

05

Динамика перемагничивания двухрядных цепочек магнитных моментов

© А.М. Шутый, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет,
Ульяновск, Россия

E-mail: shuty@mail.ru

(Поступила в Редакцию 20 октября 2014 г.)

Исследованы содержащие два ряда цепочки магнитных моментов, связанных диполь–дипольным и обменным взаимодействиями. Рассмотрены процессы возбуждения систем локальным, действующим на часть магнитных моментов, внешним полем и исследованы условия частичного и полного перемагничивания системы. Показано, что возбуждение уже двух магнитных моментов может приводить к перемагничиванию всей цепочки. Выявлено, что в зависимости от величины обменного взаимодействия граница между противоположно ориентированными областями цепочки может иметь как равный нулю, так и отличный от нуля суммарный магнитный момент. Рассмотрено перемещение междоменной границы за счет действия на всю систему внешнего магнитного поля.

Результаты работы были получены в рамках выполнения задания Министерства образования и науки РФ (№ 3.175.2014К от 18 июля 2014 г.).

1. Введение

Интерес к самоорганизующимся системам, в том числе к ансамблям наночастиц, приобрел особое значение в связи с достижениями в области информационных технологий и наноструктур. Для анализа процессов самоорганизации [1,2], изучения коллективных эффектов, фазовых переходов и динамических режимов [3,4] удобными являются магнитные системы вследствие возможности эффективного управления их состоянием. Наряду с этим все большее значение приобретают стационарные структуры, формируемые в среде минимальным числом элементов [5,6]. В последние годы ведется систематическое изучение и внедрение в практику создаваемых нанотехнологиями [7] магнитных сверхструктур и ансамблей однодоменных магнитных частиц. Среди них особый интерес представляют двумерные структуры магнитных наночастиц с формой, близкой к круговой, на немагнитной подложке — такие частицы часто называют магнитными точками [8]. Системы магнитных частиц представляют собой важный объект исследований также благодаря созданию новых сред при внедрении их в твердотельные пористые матрицы [9,10]. Упорядоченные структуры ферромагнитных наночастиц могут быть сформированы методом нанолитографии [11], используя в качестве диполей состоящие из атомов железа наночастицы, которые имеют размер около 10 nm (число атомов ~ 100 , что обеспечивает их сферическую форму) и магнитный момент $3\mu_B$ [12,13]. Уже сейчас разброс наночастиц по размерам при соответствующем контроле может не превышать 5% [14]. Основной вклад во взаимодействие магнитных моментов наночастиц в случае однодоменного состояния должны вносить

диполь-дипольное [11,15], а также обменное взаимодействия.

В работах [16–18] были рассмотрены равновесные состояния и ориентационные переходы в решетках наночастиц, вращающихся вокруг своей оси с жестко связанным с ними магнитным моментом при диполь-дипольном взаимодействии. В настоящей работе исследуются двухрядные цепочки магнитных моментов, когда между ними вместе с дипольным взаимодействием имеет место различное по величине обменное взаимодействие. Рассмотрено перемагничивание систем под воздействием как однородных внешних полей, так и локальных полей, действующих на часть входящих в систему магнитных моментов. Исследованы суммарные магнитные моменты границ между противоположно ориентированными областями при разном обменном взаимодействии.

2. Исходные уравнения

При рассмотрении системы магнитных моментов полагаем, что все они одинаковы по величине, связаны диполь-дипольным и обменным взаимодействиями, и каждый из магнитных моментов может вращаться в трех плоскостях. Динамические уравнения Ландау–Лифшица для рассматриваемой системы магнитных моментов могут быть представлены следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{m}_i}{\partial t} = -\gamma \mathbf{m}_i \times \mathbf{H}_i^{\text{ef}} + \frac{\alpha_i}{m_i} \mathbf{m}_i \times \frac{\partial \mathbf{m}_i}{\partial t}, \quad (1)$$

где \mathbf{m}_i — магнитный момент i -го диполя, α_i — параметр диссипации, γ — гиромагнитное отношение. Эффективное поле, создаваемое в месте расположения i -го диполя

остальными диполями и внешним магнитным полем \mathbf{H} , определяется выражением:

$$\mathbf{H}_i^{\text{ef}} = \mathbf{H} + \sum_{n \neq i} \left[\frac{3(\mathbf{m}_n \mathbf{r}_{in}) \mathbf{r}_{in} - \mathbf{m}_n r_{in}^2}{r_{in}^5} + \Lambda \mathbf{m}_n \exp(-\sigma r_{in}) \right], \quad (2)$$

где \mathbf{r}_{in} и r_{in} — радиус-вектор и расстояние между i -ым и n -ым диполями, Λ и σ^{-1} — константа и характерная длина обменного взаимодействия. При этом энергия межчастичного взаимодействия определяется выражением

$$W_{in} = \frac{\mathbf{m}_i \mathbf{m}_n r_{in}^2 - 3(\mathbf{m}_i \mathbf{r}_{in})(\mathbf{m}_n \mathbf{r}_{in})}{r_{in}^5} - \Lambda(\mathbf{m}_i \mathbf{m}_n) \exp(-\sigma r_{in}). \quad (3)$$

На основе этого выражения можно получить критерий сильного и слабого обменного взаимодействия. Для этого введем отношение обменной и дипольной энергий магнитных моментов соседних наночастиц

$$\eta = \frac{W^J}{W^D} = \frac{a^3 \Lambda_1}{2}, \quad (4)$$

где a — параметр решетки (расстояние между магнитными моментами в цепочке и между рядами системы), а $\Lambda_1 = \Lambda \exp(-\sigma a)$. Таким образом, при $\eta > 1$ в системе преобладает обменное взаимодействие, при $\eta < 1$ — дипольное.

