом магните помимо основного внутреннего полоидального поля и внешнего азимутального поля с равными напряженностями имеет место дополнительный поперечный поток. Азимутальная сила, действующая на участке обмотки длиной  $r_s d\varphi$  и шириной  $ds$  (рис. 1, b), выражается формулой

$$dF_\varphi = H_\varphi B_\perp r_s ds d\varphi = i_z w B_\perp ds d\varphi / (2\pi). \quad (1)$$

Здесь использовано выражение для азимутальной компоненты напряженности:  $H_\varphi = i_z w / (2\pi r(s))$ , где  $i_z$  — полоидальный ток,  $w$  — число витков. После интегрирования по углу находим вращающий момент, создаваемый азимутальными силами, распределенными в кольце шириной  $ds$  с радиусом  $r(s)$ :

$$dM = \int_0^{2\pi} dF(\varphi) d\varphi r(s) = i_z w r(s) B_\perp ds = i_z w d\Phi_\perp / (2\pi), \quad (2)$$

где  $d\Phi_\perp$  — поток поперечного поля, пересекающий указанное кольцо.

Вращающий момент, формируемый на участке между точками  $m$  и  $n$ , есть

$$M_{m,n} = \frac{i_z w}{2\pi} (\Phi_\perp)_{mn} = i_z w (r(m)A_\varphi(m) - r(n)A_\varphi(n)), \quad (3)$$

где  $A_\varphi$  — векторный потенциал. В симметричной обмотке поперечные компоненты индукции имеют противоположные знаки в верхней и нижней части магнитной системы. Следовательно, верхняя и нижняя половины обмотки закручиваются в противоположные стороны. Полный вращающий момент, действующий на половину обмотки, есть

$$M = \frac{i_z w}{2\pi} \int_0^{l/2} d\Phi_\perp = \frac{i_z w}{2\pi} \Phi_\perp, \quad (4)$$

где  $\Phi_{\perp}$  — поперечный поток, пересекающий половину обмотки. Его можно представить в виде  $\Phi_{\perp} = \xi \Phi_0$ , где  $\Phi_0 = \pi B_0 R_0^2$  — поток полоидального поля в полости магнита с полем  $B_0$  на оси,  $\xi$  — численный множитель.

Под действием азимутальных сил в средней плоскости магнита возникают касательные напряжения. Их можно оценить по известным формулам теории упругости [6]:

$$\tau = \frac{M}{W_P}, \quad (5)$$

где момент сопротивления

$$W_P = \frac{\pi R_0^3}{2} \left( 1 - \left( \frac{R_0}{R_1} \right)^4 \right). \quad (6)$$

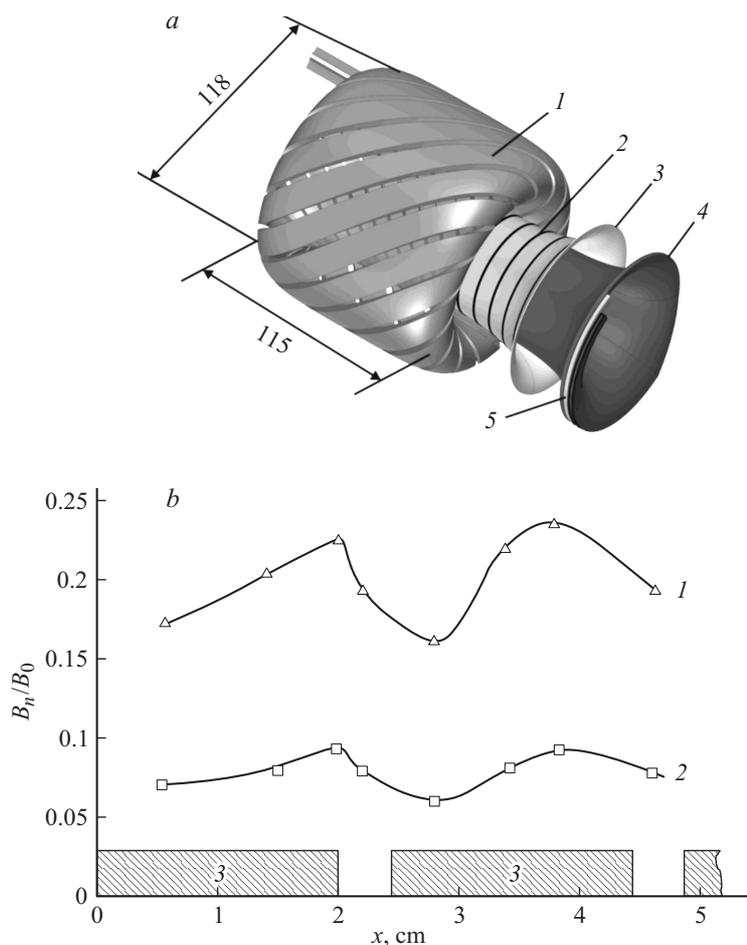
В предельном случае обмотки малой толщины  $R_1 - R_0 = h \ll R_0$ ,  $W_P \approx 2\pi R_0^2 h$ ,  $i_z \approx 2\pi R_0 B_0 / \mu_0$ . При этих допущениях

