## 12 К вопросу о позитронных состояниях в металл-диэлектрических наносандвичах

## © А.В. Бабич, П.В. Вакула, В.В. Погосов

Запорожский национальный технический университет, Запорожье, Украина E-mail: vpogosov@zntu.edu.ua

## (Поступила в Редакцию 19 мая 2014 г.)

В рамках предложенных ранее нами моделей выполнены самосогласованные вычисления профилей потенциалов, волновых функций, энергий поверхностных подзон и времени жизни позитронов в нанопленках алюминия, граничащих с диэлектриками (твердые инертные газы и SiO<sub>2</sub>). Исследованы размерные эффекты, влияние эффективных масс электронов и позитронов на энергетические и аннигиляционные характеристики в системах с двойными потенциальными ямами, обусловленными потенциалами изображения. Обсуждается возможность локализации атома позитрония в наносандвичах.

Работа выполнена при частичном финансировании Министерства науки и образования Украины (проект № 04313).

1. Пучки медленных позитронов используются для диагностики структуры твердых тел, нанообъектов, в том числе с помощью позитронного микроскопа. Инжектированные позитроны в приповерхностной области металлов и их окислов [1–3] способны образовывать атомы позитрония (Ps) со спектром экситонного типа.

Определенный интерес в литературе уделяется определению энергии связи и времени жизни атомов Ps вблизи поверхности  $\alpha$ -SiO<sub>2</sub> [4-7], исследованию транспорта позитронов в системах металл-оксид-полупроводник [8,9], а также твердых инертных газов, которые используются в качестве модераторов для позитронных пучков.

В работе [10] сообщается об обнаружении молекулы Ps<sub>2</sub> в нанопорах Si, а в работе [11] — об образовании капель экситонов в охлажденном GaAs под действием лазерных импульсов. Это делает, например, привлекательным поиск условий и структур для возможной бозе-эйнштейновской конденсации атомов позитрония и электрон-позитронных капель [12]. Такими объектами могут быть металл-диэлектрические наносандвичи.

В настоящей работе проведены самосогласованные вычисления волновых функций, энергий связи и времен жизни позитронов, локализованных на потенциалах изображения нанопленок алюминия в контакте с диэлектриками. Обсуждается влияние эффективных масс электронов и позитронов на энергетические и аннигиляционные характеристики позитрона.

**2.** Диэлектрики по обе стороны металлической пленки (рис. 1) описываются диэлектрическими постоянными  $\epsilon$  и глубинами залегания дна зоны проводимости электронов ( $-\chi_e$ ) и позитронов ( $-\chi_p$ ) по отношению к вакуумному уровню (в литературе величину  $\chi$  называют работой выхода и часто обозначают как  $-V_0$  или W). Состояние электронов металлической нанопленки в металлдиэлектрических наносандвичах моделируются в рамках

подхода работ [13,14]. На основании этой расчетной схемы, а также метода определения позитронных состояний вблизи плоской металлической поверхности [15], рассчитываются энергии связи и время жизни позитрона.

Эффективный одноэлектронный потенциал определяем в виде суммы электростатического и обменно-корреляционного потенциалов и стабилизационной компоненты:

$$v_{\text{eff}}^{e} = +e\phi(z) + v_{\text{xc}}^{e}(z) + \langle \delta v \rangle_{\text{face}}^{e} \theta(L/2 - |z|), \quad (1)$$

где (-e) — заряд электрона,  $\langle \delta v \rangle_{\text{face}}^{e}$  — стабилизационный потенциал для определенной кристаллической грани поверхности,  $\theta(x)$  — единичная ступенчатая функция Хевисайда. Решая уравнения Кона-Шема совместно с уравнением Пуассона, находим оптимальные распределения электронов  $n_e(z)$ , электростатического  $\phi(z)$  и эффективного  $v_{\text{eff}}^{e}(z)$  потенциалов для системы диэлектрик/пленка/диэлектрик [14] в отсутствие позитрона.



Рис. 1. Геометрическая схема сандвича.

Поместим в данную структуру позитрон. Его состояние описывается эффективным потенциалом

$$v_{\text{eff}}^{p}(z) = -e\phi(z) + E_{0}\theta(L/2 - |z|) + v_{\text{cor}}^{p-e}(z), \quad (2)$$

где второе слагаемое соответствует неэлектростатическому позитрон-ионному взаимодействию в каждой из ячеек Вигнера—Зейтца металла [15,16], а третье позитрон-электронным корреляциям. Как и в работе [15], используются недеформированные позитроном распределения  $n_e(z)$  и  $\phi(z)$ , т.е.  $\phi(z)$  в выражениях (1) и (2) одинаковы. Конкуренция слагаемых в (2) приводит к тому, что на границах контактов реализуются потенциальные ямы для позитрона.