Далее будем считать, что магнитные диполи в решетке являются идентичными, т.е. $|\mathbf{m}_i| = m$, $\alpha_i = \alpha$. Перейдем в динамических уравнениях к следующим безразмерным параметрам: $\mathbf{e}_{in} = \mathbf{r}_{in}/r_{in}$, $\tau = m\gamma t/a^3$ (для $m \approx 3\mu_B$, $a \approx 5 \text{ nm}$, $\gamma = 1.76 \cdot 10^7 (\text{Oe} \cdot \text{s})^{-1}$ время $t \approx \tau \cdot 10^{-6} \text{ s}$), $l_{in} = r_{in}/a$, $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{m}/m$, $\kappa = \sigma a$. Константа обменного взаимодействия в этом случае преобразуются к виду $\lambda = a^3 \Lambda$, а внешнее поле — $\mathbf{h} = \mathbf{H} a^3/m$ (для $m \approx 3\mu_B$ и $a \approx 5 \text{ nm}$ поле $H \approx 0.1 h \text{ Oe}$). После перехода к безразмерным параметрам уравнения (1) запишутся в виде:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \tau} = -\boldsymbol{\mu}_i \times \mathbf{h}_i^{\text{ef}} + \alpha \boldsymbol{\mu}_i \times \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_i}{\partial \tau}, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{h}_i^{\text{ef}} = \mathbf{h} + \sum_{n \neq i} \left[\frac{3(\boldsymbol{\mu}_n \mathbf{e}_{in}) \mathbf{e}_{in} - \boldsymbol{\mu}_n}{l_{in}^3} + \lambda \boldsymbol{\mu}_n \exp(-\kappa l_{in}) \right].$$

Изменение x -компоненты магнитных моментов описывается уравнением:

$$(1 + \alpha^2) \frac{d\mu_{ix}}{d\tau} = (\mu_{iz} - \alpha \mu_{ix} \mu_{iy}) h_{iy}^{(\text{ef})} - (\mu_{iy} + \alpha \mu_{iz} \mu_{ix}) h_{iz}^{(\text{ef})} + \alpha(1 - \mu_{ix}^2) h_{ix}^{(\text{ef})}. \quad (6)$$

Выражения для остальных компонент записываются аналогичным образом (циклической перестановкой компонент вектора $\boldsymbol{\mu}_i$).

3. Возбуждение системы внешним полем

Однородным равновесным состоянием двухрядной цепочки при наличии только диполь-дипольного взаимодействия между магнитными моментами является сонаправленная ориентация всех магнитных моментов каждого ряда цепочки вдоль ее оси и антипараллельная направленность моментов каждого из рядов цепочки [19]. Однако уже в случае достаточно слабого обменного взаимодействия (при $\eta \geq 0.01$, т.е. при $\lambda \geq 0.05$ и $\kappa = 1$) равновесной (в отсутствие внешнего магнитного поля) является сонаправленная ориентация всех магнитных моментов вдоль цепочки. Данная конфигурация имеет минимальную энергию связи. Рассмотрим влияние на конфигурацию двухрядной цепочки локально приложенного (действующего на небольшое число магнитных моментов) внешнего магнитного поля.

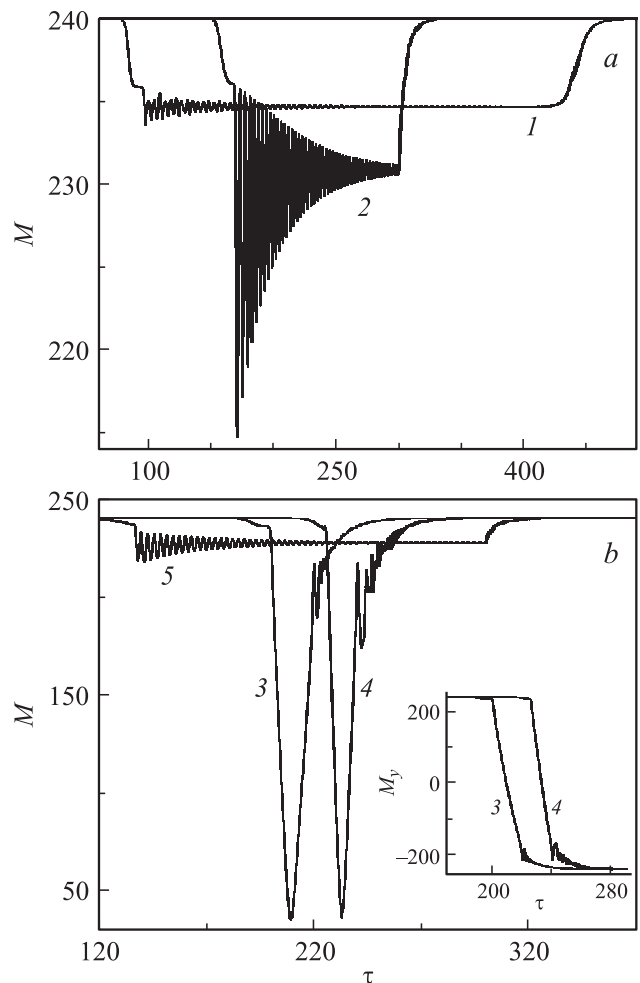


Рис. 1. Зависимость от времени модуля суммарного магнитного момента при переориентации внешним полем с $h = 50$ по одному диполю в центральной области каждого ряда системы для $\lambda = 1, 10, 13, 15, 16$ (кривые 1–5) и $\kappa = 1$ (здесь и далее).

