## 11;14

# Распространение электромагнитных волн в биологической среде: преломление на границе раздела

### © П.А. Туральчук, О.Г. Вендик, И.Б. Вендик

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"

# E-mail: pavel.turalchuk@mwlab.spb.ru

#### Поступило в Редакцию 3 октября 2014 г.

Обсуждаются вопросы моделирования распространения электромагнитных волн в биологической среде, включая преломление электромагнитной волны на границе раздела: биологическая среда—свободное пространство. Приведено аналитическое описание комплексной диэлектрической проницаемости как функции частоты. Произведена оценка потерь мощности, вызванных отражением при распространении волны через границу раздела двух диэлектриков с учетом диэлектрических потерь в биологической среде. Приведенный анализ прохождения электромагнитных волн через биологическую среду позволяет сформулировать технические требования к излучателям, имплантированным в исследуемую среду.

Техника радиочастотной идентификации состояния биологических объектов обеспечивает получение информации о процессах в теле человека в реальном масштабе времени [1–3]. Разработка таких систем радиочастотной идентификации требует адекватного моделирования распространения электромагнитных волн в биологической среде, включая преломление электромагнитной волны на границе раздела биологическая среда–свободное пространство. Описание преломления волны важно для оценки работы как передающей антенны, так и приемной, имплантируемой в биологический объект.

Основной задачей работы является разработка аналитического описания прохождения электромагнитных волн через биологическую среду для оценки затухания мощности с учетом преломления волн на границе раздела среда—воздух.

Как правило, диэлектрическая проницаемость биологической среды убывает, а проводимость растет с ростом частоты. Для аналитического

#### 26

описания диэлектрической проницаемости как функции частоты используется уравнение Дебая

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0(\varepsilon' + i\varepsilon''), \tag{1}$$

где

$$\varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{\infty}}{1 + i\omega\tau_1} + \frac{\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{\infty}}{1 + i\omega\tau_2},$$
(2)

 $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума,  $\varepsilon_\infty$  — относительная диэлектрическая проницаемость на высокой частоте.

Дробные слагаемые в приведенной формуле характеризуют релаксационный (нерезонансный) характер частотной зависимости диэлектрической проницаемости, которая представляется суммой вещественной и мнимой составляющих. Наряду с мнимой составляющей проницаемости  $\varepsilon''$ , определяющей диэлектрические потери, используется электрическая проводимость среды

$$\sigma(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon''(\omega) + \sigma_0, \tag{3}$$

где  $\sigma_0$  — не зависящая от частоты проводимость среды.

На рис. 1 показана экспериментальная зависимость от частоты вещественной части относительной диэлектрической проницаемости и проводимости различных образцов тканей человеческого организма [3,4]. Выделенные на рисунке изломы кривых соответствуют областям проявления релаксационных механизмов, которые описываются формулами (1), (2).

Распространение гармонической электромагнитной волны описывается волновым уравнением. Учтем, что биологическая среда изотропна и магнитная проницаемость среды соответствует магнитной проницаемости в вакууме:  $\mu(\omega) = \mu_0$ . Решение волнового уравнения для гармонической волны, распространяющейся вдоль оси *z*, имеет вид:

$$E(z) = E_m e^{-ikz} e^{i\omega t}, \tag{4}$$

где *k* — волновое число

$$k(\omega) = \beta(\omega) - i\alpha(\omega). \tag{5}$$

Здесь  $\beta$  — фазовый множитель,  $\alpha$  — коэффициент затухания.



**Рис. 1.** Зависимость диэлектрической проницаемости (*a*) и проводимости (*b*) тканей человеческого организма от частоты: *1* — мышечная ткань, *2* — жировая ткань, *3* — кожа, *4* — кровь, *5* — мозг.

Для среды с параметрами  $\varepsilon'$  и  $\sigma$  волновое число определяется выражением

$$k(\omega) = \sqrt{\left(\varepsilon_0 \varepsilon'(\omega) - i \, \frac{\sigma(\omega)}{\omega}\right) \mu_0}.$$
 (6)

Для количественных оценок удобно рассмотреть два частных случая:

1. Распространение волны в диэлектрической среде с малым затуханием, что соответствует условию

$$\omega \varepsilon_0 \varepsilon'(\omega) \gg |\sigma(\omega)|.$$
 (7)



Рис. 1 (продолжение).

Используя приведенное неравенство, произведем элементарное разложение (6) в степенной ряд и, обращаясь к обозначениям (5), получим

$$\beta(\omega) = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon'(\omega) \mu_0},\tag{8}$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\sigma(\omega)}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon'(\omega)}}.$$
(9)

2. Распространение волны в проводящей среде, обладающей достаточно большим затуханием:

$$\omega \varepsilon_0 \varepsilon'(\omega) \ll |\sigma(\omega)|. \tag{10}$$

В этом случае комплексное волновое число приобретает вид

$$k(\omega) = \sqrt{-i\omega\mu_0\sigma(\omega)}.$$

Возвращаясь к соотношению (5), находим, что

$$\beta = \alpha = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma(\omega)}{2}}.$$
(11)

Принято использовать параметр  $\delta$ , который называют глубиной проникновения электромагнитной волны:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma(\omega)}}.$$
 (12)

Глубина проникновения определяется как отрезок пути  $\Delta l = \delta$ , после прохождения которого амплитуда волны уменьшается в *е* раз. Для параметров биологических тканей неравенство (11) выполняется для весьма высоких частот (10<sup>11</sup> Hz и более).