Схема учета потенциалов изображения в  $v_{xc}^{e}(z)$  для сандвичей взята из [14], а в  $v_{cor}^{p-e}(z)$  для позитрона вблизи плоской поверхности полубесконечного металла — из [15]. Адаптируя подход [15] для сандвичей (рис. 1), имеем

$$v_{\rm cor}^{p-e}(z) = \begin{cases} -\chi_p^l - \frac{e^2}{4\epsilon_l(Z^l - z)}, & z \le Z_{\rm cut}^l, \\ v_{\rm cor,LD}^{p-e}(Z^l), & Z_{\rm cut}^l \le z \le Z^l, \\ v_{\rm cor,LD}^{p-e}(z), & Z^l \le z \le Z^r, \\ v_{\rm cor,LD}^{p-e}(Z^r), & Z^r \le z \le Z_{\rm cut}^r, \\ -\chi_p^r - \frac{e^2}{4\epsilon_r(z - Z^r)}, & z \ge Z_{\rm cut}^r, \end{cases}$$
(3)

где  $Z^l = -L/2 - z_0^l$ ,  $Z^r = L/2 + z_0^r$  — положения плоскостей изображений ( $z_0^{l,r} > 0$ ),  $v_{\text{cor,LD}}^{p-e}(z)$  — потенциал, рассчитанный в приближении локальной плотности. Выражения для радиусов обрезания имеют вид

$$Z_{\text{cut}}^{l,r} = \frac{\pm e^2}{4\epsilon_l [v_{\text{cor,LD}}^{p-e}(Z^{l,r}) + \chi_p^{l,r}]} + Z^{l,r},$$

где знаки (+) и (-) для  $Z_{cut}^l$  и  $Z_{cut}^r$  соответственно. Силы изображения для электрона и позитрона, согласно классической электродинамике, должны быть одинаковы. Поэтому мы предполагаем, что положения их плоскостей изображения также будут одинаковыми. Вследствие этого значения  $z_0^{l,r}$  для  $v_{cor}^{p-e}(z)$  совпадают с аналогичными, вычисленными в [14] для  $v_{xc}^{e}(z)$ .

Собственная энергия позитрона записывается в виде

$$\varepsilon_{jk\parallel}^{p} = \varepsilon_{j}^{p} + \frac{\hbar^{2}k_{\parallel}^{2}}{2m_{p}}, \quad k_{\parallel}^{2} = k_{x}^{2} + k_{y}^{2},$$
 (4)

где  $\varepsilon_j^p$  — энергия *j*-й поверхностной позитронной подзоны, которой соответствует волновая функция  $\psi_i^p(z)$ .

Решение задачи по нахождению спектра электрона в металлической пластинке детально описано в [13]. Данный метод непригоден для численного поиска позитронных состояний. Для позитрона уравнение Шредингера решено с помощью Т-матрицы переноса, связывающей волны, падающие на барьер справа налево и слева направо. Для этого область неоднородности потенциального профиля  $v_{\text{eff}}^{p}(z)$  была разбита на  $N \approx 10^{3}$  частей, в каждой из которых потенциал считался неизменным.

Скорость аннигиляции позитрона  $\lambda$  определяется суммой скоростей в металлической пластинке  $\lambda^{A1}$  и диэлектриках  $\lambda^d; \lambda^d \ll \lambda^{A1}$  в силу отсутствия собственных свободных электронов в диэлектрике. Поэтому время жизни позитрона в наносандвичах  $\tau = \lambda^{-1}$  определяется только одномерными распределениями электронов проводимости металлической пленки  $n_e(z)$  и локализованного позитрона  $n_i^p(z) = |\psi_i^p(z)|^2$ :

$$\tau_j^{-1} = \pi r_0^2 c \int dz n_e(z) n_j^p(z) \Gamma(n_e(z)), \qquad (5)$$

где  $r_0$  — классический радиус электрона, c — скорость света,  $\Gamma$  — фактор усиления для позитрона в квазиоднородном электронном газе концентрации  $n_e(z)$ . Напомним, что  $n_e(z)$  рассчитывается самосогласованно с учетом электронных подзон, энергии которых  $\varepsilon_i^e$  [13].