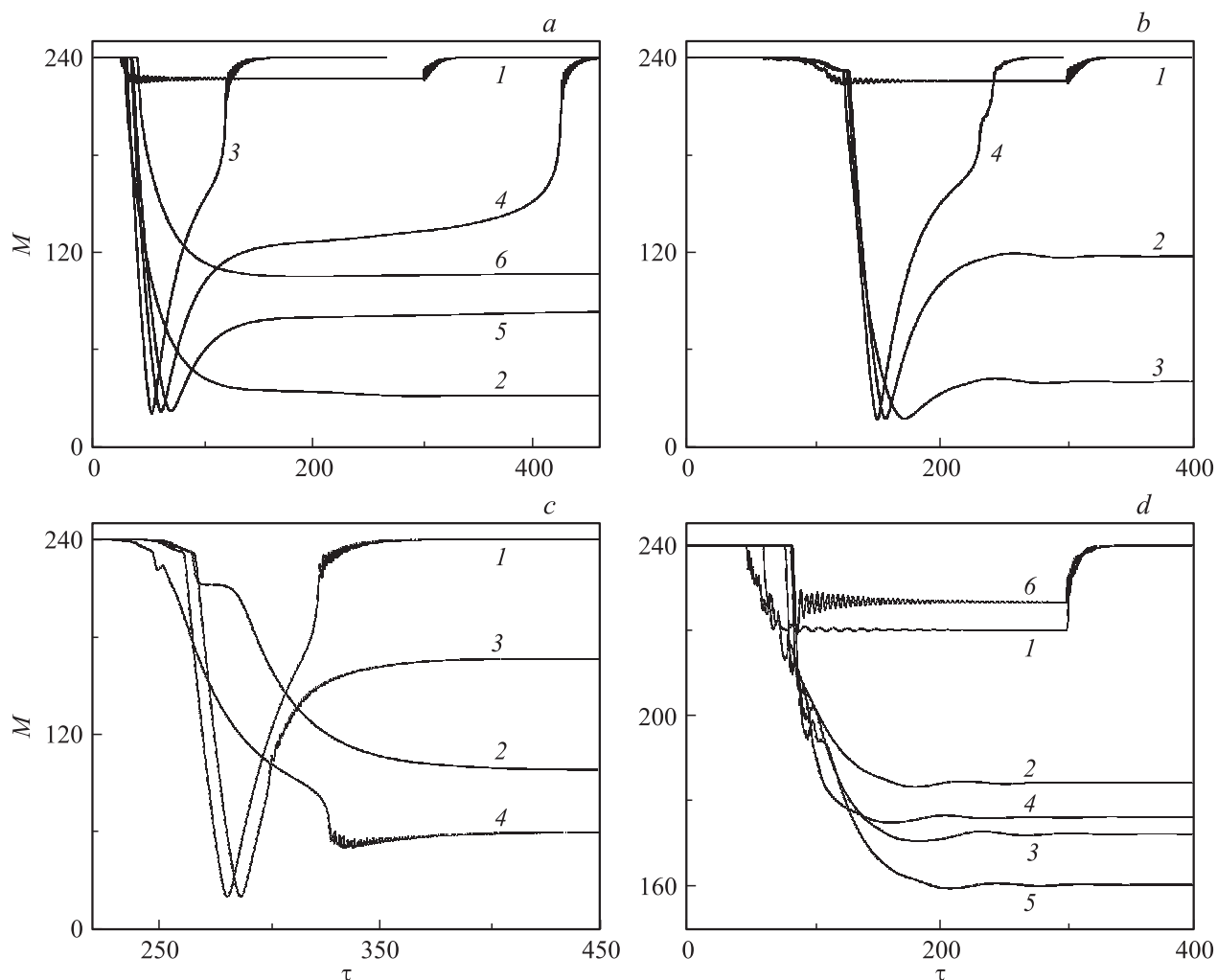


Рис. 2. Зависимость от времени суммарного магнитного момента при переориентации по два диполя в центре каждого ряда (60-й, 61-й элементы) полем с поле $h = 10$ для $\lambda = 4.0, 4.9, 5.2, 5.5, 5.6, 5.8$ (а, кривые 1–6); для $\lambda = 4$ и $h = 15, 18, 19, 20$ (b, кривые 1–4); при действии полей с $h = 30$ на диполи, расположенные в рядах под номерами $n = 60, 61, n = 50, 51, n = 40, 41, n = 30, 31$ (с, кривые 1–4) для $\lambda = 5$; для $\lambda = 4$ при поле с $h = 10$, действующем на элементы $n = 2, 3, n = 3, 4, n = 5, 6, n = 6, 7, n = 7, 8, n = 8, 9$ (d, кривые 1–6).

