

## Переходной процесс в ускоряющей структуре с параллельной связью с учетом нагрузки током пучка

© А.М. Барняков,<sup>1</sup> А.Е. Левичев,<sup>1</sup> Д.А. Никифоров,<sup>1</sup> Ю.Д. Черноусов,<sup>2</sup> И.В. Шеболаев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

<sup>2</sup> Институт химической кинетики и горения СО РАН 630090 Новосибирск, e-mail: A.E.Levichev@inp.nsk.su

(Поступило в Редакцию 5 июня 2014 г.)

Рассмотрен переходной процесс в ускоряющей структуре с параллельной связью, состоящей из ускоряющего и возбуждающего резонаторов, с учетом нагрузки током и потерь. Получены соотношения для амплитуд колебаний в резонаторах в переходном и стационарном режимах, величины ускоряющего напряжения, критического тока. Проанализирована возможность стабилизации ускоряющего напряжения задержкой инжекции пучка относительно начала импульса генератора.

### Введение

Развитие способа питания ускоряющих резонаторов сверхвысокочастотной (СВЧ) мощностью параллельным образом [1–6] привело к созданию ускоряющей структуры нового типа — с параллельной связью, представляющей собой набор ускоряющих резонаторов, возбуждаемых параллельно одним общим резонатором через индивидуальные отверстия связи [5–6]. В таком устройстве связь по электромагнитному полю между ускоряющими резонаторами практически отсутствует, поэтому для описания структуры можно использовать модель из двух связанных резонаторов, в которой первый резонатор является возбуждающим, а второй эквивалентен ускоряющим резонаторам или только одному из них. Каждый из ускоряющих резонаторов структуры возбуждается индивидуально и работает в режиме стоячей волны.

В ускоряющих структурах, использующих высокодобротные резонаторы, при импульсном возбуждении возникает переходной процесс, амплитуда ускоряющего напряжения зависит от времени, что приводит к увеличению энергетического разброса ускоряемых частиц [7,8]. Переходной процесс установления колебаний в одиночном ускоряющем резонаторе с учетом тока пучка рассмотрен в ряде работ [7–10]. При наличии двух связанных резонаторов, один из которых является ускоряющим, характер переходного процесса при ускорении пучка частиц усложняется из-за появления дополнительных параметров системы.

Описание переходного процесса в ускоряющей структуре с параллельной связью при наличии нагрузки током пучка электронов в упрощенном виде приводится в [11] на основе выражений, полученных для одиночного резонатора [9]. Для системы двух связанных резонаторов, резонансные частоты которых близки к частоте возбуждающего СВЧ-генератора, в работе [12] получены уравнения для нормированных комплексных амплитуд колебаний, описывающие переходной процесс в системе.

В настоящей работе рассмотрен переходной процесс в ускоряющей структуре с параллельной связью, состоящей из ускоряющего и возбуждающего резонаторов, с учетом нагрузки током и потерь в резонаторах.

### Описание переходного процесса и стационарного режима

На рисунке показана система, состоящая из двух связанных резонаторов, первый из которых — возбуждающий, а второй — ускоряющий, нагруженный током ускоряемых частиц. Для упрощения рассмотрения основных особенностей в настоящей работе при учете влияния пучка на переходной процесс в системе будем считать, что частота следования ускоряемых сгустков и частоты настройки резонаторов совпадают, СВЧ-колебания, возбуждаемые в ускоряющем резонаторе пучком и генератором, находятся в противофазе. Тогда при рассмотрении колебаний в резонаторах на резонансной частоте  $\omega_0$ , от комплексных амплитуд [12] можно перейти к реальным величинам и систему уравнений для нормированных амплитуд колебаний в резонаторах  $V_1$  и  $V_2$  с учетом одновременного возбуждения ускоряющей структуры независимыми источниками — СВЧ-генератором [12] и током пучка [9] записать в виде

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dt} = a \sqrt{\beta_1} \frac{\omega_0}{Q_{01}} - \frac{\omega_0}{2Q_{L1}} V_1 - k_c \frac{\omega_0}{2} V_2, \\ \frac{dV_2}{dt} = k_c \frac{\omega_0}{2} V_1 - \frac{\omega_0}{2Q_{L2}} V_2 - \alpha I. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\alpha = \sqrt{\omega_0 L / 2Q_{02}}$  — действительная положительная величина, характеризующая влияние пучка на колебания в резонаторе [9],  $Z_e = U^2 / (P_2 L)$  — эффективное шунтовое сопротивление [13],  $P_2$  — мощность потерь в стенках во втором (ускоряющем) резонаторе,  $U$  — ускоряющее напряжение, определяющее максимальную энергию, которую может набрать частица при пролете резонатора,