Рассмотрим случай, когда излучатель электромагнитной волны (малогабаритная антенна) имплантирован в биологическую ткань. В отличие от простого случая излучения волны в однородную изотропную среду при рассмотрении прохождения волны через границу раздела биологическая ткань-свободное пространство (воздух) необходимо учитывать затухание волны, связанное с отражением и преломлением на границе раздела. Рассмотрим случай дифракции сферической волны на границе раздела. Падение сферической электромагнитной волны на плоскую границу раздела двух сред показано на рис. 2. Участок сферической волны, малый по сравнению с расстоянием до ее источника возбуждения, можно приближенно рассматривать как плоскую волну. Следовательно, прохождение сферических электромагнитных волн при наклонном их падении на границу раздела двух диэлектриков, расположенную на большом расстоянии от источника, может быть описано более простым случаем плоских волн [5]. Угол преломления плоской электромагнитной волны ( $\psi$ ) связан с углом падения ( $\theta$ ) следующим соотношением [5]:

$$\cos(\psi) = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2(\theta)}.$$
 (13)

Зависимость угла преломления от угла падения для сред с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1 = 55$  (биологическая среда) и  $\varepsilon_2 = 1$ показана на рис. 3, из которого следует, что отклонение падающей



**Рис. 2.** Распространение сферических электромагнитных волн через границу раздела двух диэлектрических сред: *1* — излучатель, *2* — преломленная волна, *3* — отраженная волна.

волны от нормали к граничной поверхности более чем на 7.75° приводит к отклонению преломленной волны к нормали на 90°. Заметим, что для рассмотренного случая только малая часть потока мощности излучателя, лежащего в секторе  $\pm 7.75^{\circ}$  (рис. 2), выходит в свободное пространство, а большая часть излученной энергии переходит в поверхностную волну на поверхности раздела и поглощается на границах рассматриваемого пространства.

Определим затухание мощности, вызванное отражением при распространении волны через границу раздела двух диэлектриков с учетом диэлектрических потерь в биологической среде:

$$G = 10 \log \left(\frac{P_2}{P_{\Sigma}} e^{-\alpha h}\right).$$
(14)



**Рис. 3.** Зависимость угла преломления плоской электромагнитной волны от угла падения на границу раздела сред с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1 = 55$  и  $\varepsilon_2 = 1$ .

Здесь  $\alpha$  — коэффициент затухания, определяемый (9), h — расстояние от излучателя до границы раздела двух сред,  $P_{\Sigma}$  — полная мощность, излучаемая антенной (полуволновый симметричный вибратор), находящейся в среде, эквивалентной биологической:

$$P_{\Sigma} = Z_1 \frac{|I_0|^2}{8\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta} \, d\theta,\tag{15}$$

*P*<sub>2</sub> — мощность вибратора, излученная во вторую среду:

$$P_2 = 2Z_1 \frac{|I_0|^2}{8\pi} \int_0^{\theta_0} |T(\theta)|^2 d\theta.$$
 (16)

Здесь  $I_0$  — амплитуда тока,  $Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_1}{\epsilon_0 \epsilon_1}}$  — волновой импеданс среды, в которой находится излучающий вибратор,  $T(\theta) = \frac{2\cos(\theta)}{\cos(\theta) + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2(\theta)}}$  — коэффициент прохождения волны через границу раздела [5]. Для рассмотренного случая ( $\epsilon_1 = 55$ ,  $\epsilon_2 = 1$ ) область изменения углов падения ограничена углом полного внутреннего отражения:  $\theta_0 = 7.75^\circ$ . В результате затухание сигнала, обусловленное отражением на границе раздела двух диэлектрических слоев с учетом потерь в первой среде, составило G = 15 dB.

Таким образом, приведенный анализ прохождения электромагнитных волн через биологическую среду с учетом преломления волн на границе раздела среда—воздух позволяет сформулировать технические требования к излучателям (антеннам), имплантированным в исследуемую среду.

Авторы благодарят М.М. Деркача и С.В. Богословского за помощь в формулировании проблемы.

Публикация выполнена в рамках государственной работы "Проведение научно-исследовательских работ (фундаментальных научных исследований, прикладных научных исследований и экспериментальных разработок)" проектной части государственного задания Минобрнауки России (задание № 8.2579.2014/К).

### Список литературы

- [1] *Elham Moradi, Karoliina Koski, Toni Bjorninen* et al. // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2014. V. 56. N 1. P. 271–291.
- [2] Деркач М.М., Туральчук П.А., Мунина И.В. // Материалы II Всероссийской научно-технической конференции "Электроника и микроэлектроника СВЧ". 2013. С. 4.
- [3] *James C. Lin* Electromagnetic fields in biological systems. London, New York: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2012. 458 p.
- [4] Gabriel S., Lau R.W., Gabriel C. // Physics in medicine and biology. 1996. V. 41. P. 2231–2249.
- [5] Гольдитейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. радио, 1971. С. 205–250.