В случае однорядной линейной цепочки магнитных моментов, как показали дополнительные исследования, при переориентации внешним полем в противоположное направление менее девяти магнитных моментов система возвращается в исходное однородное состояние. Иная динамика наблюдается в двухрядных цепочках. Развитие возбуждения магнитных моментов определяется параметрами обменного взаимодействия, внешнего поля, а также местом расположения в цепочке возбуждаемых моментов. При этом возможны оказываются релаксация начального возбуждения и переход системы в исходное состояние, изменение на противоположное направление всех магнитных моментов системы или только ее части. На рис. 1 приведена временная зависимость модуля суммарного магнитного момента $\mathbf{M} = \sum \mu_i$ двухрядной цепочки (по 120 магнитных моментов в одном ряду) при возбуждении локальным полем по одному диполю

в центральной области каждого ряда. Вычисления проведены для различных значений обменного параметра $\lambda = 1, 10, 13, 15, 16$ (кривые 1–5); здесь и далее параметры $\kappa = 1$. Величина внешнего поля принята равной $h = 50$, которая достаточна для изменения направления выбранных магнитных моментов на противоположное; время действия поля здесь и далее $\tau = 300$. Для значений $\lambda = 1, 10$ после выключения внешнего поля система возвращается в исходное состояние, причем при большем значении λ релаксация наступает быстрее. Подобное поведение имеет место и в случае относительно сильного обменного взаимодействия $\lambda = 16$. При промежуточных значениях λ (кривые 3 и 4) цепочка полностью перемагничивается, приходя к однородному состоянию с противоположной ориентацией магнитных моментов (на вставке для пояснения приведены временные зависимости проекции вектора \mathbf{M} на ось цепочки).

Аналогичная ситуация имеет место при возбуждении большего числа элементов цепочки. На рис. 2, *a* приведена зависимость от времени суммарного магнитного момента системы, отвечающая случаю возбуждения локальным полем по два диполя в центральной области каждого из рядов (60-й и 61-й диполи) при значениях $\lambda = 4.0, 4.9, 5.2, 5.5, 5.6, 5.8$ (кривые 1–6) и поле $h = 10$. При относительно малых значениях λ система возвращается в исходное однородное состояние. Такому поведению системы отвечает кривая 1 ($\lambda = 4$ или $\eta = 2/e$). Увеличение обменного взаимодействия приводит к установлению нового равновесного состояния, при котором значительная часть системы становится перемангниченной (кривая 2). При этом система разбивается на три области, направление магнитных моментов центральной области противоположно направлению магнитных моментов остальной части системы. При дальнейшем увеличении обменного взаимодействия цепочка полностью перемангничивается (кривые 3 и 4). При больших λ полного перемангничивания не достигается, снова реализуются неоднородные состояния (кривые 5 и 6). При большем обменном взаимодействии неоднородное состояние не реализуется — после выключения внешнего поля система возвращается в исходную конфигурацию.

Результат локального воздействия на цепочку зависит также от величины перемангничивающего поля. На рис. 2, *b* приведено изменение суммарного магнитного момента для системы с параметром обменного взаимодействия $\lambda = 4$ при различной величине внешнего магнитного поля $h = 15, 18, 19, 20$ (кривые 1–4), действующего на четыре центральных элемента цепочки. Видно, что только при $h = 15$ цепочка после выключения поля возвращается в исходное состояние. При $h = 18, 19$ устанавливается неоднородная конфигурация — система разбивается на три домена. В случае же $h = 20$ реализуется перемангничивание цепочки — система приходит к однородному состоянию с противоположной (относительно исходной) ориентацией магнитных моментов.

На рис. 2, *c* приведена временная зависимость магнитного момента системы при воздействии поля на четыре элемента, расположенные в двух рядах цепочки под номерами $n = 60, 61, n = 50, 51, n = 40, 41$ и $n = 30, 31$ (кривые 1–4), обменный параметр $\lambda = 5$, поле $h = 30$. Видно, что только при возбуждении диполей вблизи центральной области цепочки реализуется полное перемангничивание системы (кривая 1). В остальных случаях устанавливается неоднородная конфигурация: система разбивается на три домена при $n = 50, 51$, на два противоположно ориентированных домена при $n = 40, 41$ и $n = 30, 31$, а также при более близком к краю расположении возбуждаемых диполей. Рис. 2, *d* отвечает ситуации, в которой поле с $h = 10$ действует на элементы вблизи края цепочки: $n = 2, 3, n = 3, 4,$

$n = 5, 6, n = 6, 7, n = 7, 8, n = 8, 9$ (кривые 1–6), параметр $\lambda = 4$. В первом и последнем случаях система возвращается в исходное состояние. В остальных случаях устанавливается конфигурация с двумя противоположно ориентированными доменами (короткий домен в левой части системы имеет ориентацию магнитных моментов, противоположную исходной).

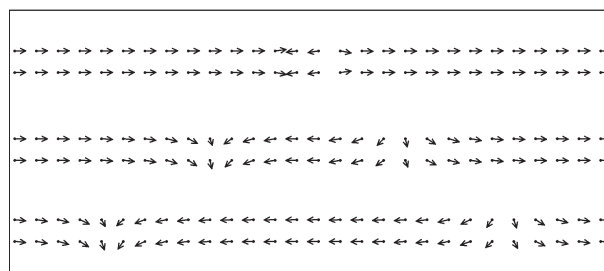


Рис. 3. Развитие начального возбуждения четырех магнитных моментов двухрядной цепочки.