$L$  — длина резонатора,  $I$  — средний ток пучка, который сгруппирован в точечные сгустки,  $a = \sqrt{2P_g}$  — нормированная амплитуда волны, падающей на вход системы,  $P_g$  — мощность генератора,  $Q_{01}, Q_{02}, Q_{L1} = Q_{01}/(1/\beta_1), Q_{1,2} = Q_{02}/(1 + \beta_2)$  — собственные и нагруженные добротности первого и второго резонаторов соответственно,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — коэффициенты связи с линией первого и второго резонаторов. Связь между резонаторами определяется коэффициентом  $k_c$  [12]. Нормировка амплитуд колебаний в резонаторах  $V_1, V_2$  задается соотношением  $W_{1,2} = |V_{1,2}|^2/2$ , где  $W_{1,2}$  — запасенная энергия в первом и втором резонаторах соответственно. Отметим, что в (1) амплитуда падающей волны  $a$  и ток пучка  $I$  — постоянные величины, причем генератор и ток пучка включаются одновременно.

Система (1) для амплитуд  $V_1, V_2$  описывает с учетом потерь переходные процессы установления вынужденных СВЧ-колебаний в возбуждающем и ускоряющем резонаторах ускоряющей структуры с параллельной связью, происходящие под действием СВЧ-генератора и тока пучка. Путем подстановки из (1) можно получить

$$\frac{d^2V_{1,2}}{dt^2} + 2\delta \frac{dV_{1,2}}{dt} + \Omega_0^2 V_{1,2} = F_{1,2} \quad (2)$$

— дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами [14]. Уравнения (2) характеризуют затухающие колебания осциллятора с трением под действием постоянной внешней силы с декрементом затухания  $\delta$  и собственной частотой колебаний  $\Omega_0$  [15]. В нашем случае декремент затухания  $\delta = 1/2\tau_{L1} + 1/2\tau_{L2}$ ,  $\Omega_0 = \sqrt{(1 + \beta_L)/(\tau_{L1}\tau_{L2})}$  — частота модуляции амплитуды колебаний в возбуждающем и ускоряющем резонаторах (частота обмена запасенной СВЧ-энергией в системе двух связанных резонаторов) при  $\delta = 0$ ,  $\tau_{L1} = 2Q_{L1}/\omega_0$  — нагруженное время возбуждения первого резонатора,  $\tau_{L2} = 2Q_{L2}/\omega_0$  — нагруженное время возбуждения второго резонатора,  $\beta_L = k_c^2 Q_{L1} Q_{L2}$  — коэффициент, отвечающий за связь между первым и вторым резонаторами [16]. Характер решения уравнений (2) определяется корнями  $\lambda_{1,2}$  характеристического уравнения:  $\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \Omega_0^2}$ . Как и в системе связанных резонаторов при отсутствии тока пучка [12], переходный процесс в системе с пучком при  $\delta < \Omega_0$  имеет колебательный, при  $\delta = \Omega_0$  — критический, а при  $\delta > \Omega_0$  — аperiodический характер. Установившиеся значения амплитуд колебаний находятся из соотношений:  $V_{1,2} = F_{1,2}/\Omega_0^2$ , где

$$F_1 = \tau_{L2}^{-1} \left( \sqrt{4P_g \beta_1 / (1 + \beta_1) \tau_{L1}} + \alpha I \sqrt{\beta_L Q_{L2} / Q_{L1}} \right),$$

$$F_2 = \tau_{L1}^{-1} \left( \sqrt{4P_g \beta_1 \beta_L / (1 + \beta_1) \tau_{L2}} - \alpha I \right).$$

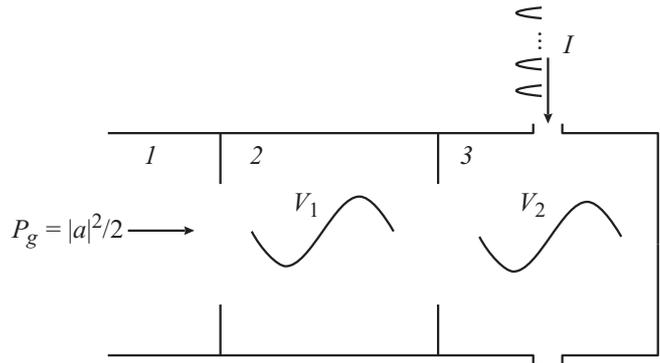


Схема системы двух связанных резонаторов, возбуждаемых генератором и пучком заряженных частиц: 1 — подводящий СВЧ мощность волновод, 2 — первый резонатор с нормированной амплитудой колебаний  $V_1$ ; 3 — второй (ускоряющий) резонатор с нормированной амплитудой колебаний  $V_2$ .