Оценим влияние эффективных масс на расчетные характеристики, например, для системы вакуум/Al/SiO<sub>2</sub>. Для такой системы  $\epsilon_l = 1$  и  $\chi_e^l = \chi_p^l = 0$ .

3. Учет эффективной массы будем производить по аналогии с тем, как это принято в гетероструктурах.

В области вакуума (z < -L/2)  $m_p^* = m_e^* = m, m$  — масса электрона в вакууме.

В работе [17] для металлов с кубической решеткой вычислены значения эффективной массы  $m_p^* = 1.15m$ , а в работе [18] для всех твердых тел используется значение  $m_p^* = 1.5m$ . В случае металлических нанопленок для вычислений энергии основного состояния будет оправданным использование величины  $m_p^* = m$ , если речь идет о единичных позитронах. Причины такого выбора в следующем. Для вычисления энергий поверхностных подзон требуется решить одномерное волновое уравнение вдоль оси z с соответствующей компонентой тензора эффективной массы. Вследствие того, что наибольший интерес представляют пленки со счетным количеством монослоев (ML), т.е. с толщиной много меньше длины свободного пробега позитрона, в области -L/2 < z < L/2 выбираем  $m_p^* = m_e^* = m$ . В направлениях х и у отличные от т компоненты тензора массы повлияют только на плотность состояний позитронов, но не на энергии подзон.

Эффективная масса позитрона  $m_p^*$  в SiO<sub>2</sub> определялась нами по эффективной массе атома позитрония  $M_{Ps}^* = m_e^* + m_p^*$ . Следуя измерениям [19] и оценкам в [20], находим  $M_{Ps}^* = 2.84m$ . В области z > L/2, используя рекомендуемое в [21] значение  $m_e^* = 0.42m$ , имеем  $m_p^* = 2.42m$ . С целью тестирования этих значений можно определить энергию связи Ps в объеме SiO<sub>2</sub>

$$E_B = rac{{
m Ry}}{\epsilon^2} rac{m_e^* m_p^*}{m_e^* + m_p^*}, \quad {
m Ry} = 13.6 \, {
m eV}.$$

Полученная величина  $E_B = 0.304 \,\text{eV}$  примерно в два раза больше экспериментальной [4] и вычисленной в [7] для Ps на поверхности SiO<sub>2</sub>.



**Рис. 2.** Самосогласованные профили электростатического (с обратным знаком), корреляционного и эффективного потенциалов позитрона, а также его пространственного распределения  $|\psi_j^p(z)|^2$  для пленки вакуум/Al(111)/SiO<sub>2</sub>. *j* — номер подзоны. Толщина пленки Al L = 1 и 3 ML. Пунктирными линиями показан расчет с учетом эффективных масс.

Заметим, что в результате введения эффективной массы электрона заново пересчитывается "электронная" часть задачи, т. е. потенциалы (1), а затем и (2) соответственно.

**4.** Вводимыми параметрами для вычислений являются величины  $\epsilon_r$ ,  $\chi_e^r$  и  $\chi_p^r$ : значения  $\epsilon_r$  и  $\chi_e^r$  для используемых диэлектриков приведены в [14], а  $\chi_p^r = (0.6, 1.55, 2, 2.3)$  eV для Ne, Ar, Kr, Xe соответственно взяты из обзора [3].

Вследствие того, что экспериментальное значение  $\chi_p$  для SiO<sub>2</sub> неизвестно, мы оценивали его, используя цикл Борна

$$\chi_{\rm Ps}-\chi_e-\chi_p+{\rm Ry}/2=0,$$

где  $\chi_{Ps}$  — работа выхода атома позитрония из SiO<sub>2</sub> в вакуум. В качестве допущения здесь предполагается, что в SiO<sub>2</sub> электрон находится у дна зоны проводимости. Используя для SiO<sub>2</sub> экспериментальные значения работ выхода  $\chi_{Ps} = -3.27 \text{ eV}$  [4] и  $\chi_e = 1.1 \text{ eV}$ , получим  $\chi_p^r = 2.43 \text{ eV}$ .

На рис. 2 и 3 сплошные линии соответствуют самосогласованным вычислениям, выполненными с  $m_e = m_p = m$ , а пунктирные линии — с  $m_e^* = 0.42m$  и  $m_p^* = 2.42m$  в области SiO<sub>2</sub>.

На рис. 2 приведены пространственные распределения компонент потенциалов позитрона (2) и самого позитрона для пленок алюминия толщины L = 1 и 3 ML,  $1 \text{ ML} = 4.4a_0$ .