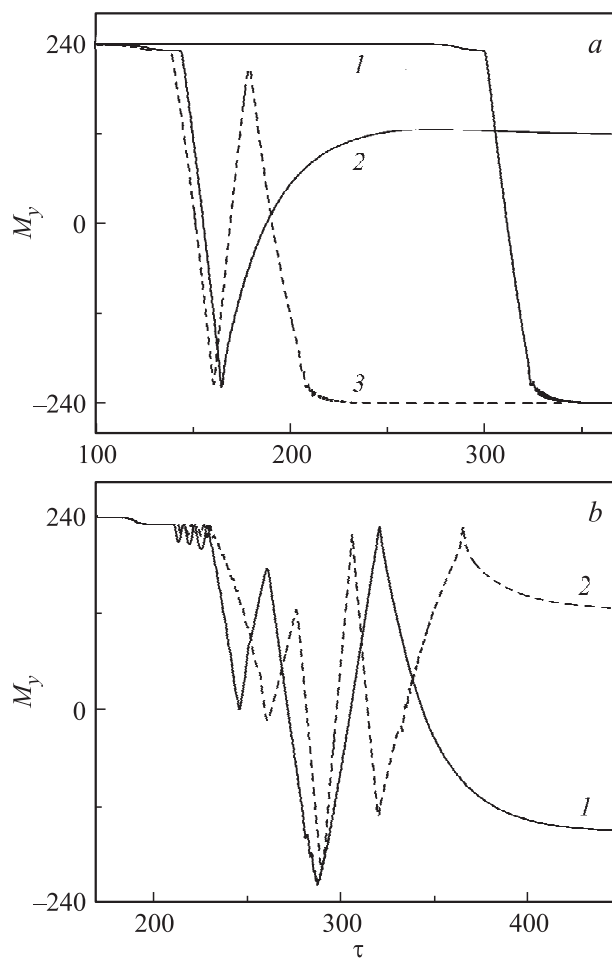


Рис. 4. Зависимость от времени *y*-составляющей (вдоль направления цепочки) суммарного магнитного момента в случае действия на четыре центральных магнитных момента при $\lambda = 6.5, 7, 8$ и $h = 30$ (*a*, кривые 1–3), при $\lambda = 10, 12$ и $h = 50$ (*b*, кривые 1 и 2).

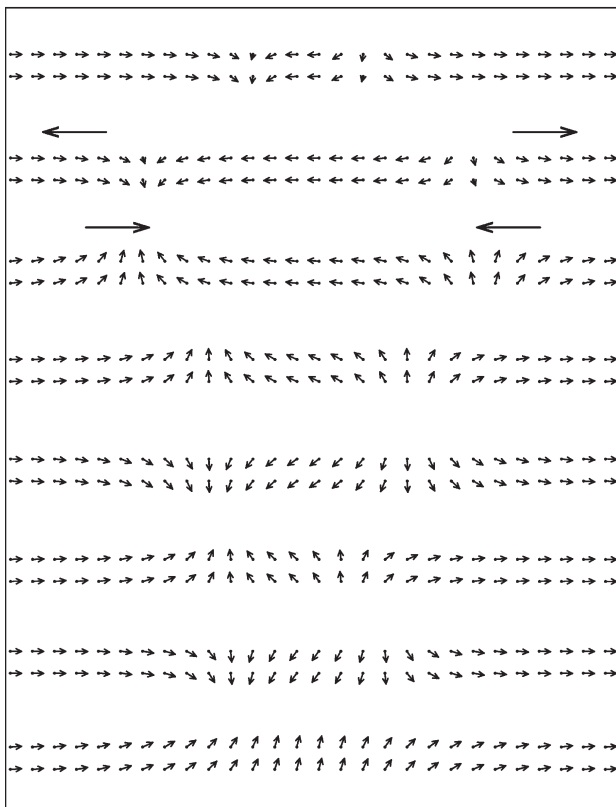


Рис. 5. Конфигурации двухрядной цепочки в разные моменты времени при двойном прохождении системы через область минимума суммарного магнитного момента ($\lambda = 7$).

В качестве иллюстрации процесса перемагничивания при воздействии локального поля на рис. 3 представлено развитие начального возбуждения четырех диполей двухрядной цепочки. Видно, как от области возбуждения в обе стороны системы распространяется волна ориентационного перехода.

На рис. 4 приведена зависимость от времени y -составляющей (вдоль направления цепочки) суммарного магнитного момента при сильном обменном взаимодействии и достаточной для развития ориентационного перехода величине внешнего поля, действующего на четыре центральных диполя двухрядной цепочки ($n = 60, 61$): $\lambda = 6.5, 7, 8$ при $h = 30$ (*a*, кривые 1–3) и $\lambda = 10, 12$ при $h = 50$ (*b*, кривые 1 и 2). При выбранных параметрах величина M_y несколько раз проходит через нулевое значение — фронт ориентационного перехода несколько раз меняет свое направление, после чего система приходит или к одному из двух однородных состояний, или к неоднородной конфигурации. В частности, кривые 3 и 1 на рис. 4, *a* отвечают установлению однородной конфигурации с направлением магнитных моментов, противоположным исходному. В других случаях устанавливается неоднородная конфигурация. Конфигурации цепочки с параметром $\lambda = 7$ при изменении направления

движения волны ориентационного перехода представлены на рис. 5.