Решение системы уравнений (2) можно представить в общем виде

$$\begin{cases} V_1(t) = \frac{\tau_{L1}}{(1 + \beta_L)} \left( \sqrt{\frac{4P_g}{\tau_{L1}} \frac{\beta_1}{(1 + \beta_1)}} + \alpha I \sqrt{\beta_L \frac{Q_{L2}}{Q_{L1}}} \Psi_1(t) \right. \\ \quad \left. + \sqrt{\frac{4P_g}{\tau_{L1}} \frac{\beta_1}{(1 + \beta_1)}} \right) \Psi_2(t), \\ V_2(t) = \frac{\tau_{L1}}{(1 + \beta_L)} \left( \sqrt{\frac{4P_g}{\tau_{L2}} \frac{\beta_1 \beta_L}{(1 + \beta_1)}} - \alpha I \right) \Psi_1(t) \\ \quad - \alpha I \Psi_2(t). \end{cases} \quad (3)$$

Вид функций  $\Psi_{1,2}(t)$  зависит от характера решения уравнений (2)

$$\Psi_1(t) = 1 - \exp(-\delta t) - \delta t \exp(-\delta t),$$

$$\Psi_2(t) = t \exp(-\delta t)$$

— при критическом режиме,  $\delta = \Omega_0$ ,

$$\Psi_1(t) = 1 + \frac{\lambda_1 \exp(\lambda_2 t) - \lambda_2 \exp(\lambda_1 t)}{\lambda_2 - \lambda_1},$$

$$\Psi_2(t) = \frac{\exp(\lambda_2 t) - \exp(\lambda_1 t)}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

— при аperiodическом режиме,  $\delta > \Omega_0$ ,

$$\Psi_1(t) = 1 - \exp(-\delta t) \cos\left(\sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2} t\right)$$

$$- \exp(-\delta t) \frac{\delta}{\sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2}} \sin\left(\sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2} t\right),$$

$$\Psi_2(t) = \exp(-\delta t) \frac{\sin\left(\sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2} t\right)}{\sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2}}$$

— при колебательном режиме,  $\delta < \Omega_0$ .

Функции  $\Psi_{1,2}(t)$  удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$\Psi_1(0) = 0, \quad \Psi_1(\infty) = 1, \quad \Psi_2(0) = \Psi_2(\infty) = 0. \quad (4)$$

Из уравнения для  $V_2$  системы (3) следует, что в установившемся режиме колебаний в резонаторах пучок частиц будет набирать энергию в том случае, если  $\sqrt{4P_g\beta_1\beta_L/[\tau_{L2}(1+\beta_1)]} > \alpha I$ , откуда следует выражение для критического тока  $I_c$ :

$$I_c^2 = \frac{4P_g}{Z_e L} \frac{\beta_1\beta_L(1+\beta_2)}{(1+\beta_1)}. \quad (5)$$

Из определения для шунтового сопротивления  $Z_e = U^2/(P_2L)$ , выражения для добротности второго резонатора  $Q_{02} = \omega_0 W_2/P_2$  и условия нормировки  $W_2 = |V_2|^2/2$  следует соотношение между ускоряющим напряжением  $U$  и нормированной амплитудой колебаний в ускоряющем резонаторе  $V_2$ :

$$U = |V_2| \sqrt{\frac{\omega_0 Z_e L}{2Q_{02}}}. \quad (6)$$

Амплитуды колебаний в резонаторах ускоряющей структуры с параллельной связью определяются как мощностью генератора, так и током ускоряемого пучка. Поле излучения пучка в ускоряющем резонаторе влияет на поле в возбуждающем резонаторе с учетом коэффициента  $\beta_L$ . Из (5), (6), (3), (4) и соотношения для величины  $\alpha$  следует выражение для напряжения, определяющего энергию частиц в ускоряющем резонаторе структуры с параллельной связью в установившемся режиме