Вследствие того, что распределение потенциала  $\phi(z)$  в области вакуума (z < -L/2) имеет максимум (потенциальный бугор [14]), зависимость  $-\phi(z)$  соответственно имеет минимум, что и наблюдается на рис. 2. Его глубина возрастает с увеличением разности между величинами  $\epsilon_l$  и  $\epsilon_r$  [13], и увеличением толщины пленки *L*.

Энергетическая диаграмма  $v_{\text{eff}}^p(z)$  позитрона в системе вакуум/Al(111)/SiO<sub>2</sub> представляет собой две потенциальные ямы, разделенные барьером. В тех случаях, когда реализуются две и более позитронные подзоны, наблюдаются "квазидублетные" состояния (ямы неодинаковы). На рис. 2 приведены также профили позитроных распределений  $n_j^p(z)$  или квадраты волновых функций. Волновые функции квазидублетных состояний почти симметричны относительно начала координат и имеют близкие максимумы в разных ямах. Интересно отметить, что центры тяжести волновых функций для j = 1 и 2 меняются местами при переходе от толщины L = 1 ML к 3 ML. В пленке с L = 3 ML уже реализуется



Рис. 3. Размерные зависимости энергий подзон и времен жизни позитрона для пленки вакуум/Al(111)/SiO<sub>2</sub>. Пунктирными линиями показан расчет с учетом эффективных масс.

три подзоны; верхняя подзона с энергией  $\varepsilon_3^p \approx -\chi_p^r$  располагается чуть ниже дна зоны проводимости позитрона в SiO<sub>2</sub>, поэтому максимум распределения  $n_3^p(z)$  сдвинут в глубину SiO<sub>2</sub>. Размерное поведение энергий подзон проиллюстрировано на рис. 3. Энергии квазидублетных состояний j = 1 и 2 имеют тенденцию к сближению по мере увеличения *L*.

Введение эффективных масс  $m_e^* \neq m$  и  $m_p^* \neq m$  разрушает дублетность состояний, и между ними возникает значительная энергетическая щель (пунктирные линии на рис. 3). При этом энергии с нечетными *j* смещаются вниз, а с четными *j* — вверх по шкале энергий, т.е. выталкиваются из ямы. На рис. 2 приведен профиль эффективного потенциала  $v_{\text{eff}}^p(z)$  (пунктирная линия) для этого варианта вычислений. Введение эффективных масс приводит к деформации потенциального барьера и увеличению обеих ям вблизи поверхности пленки. Обнаруженные размерные зависимости энергий позитронных подзон могут быть в дальнейшем предметом экспериментальных оптических исследований.

На рис. 3 приведены также размерные зависимости времен жизни позитрона для двух подзон: j = 1 и j = 2. Во-первых, здесь следует отметить, что зависимости энергий  $\varepsilon_j^p(L)$  и времен жизни  $\tau_j(L)$  асимметричны, а во-вторых, что время жизни является измеряемой характеристикой, поэтому заметное размерное поведение и существенное влияние эффективных масс может быть детально исследовано экспериментально. Интересно сравнить полученные значения с расчетом в [15] для контакта алюминий–вакуум ( $\tau_1 = 334$  ps). Разница составляет десятки пикосекунд, при экспериментальной точности измерений в 1 рs.

Рис. 4 содержит информацию для структур вакуум/Al(111)/твердые инертные газы, аналогичную представленной на рис. 3 для j = 1 и 2 при условии  $m_e = m_p = m$ . Дублетность состояний для данных изоляторов менее выражена, однако размерная зависимость



**Рис. 4.** Размерные зависимости энергий подзон и времен жизни позитрона для пленки Al(111) в контакте с твердыми инертными газами.

времен жизни более значительна, чем на рис. 2. При толщинах пленки L > 1 ML и контакте с Ne, Ar, Kr и Xe значения  $\tau_i$  отличаются примерно на 10 ps.

Если пленку поместить между двумя изоляторами, то результаты вычислений определятся соотношением характеристик диэлектриков и Al, и вряд ли претерпят принципиальные изменения. От сорта металла зависит величина барьера между двумя ямами. Если заменить Al, например, на Na, барьер фактически исчезает, и ямы объединяются.

Отметим также, что при протекании тока в неидеальных металл-диэлектрических контактах часть внешних электронов захватывается ловушками вблизи поверхности металла. Создаваемый ими дополнительно потенциал будет содействовать локализации позитронов.