4. Управление магнитным моментом системы

Далее рассмотрим изменение конфигурации цепочек и управление их магнитным моментом при воздействии внешнего магнитного поля на всю систему. Цепочка магнитных моментов с двумя противоположно ориентиро-

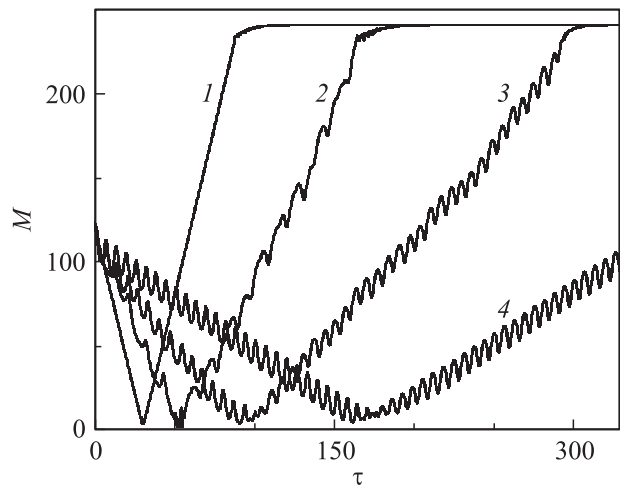


Рис. 6. Изменение магнитного момента цепочки под действием приложенного ко всей системе поля при исходном состоянии с двумя противоположно ориентированными областями; $\lambda = 3.0, 3.5, 4.0, 4.5$ (кривые 1–4); $h = 0.5$.

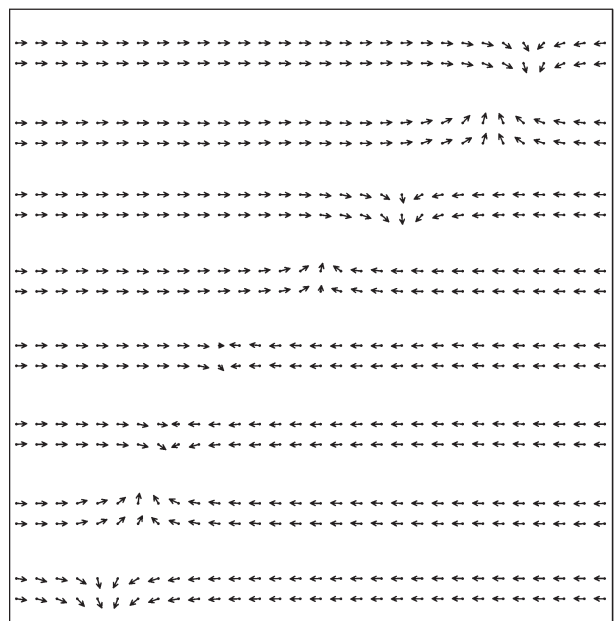


Рис. 7. Фазы движения междоменной границы при $\lambda = 4.5$ под действием внешнего, приложенного ко всей системе поля.