$$\tau \approx \xi \frac{R_0}{h} \frac{B_0^2}{2\mu_0}. \quad (7)$$

Численный множитель  $\xi$  характеризует отношение напряжения  $\tau$  к азимутальному напряжению, возникающему в тонкостенном цилиндре под действием давления  $B_0^2 / 2\mu_0$ . Такое же значение имеет аксиальное напряжение, возникающее в средней плоскости обмотки малой толщины [5].

Полученные формулы показывают, что для ограничения дополнительных напряжений до значений, малых по сравнению с магнитным давлением поля на оси, параметр  $\xi$  должен быть существенно меньше отношения  $h/R_0$ . Отсюда следует, что требования к качеству магнитной системы должны быть весьма высоки. В ней нельзя допускать больших поперечных полей. В противном случае требуется коррекция поля.

В „идеальных“ магнитных системах, выполненных с высокой точностью, поперечные поля малы, и их компенсации не требуется. Однако в процессе подготовки реального магнита к работе в сильном поле требуется тщательный контроль поперечных полей и при необходимости их компенсация. Для этой цели помимо расчетов важную роль приобретают модельные эксперименты.



**Рис. 2.** *a* — общий вид обмотки 16-виткового квазибессилового магнита с датчиками магнитного потока и компенсатором: 1 — обмотка, 2 — кольцевые датчики потока, 3 — диэлектрический каркас для размещения датчиков магнитного потока, 4 — компенсатор (цилиндрическая медная оболочка с разрезом), 5 — изоляционный слой в области перехлеста краев проводящей оболочки. *b* — нормальная компонента индукции магнитного поля в зазоре между витками на участке  $m-n$ : 1, 2 — распределение индукции при частоте 50 и 1000 Hz соответственно; 3 — расположение витков прямоугольного сечения.

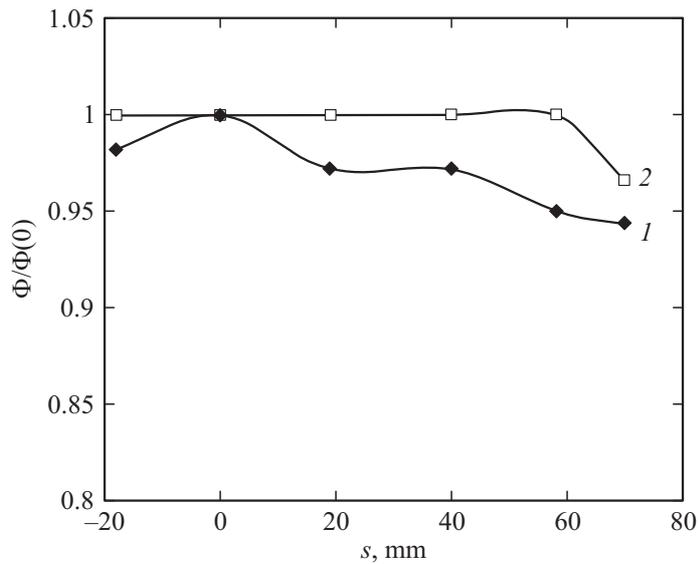
На рис. 2, *a* представлен общий вид 16-витковой обмотки магнита, соответствующий чертежу рис. 1. Обмотка изготовлена путем литья по выжигаемой модели, изготовленной методом прототипирования. Этот метод позволяет с высокой точностью создать пластмассовую 3D-модель по компьютерной программе, описывающей „идеальную“ конфигурацию обмотки. Однако при самом точном изготовлении магнита нельзя избежать появления дефектов, приводящих к появлению поперечного потока. Эти дефекты возникают в процессе литья и последующей обработки изделия. Например, имеет место некоторая неоднородность межвитковых зазоров. Эксперименты проводились на реальном магните, в котором создается слабое поле, идентичное рабочему по своей конфигурации. Наклон витков к оси составлял  $45^\circ$ , ширина витков во внутренней части магнита составляла 13 мм, во внешней части 30 мм, ширина зазора 3 мм. Для питания магнита в этих экспериментах используется ток частотой 1000 Hz, создаваемый высокочастотным генератором, или ток промышленной частоты.