$$U = Z_e L \frac{I_c - I}{1 + \beta_L}. \quad (7)$$

## Стабилизация ускоряющего напряжения задержкой инжекции пучка

Во время переходного процесса амплитуда колебаний во втором резонаторе переменна, поэтому выходная энергия ускоренного пучка также будет зависеть от времени, что приведет к дополнительному увеличению ширины энергетического спектра ускоренных частиц. В линейных ускорителях известным методом стабилизации средней энергии пучка является задержка инжекции тока относительно импульса генератора [7–10]. К моменту инжекции пучка в ускоряющем резонаторе устанавливаются СВЧ-колебания, амплитуда которых определяется генератором. При правильно выбранном моменте инжекции амплитуда равна своему стационарному значению при включенном токе и в дальнейшем при включении пучка уже не меняется. Таким способом при включении тока пучка с определенной задержкой относительно момента включения генератора можно достичь стабилизации ускоряющего напряжения

и соответственно стабилизации среднего значения энергии ускоренного пучка. Величина времени задержки инжекции является функцией параметров системы, в том числе зависит от величины тока пучка. Исходя из уравнений для амплитуд колебаний в резонаторах (3) определим для ускорителя электронов на основе ускоряющей структуры с параллельной связью, какого эффекта стабилизации ускоряющего напряжения можно достичь задержкой инжекции.

Если пучок включается с задержкой в момент времени  $t_b$ , то можно считать, что в этот момент генератор выключается и включается вновь вместе с пучком. Тогда при  $t \geq t_b$  с учетом (3) и (5) амплитуда колебаний во втором резонаторе складывается из спадающей амплитуды после выключения генератора

$$V_{2\text{dec}}(t - t_b) = \frac{\alpha\tau_{L2}}{(1 + \beta_L)} I_c \Psi_1(t_b)(1 - \Psi_1(t - t_b))$$

и возрастающей амплитуды после одновременного включения генератора и пучка

$$V_{2\text{in}}(t - t_b) = \frac{\alpha\tau_{L2}}{(1 + \beta_L)} (I_c - I) \Psi_1(t - t_b) - \alpha I \Psi_2(t - t_b),$$

т.е.

$$V_2(t - t_b) = V_{2\text{dec}}(t - t_b) + V_{2\text{in}}(t - t_b). \quad (8)$$

Из приведенных соотношений следует

$$V_2(t - t_b) = \frac{\alpha\tau_{L2}}{(1 + \beta_L)} I_c \Psi_1(t_b) + \frac{\alpha\tau_{L2}}{(1 + \beta_L)} I_c \Psi_1(t - t_b) \times \left[ 1 - \frac{I}{I_c} - \Psi_1(t_b) \right] - \alpha I \Psi_2(t - t_b). \quad (9)$$

Для стабилизации напряжения во втором резонаторе током пучка необходимо, чтобы выполнялось условие  $V_2(t = t_b) = V_2(t = \infty)$ , где  $V_2(t = t_b)$  — амплитуда колебаний в момент включения инжекции,  $V_2(t = \infty)$  — стационарное значение амплитуды при включенном генераторе и токе пучка. Тогда с учетом граничных условий (4) из выражений (9) и (3) получаем

$$V_2(t = t_b) = \frac{\alpha\tau_{L2}}{(1 + \beta_L)} I_c \Psi_1(t_b) = V_2(t = \infty) = \frac{\alpha\tau_{L2}}{(1 + \beta_L)} I_c \left[ 1 - \frac{I}{I_c} \right],$$

откуда следует соотношение, определяющее момент включения пучка:

$$\Psi_1(t_b) = 1 - \frac{I}{I_c}. \quad (10)$$

Отметим, что при  $I \rightarrow I_c$ ,  $t_b \rightarrow 0$  и соответственно при  $I \rightarrow 0$ ,  $t_b \rightarrow \infty$ . Время инжекции пучка  $t_b$  в соответствии с (10) определяется функцией  $\Psi_1(t)$ , вид которой определяется характером решения уравнения (3).