В заключение определим работу выхода атома позитрония W<sub>Ps</sub> в вакуум, например, для системы вакуум/  $Al(111)/SiO_2$ , воспользовавшись циклом Борна:  $W_{Ps}(L) =$  $W_e(L) - \varepsilon_1^p(L) - Ry/2$ . Здесь  $W_e(L)$  — работа выхода электронов для этой же системы в отсутствии позитрона. Воспользовавшись табл. 2 из нашей работы [14], имеем  $W_e(L) = 3.43$ , 3.26, 2.94, 3.17 eV для L = 1, 2, 3, 7 ML соответственно. Значения энергии основного состояния позитрона  $\varepsilon_1^p(L)$  приведены на рис. 3. В результате имеем  $W_{Ps}(L) = +0.25, -0.08,$ -0.45, -0.16 eV для L = 1, 2, 3, 7 ML соответственно. Напомним, что если  $W_{Ps} > 0$ , то атом Ps локализуется в системе, что и происходит при L = 1 ML. Сравнение значения  $W_{Ps}$  для  $L = 1 \text{ ML } \text{ с экспериментальным зна$ чением работы выхода  $\chi_{Ps} = -3.27 \, eV \, [4]$  для системы вакуум/SiO<sub>2</sub> указывает на то, что позитроний заперт и со стороны SiO2. Эти оценки сделаны в предположении  $m_p^* = m_e^* = m$ . Введение эффективных масс  $m_e^* \neq m$  и  $m_p^* \neq m$  делает возможной локализацию при любых L.

Следовательно, можно сделать оптимистичный вывод о способности металл-диэлектрических наносандвичей к конденсации атомов позитрония.

Эффекта локализации позитронов и атомов позитрония в поверхностном потенциале можно ожидать и для кластеров металлов, внедренных в диэлектрические матрицы.

## Список литературы

- [1] R. Paulin, G. Ambrosino. J. Phys (Paris) 29, 263 (1968).
- [2] S.M. Curry, A.L. Schawlow. Phys. Lett. A 37, 5 (1971).
- [3] P.J. Schultz, K.G. Lynn. Rev. Mod. Phys. 60, 3 (1988).
- [4] P. Sferlazzo, S. Berko, K.F. Canter. Phys. Rev. B 35, 5315 (1987).
- [5] Y. Nagashima, Y. Morinaka, T. Kurihara, Y. Nagai, T. Hyodo, T. Shidara, K. Nakahara. Phys. Rev. B 58, 12676 (1998).
- [6] H. Saito, T. Hyodo. Phys. Rev. Lett. 90, 193 401 (2003).
- [7] R. Saniz, B. Barbiellini, P.M. Platzman, A.J. Freeman. Phys. Rev. Lett. **99**, 096 101 (2007).
- [8] M. Clement, J.M.M. de Nijs, P. Balk, H. Schut, A. van Veen. J. Appl. Phys. 81, 1943 (1997).

- [9] M.P. Petkov, K.G. Lynn, A. van Veen. Phys. Rev. B 66, 045 322 (2002).
- [10] D.B. Cassidy, S.H.M. Deng, R.G. Greaves, T. Maruo, N. Nishiyama, J.B. Snyder, H.K.M. Tanaka, A.P. Mills, Jr. Phys. Rev. Lett. 95, 195 006 (2005).
- [11] A.E. Almand-Hunter, H. Li, S.T. Cundiff, M. Mootz, M. Kira, S.W. Koch. Nature **506**, 471 (2014).
- [12] А.Н. Ипатов, В.К. Иванов, Р.Г. Полозков. ЖЭТФ 144, 727 (2013).
- [13] А.В. Бабич, В.В. Погосов. ФТТ 55, 177 (2013).
- [14] В.В. Погосов, А.В. Бабич, П.В. Вакула. ФТТ 55, 2004 (2013).
- [15] А.В. Бабич, П.В. Вакула, В.В. Погосов. ФТТ 56, 1671 (2014).
- [16] C.H. Hodges, M.J. Stott. Phys. Rev. B 7, 73 (1973).
- [17] P. Kubica, M.J. Stott. J. Phys. F 4, 1969 (1974).
- [18] O.V. Boev, M.J. Puska, R.M. Nieminen. Phys. Rev. B 36, 7786 (1987).
- [19] H. Ikari, K. Fujiwara. J. Phys. Soc. Jpn. 46, 92 (1979).
- [20] И.В. Бондарев. ФТТ 38, 2038 (1996).
- [21] М.И. Векслер, С.Э. Тягинов, Ю.Ю. Илларионов, Yew Kwang Sing, Ang Diing Shenp, В.В. Федоров, Д.В. Исаков. ФТП 47, 675 (2013).