На рис. 2, *b* представлены результаты измерения радиальной компоненты индукции на расстоянии 1 мм от внутренней поверхности витка (участок *mn* на рис. 1, *b*). Измерения производились датчиками Холла площадью  $2 \times 2 \text{ мм}^2$ . Толщина скин-слоя для использованного материала с удельным сопротивлением  $4 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{м}$  (латунь) составляет 14 и 3 мм для 50 и 1000 Hz соответственно. Она соизмерима с толщиной витков (4 мм). Влияние скин-эффекта проявляется в различии распределений радиальной компоненты индукции при разных частотах. Имеет место также асимметрия распределения, обусловленная наклоном витков. Локальным проявлением несовершенства обмотки является отличие от нуля среднего значения индукции поперечного поля. Это свидетельствует о наличии поперечного потока.

Для измерения этого потока использовались кольцевые датчики (рис. 2, *a*). Они размещались на диэлектрическом основании, прилегающем к внутренней поверхности обмотки<sup>1</sup>. На рис. 3 представлены результаты измерения потока  $\Phi$  датчиками, размещенными в различных точках на образующей внутренней границы обмотки. Измеренные амплитудные значения сигналов датчиков отнесены к амплитуде сигнала датчика, расположенного в средней части магнита. Таким образом,

---

<sup>1</sup> На рис. 2, *a* для наглядности каркас с датчиками потока и компенсатор смещены в осевом направлении.



**Рис. 3.** Относительное распределение потока по образующей внутренней границы обмотки ( $s$  — расстояние по образующей от средней плоскости до кольцевого датчика потока). 1 — без компенсатора, 2 — с компенсатором.

рис. 3 показывает отношение потока в различных сечениях магнита к его значению в средней плоскости  $\Phi(0)$ . Расчетная конфигурация обмотки выбрана по условию постоянства потока на всем протяжении образующей внутренней границы обмотки. Однако результаты измерений показывают отклонение отношения  $\Phi/\Phi(0)$  от единицы. Разность потоков двух соседних датчиков есть поток поперечного поля через часть обмотки между ними. По этим данным можно рассчитать по формуле (3) вращающий момент, создаваемый на каждом участке обмотки, и далее найти полный момент

$$M = \frac{i_z w \Sigma \Delta \Phi_{n,n+1}}{2\pi}. \quad (8)$$

В этой формуле  $\Delta \Phi_{n,n+1}$  — разность потоков, измеренных датчиками с номерами  $n$  и  $n+1$ ,  $i_z$  — ток в каждом витке обмотки,  $w = 16$  —

число витков. Крутящий момент пропорционален квадрату тока и по данным измерений составляет  $1.2 \cdot 10^{-7} i_z^2$ .