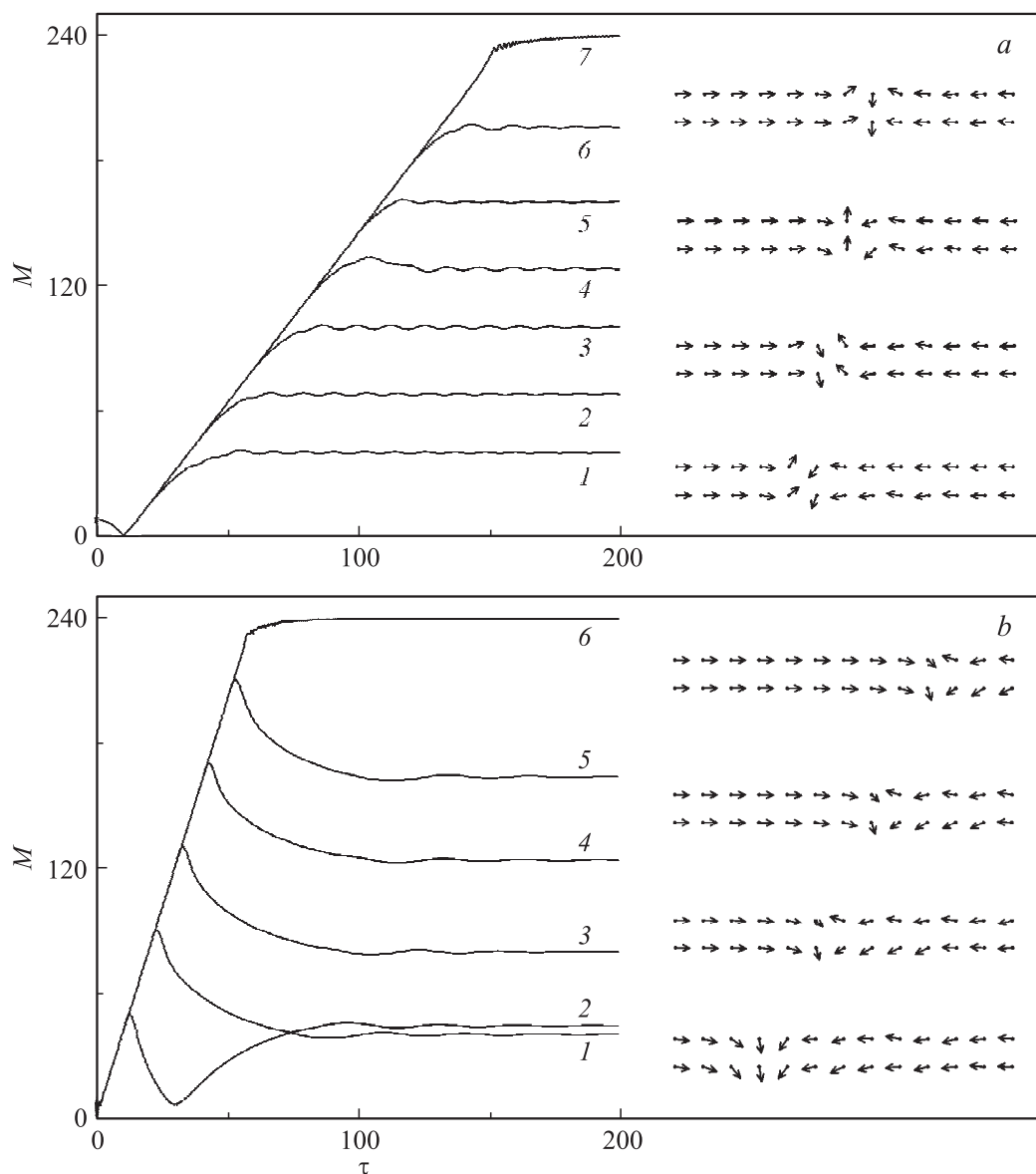


Рис. 8. Изменение суммарного магнитного момента системы с $\lambda = 1.0, 3.0$ (*a, b*) под действием магнитного поля с $h = 0.05, 0.5$ (*a, b*) при различном времени его выключения.

ванными областями (доменами) находится в устойчивом равновесии, так как перемещение междоменной границы между областями требует преодоления энергетического барьера (при изменении ориентации магнитных моментов в области границы энергия связи системы увеличивается). На рис. 6 приведено изменение магнитного момента двухрядной системы под воздействием приложенного ко всей цепочке постоянного поля в случае, когда исходным состоянием является структура с двумя противоположно намагниченными доменами. Выбран случай, когда междоменная граница удалена от центра цепочки, и суммарный магнитный момент системы $M > 100$. Параметр обменного взаимодействия $\lambda = 3.0, 3.5, 4.0, 4.5$ (кривые 1–4), величина направленного вдоль структуры магнитного поля $h = 0.5$. Под воздействием

магнитного поля междоменная граница смещается в направлении действия поля, в результате чего изменяется суммарный магнитный момент системы. Сначала граница перемещается к центру системы, в результате чего суммарный магнитный момент уменьшается, а затем движется к краю системы, по достижении которого система становится однородно намагниченной с $M \approx 2N$ (где N — число элементов в одном ряду структуры). С увеличением обменного параметра в зависимости $M(\tau)$ начинают проявляться осцилляции, связанные с дискретностью среды, в которой движется междоменная граница, т. е. фронт ориентационного перехода. На рис. 7 для системы с $\lambda = 4.5$ показаны различные фазы (через равные промежутки времени) движения по структуре междоменной границы.

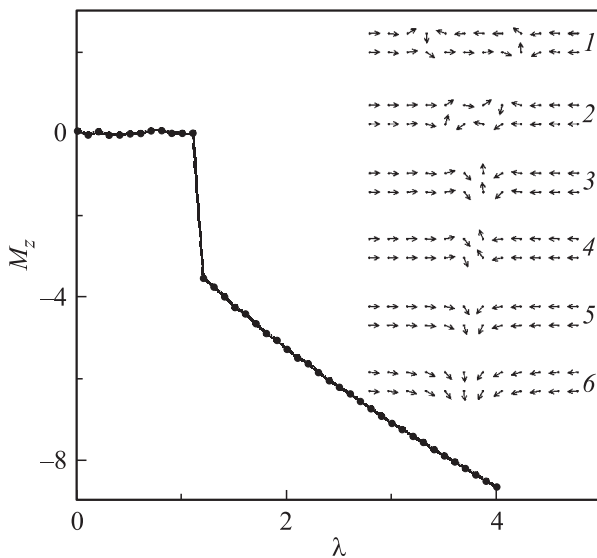


Рис. 9. Зависимость z -составляющей магнитного момента междоменной границы от величины обменного параметра и конфигурация систем для $\lambda = 0.2, 0.4, 0.5, 1, 2, 5$ (1–6).

Анализ показывает, что в отличие от однорядных цепочек в случае двухрядных систем для перемещения междоменной границы и, следовательно, для управления суммарным магнитным моментом требуются более слабые поля, и в таких системах при рассматриваемых условиях не формируются дополнительные домены. На рис. 8 приведено изменение суммарного магнитного момента двухрядной цепочки с $\lambda = 1.0, 3.0$ (a, b) под воздействие магнитного поля величиной $h = 0.05, 0.5$ (a, b) при различном времени его выключения. Видно, что процесс релаксации и перехода системы в равновесное состояние сильно зависит от величины обменного взаимодействия. В частности, в случае более слабого обменного взаимодействия равновесное значение суммарного магнитного момента меньше отличается от значения M в момент выключения внешнего поля. Приведенные на рисунке различные фазы перемещающейся междоменной границы также зависят от величины обменного параметра. Нижние конфигурации на рис. 8, a и рис. 8, b близки к равновесным конфигурациям. Видно, что в случае рис. 8, a ($\lambda = 1.0$) магнитный момент области междоменной границы равен нулю, в случае же рис. 8, b ($\lambda = 3.0$) ее магнитный момент отличен от нуля и лежит в плоскости цепочки.