С учетом (10) из (9) получаем, что после включения пучка амплитуда колебаний определяется уравнением

$$V_2(t - t_b) = \frac{\alpha\tau_{L2}}{(1 + \beta_L)} (I_c - I) - \alpha I \Psi_2(t - t_b). \quad (11)$$

При включении пучка с задержкой в момент времени, определяемом из соотношения (10), амплитуда колебаний во втором резонаторе при  $t = t_b$  достигает своего стационарного значения

$$V_2 = \frac{\alpha \tau_{L2}}{(1 + \beta_L)} (I_c - I), \quad (12)$$

далее падает в соответствии с (11) и затем возвращается к этому своему стационарному значению (12). Включение пучка с задержкой в соответствии с условием (10) не приводит к полной стабилизации амплитуды и пропорционального ей ускоряющего напряжения, а лишь к уменьшению модуляции амплитуды в соответствии с уравнением (11). Степень стабилизации амплитуды во втором резонаторе и энергии пучка определяется функцией  $\alpha I \Psi_2(t - t_b)$  и может быть найдена для конкретного случая в зависимости от параметров резонаторов и вида решения (3).

## Заключение

Представление переходного процесса в ускоряющей структуре с параллельной связью при ускорении пучка заряженных частиц в виде двух независимых процессов, происходящих соответственно под действием только генератора и только пучка, позволяет описать режим установления колебаний в системе, получить соотношения для амплитуд полей в резонаторах в переходном режиме, величины ускоряющего напряжения, критического тока. Генератор и пучок возбуждают в системе электромагнитные поля, амплитудное значение каждого из которых зависит от времени. Суперпозиция этих полей в ускоряющем резонаторе дает суммарное поле, в котором происходит ускорение частиц. В отличие от одиночного резонатора в ускоряющей структуре с параллельной связью возбуждение ускоряющего резонатора происходит через возбуждающий резонатор. Это усложняет процесс формирования колебаний во втором резонаторе, добавляя зависящий от времени дополнительный фактор, связанный с обменом запасенной энергии между резонаторами. В связи с этим невозможно полностью остановить переходной процесс в ускоряющем резонаторе включением пучка с задержкой относительно импульса генератора. Частота обмена энергией между ускоряющим и возбуждающим резонаторами и декремент затухания возникающих колебаний во время переходного процесса не зависят от тока пучка и определяются добротностями резонаторов и коэффициентами связи. Установившееся значение амплитуды ускоряющего поля в рассматриваемой системе не зависит от времени задержки включения пучка.

Работа поддержана грантом РФФИ мол\_а 12-02-31018

## Список литературы

- [1] Sundelin R.M., Kirchgessner J.L., Tiger M. // Trans. on Nucl. Sci. 1977. Vol. NS-24. N 3. P. 1686–1688.
- [2] Иванников В.И., Черноусов Ю.Д., Шеболаев И.В. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 12. С. 2407–2409.
- [3] Brezhnev O. N., Logatchev P.V., Pavlov V.M. et al. // Proc. of LINAC. 2002. P. 213–215.
- [4] Neilson J., Tantawi S., Dolgashev V. // Proc. of LINAC. 2010. P. 235–237.
- [5] Levicev A.E., Pavlov V.M., Ivannikov V.I., Shebolaev I.V., Chernousov Yu.D. // Proc. of LINAC 2012. P. 282–284.
- [6] Черноусов Ю.Д., Иванников В.И., Шеболаев И.В., Левичев А.Е., Павлов В.М. Ускоряющая структура с параллельной связью. Пат. № 247 2244. Б.И.10.01.2013. № 1.
- [7] Wilson P.B. // SLAC-PUB-2884.
- [8] Wangler Th.P. WILEY-VCH. 2008. P. 354–360.
- [9] Иванников В.И., Павлов В.М., Черноусов Ю.Д., Шеболаев И.В. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 6. С.134–136.
- [10] Вукулов В.Ф., Заворотыло В.Н., Рузин В.В., Шилов В.К. // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 11. С. 2188–2191.
- [11] Levicev A.E., Pavlov V.M., Ivannikov V.I., Shebolaev I.V., Chernousov Yu.D. // Proc. of RuPac. 2012. P. 164–166.
- [12] Иванников В.И., Черноусов Ю.Д., Шеболаев И.В. // РЭ. 2000. Т. 45. Вып. 2. С.180–184.
- [13] Милованов О.С., Собенин Н.П. Техника сверхвысоких частот. М.: Атомиздат, 1980. С. 464.
- [14] Бронштейн И., Семендяев К. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. 10-е издание. М.: Наука. 1964. С. 449–453.
- [15] Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Механика. М.: ГИФМЛ. 1958. С. 97–103.
- [16] Черноусов Ю.Д., Иванников В.И., Шеболаев И.В., Левичев А.Е., Павлов В.М. // РЭ. 2010. Т. 55. Вып. 8. С. 923–929.