Касательное напряжение в средней части монолитной обмотки можно рассчитать по формулам (5) и (6). В исследованном образце  $R_0 = 0.056$  м,  $R_1 = 0.060$  м,  $\tau = 1.8 \cdot 10^{-3} i_z^2$ . Для сравнения можно оценить магнитное давление поля, генерируемого в центре магнита. Измерения показывают, что его индукция составляет  $5.7 \cdot 10^{-5} i_z$  Т. Отсюда следует, что магнитное давление для этого поля  $B_0^2/2\mu_0$  есть  $1.3 \cdot 10^{-3} i_z^2$ . При этом коэффициент, фигурирующий в формуле (7), принимает значение  $\xi \approx 0.1$ . Неравенство  $\xi \ll h/R$  в данном случае не выполняется, и касательное напряжение в исследованном тонкостенном образце соизмеримо с магнитным давлением поля  $B_0$ :  $\tau \approx 1.4B_0^2/2\mu_0$ .

В этом магните касательное напряжение, возникающее под действием поперечного поля, существенно превышает остаточное напряжение в однослойной монолитной обмотке „идеального“ квазибессилового магнита, в котором поперечное поле отсутствует. Это напряжение, рассчитанное по формуле фон Мизеса, составляет около  $0.17B_0^2/2\mu_0$  [4]. Таким образом, результаты опытов показывают, что в реальном магните даже при небольших отклонениях от расчетной конфигурации могут иметь место значительные касательные напряжения. Это приводит к необходимости снижения поперечной компоненты индукции путем коррекции поля существующего магнита.

Введение дополнительных незамкнутых экранов для компенсации неоднородностей поля одновитковых магнитов используется в экспериментах по магнитодинамической кумуляции [5,6]. Роль компенсатора играет тонкостенная незамкнутая оболочка, размещенная вблизи внутренней поверхности соленоида (рис. 2, а, 3). Она позволяет в значительной степени снизить поперечный поток. Это происходит в результате действия токов, наводимых в стенке оболочки. На ее внутренней и внешней сторонах распределения индукции полоидального поля различны. В предельном случае идеально проводящей оболочки линейная плотность азимутального тока, численно равная напряженности полоидального поля, различна на ее внешней и внутренней поверхностях. При этом полный ток равен нулю. Края разреза компенсатора образуют область перехлеста, где размещен тонкий изоляционный слой (рис. 2, а, 5). Перестройка одного распределения тока в другое происходит в этой области. У идеально проводящей оболочки отсутствует нормальная к ее поверхности компонента индукции. Поэтому использование ком-

пенсатора приводит к существенному снижению поперечного потока, т. е. приводит к коррекции поля. Эффект ослабления поперечного поля имеет место и при относительно низких частотах, когда глубина проникновения поля соизмерима с толщиной обмотки.

Для описанного выше реального магнита изготовлен компенсатор из медного листа толщиной 2 mm. Измерения потока кольцевыми датчиками на частоте 1000 Hz показывают, что в пределах погрешности измерений поток остается постоянным в пределах области, охваченной компенсатором (рис. 3). Это позволяет исключить появление крутящего момента. Вместе с тем размещение компенсатора вблизи поверхности обмотки практически не влияет на условия равновесия обмотки под действием  $r-z$ -сил, характерные для квазибессилового поля.

Таким образом, проведенные исследования показывают возможность ослабления поперечного поля с помощью разрезного экрана, что приводит к снижению азимутальных сил.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-08-00899.

## Список литературы

- [1] Шнеерсон Г.А., Вечеров И.А., Дёгтев Д.А., Колтунов О.С., Кривошеев С.И., Шишигин С.Л. // ЖТФ. 2008. Т. 78. В. 10. С. 1278–1288.
- [2] Shneerson G.A., Dolotenko M.I., Krivosheev S.I. Strong and Superstrong Pulsed Magnetic Fields Generation. // Berlin, De Gruyter Studies in Mathematical Physics. 2014. V. 9. 439 p.
- [3] Askenasi S. // Physica. В. 1992. V. 177. P. 36–40.
- [4] Александров Е.И., Потанов В.Д. // Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1990.
- [5] Михельсоо В.Т., Шнеерсон Г.А., Щербаков А.П. // ПТЭ. 1974. № 2. С. 212–215.
- [6] Matsuda Y.H., Herlach F., Ikeda S., Miura N. // Rev. Sci. Instr. 2002. V. 73. N 12. P. 4288–4294.