На рис. 9 представлена зависимость z -составляющей (перпендикулярной оси цепочки и лежащей в ее плоскости) магнитного момента междоменной границы от величины обменного параметра при $\kappa = 1$ и конфигурация систем для случаев $\lambda = 0.2, 0.4, 0.5, 1, 2, 5$ (конфигурации 1–6). Остальные составляющие магнитного момента границы близки к нулю. Видно, что при $\lambda \geq 1.2$ граница между областями становится намагниченной и ее магнитный момент монотонно растет при усилении обменного взаимодействия. Таким образом, при

перемещении междоменной границы в рассматриваемых системах изменяется пространственное расположение поперечной составляющей их магнитных моментов.

5. Заключение

Исследование двухрядных цепочек магнитных моментов показало, что при локальном возбуждении внешним полем части системы (изменение ее ориентации на противоположное), в отличие от однорядной цепочки, как правило, осуществляется распространение переориентации на большие участки системы или полное перемагничивание цепочки. При этом результат воздействия внешнего поля (установление нового равновесного состояния или возникновение переориентированного участка только на период действия внешнего поля) определяется параметрами обменного взаимодействия, а также числом возбуждаемых магнитных моментов и их расположением в системе. Перемагничивание двухрядной цепочки может быть реализовано уже при возбуждении одного из магнитных моментов в каждом ряду системы. При достаточно большом обменном взаимодействии ($\lambda \gg 1$) выявлены продолжительные по времени переходные процессы, связанные с изменением вблизи концов цепочки направления движения фронтов перемагничивания. В случае наличия в системах противоположно ориентированных областей достигается управление намагниченностью цепочек с помощью магнитного поля, действующего на всю систему. При этом осуществляется изменение суммарного магнитного момента системы за счет передвижения исходной границы между противоположно ориентированными областями. При слабом обменном взаимодействии магнитный момент данной границы равен нулю. При сильном обменном взаимодействии (для двухрядных цепочек $\lambda > 1$) граница между областями становится намагниченной — ее магнитный момент увеличивается с ростом обменного параметра и лежит в плоскости системы перпендикулярно цепочке. Таким образом, осуществляя при вышеуказанных параметрах перемещение междоменной границы двухрядной цепочки, реализуется изменение величины продольной составляющей магнитного момента системы и изменение области локализации поперечной составляющей ее магнитного момента.

Список литературы

- [1] Б.Н. Филиппов, Л.Г. Корзунин. *ЖЭТФ* **121**, 372 (2002).
- [2] Г.С. Кандаурова, В.Х. Осадченко, А.Г. Пашко. *ФТТ* **47**, 1806 (2005).
- [3] Д.И. Семенцов, А.М. Шутый. *УФН* **177**, 831 (2007).
- [4] А.М. Шутый. *ЖЭТФ* **135**, 1009 (2009).
- [5] А. Пятаков. *ПерсТ* **17** (13/14), 4 (2010).
- [6] S. Seki, X.Z. Yu, S. Ishiwata, Y. Tokura. *Science* **336**, 198 (2012).
- [7] R. Skomski. *J. Phys.: Cond. Matter* **15**, R841 (2003).

- [8] А.Ю. Галкин, Б.А. Иванов. Письма в ЖЭТФ **83**, 450 (2006).
- [9] A.A. Eliseev, A.S. Vyacheslavov, A.V. Lukashin, Yu.D. Tretyakov, I.P. Suzdalev, Yu.V. Maximov, P. Goernert. Int. J. Nanosci. **5**, 459 (2006).
- [10] Л.А. Головань, В.Ю. Тимошенко, П.К. Кашкаров. УФН **177**, 619 (2007).
- [11] С.А. Гусев, Ю.Н. Ноздрин, М.В. Сапожников, А.А. Фраерман. УФН **170**, 331 (2000).
- [12] I.A. Becker, A. Chatelain, W.A. Heer. Phys. Rev. Lett. **71**, 4067 (1993).
- [13] С.П. Губин, Ю.А. Кокшаров, Г.Б. Хомутов, Г.Ю. Юрков. Успехи химии **74**, 539 (2005).
- [14] С.П. Губин, Ю.А. Кокшаров. Неорган. материалы **38**, 1287 (2002).
- [15] И.Р. Каретникова, И.М. Нефедов, М.В. Сапожников, А.А. Фраерман, И.А. Шерешевский. ФТТ **43**, 2030 (2001).
- [16] А.М. Шутый. ЖЭТФ **137**, 277 (2010).
- [17] А.М. Шутый. Письма в ЖЭТФ **97**, 601 (2013).
- [18] А.М. Шутый. ФММ **115**, 1247 (2014).
- [19] А.М. Шутый. ФТТ **55**, 2155 (2013).