

02,05

## Расширенная модель критического состояния: асимметричные петли намагниченности и полевые зависимости критического тока сверхпроводников

© Д.М. Гохфельд

Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН,  
Красноярск, Россия

E-mail: gokhfeld@iph.krasn.ru

(Поступила в Редакцию 26 июня 2014 г.)

Представлена расширенная модель критического состояния, рассматривающая равновесную намагниченность поверхностного слоя и намагниченность центральной области сверхпроводящего образца. Вычислены распределения магнитного потока, реализующиеся в образце. Предложена аналитическая зависимость плотности критического тока от магнитного поля с разным поведением на масштабах малых и больших полей. Установлена связь асимметрии петель намагниченности и плотности критического тока с размером образца.

Модель применима для параметризации петель намагниченности как монокристаллических, так и поликристаллических сверхпроводников.

### 1. Введение

Измерение гистерезисной зависимости намагниченности является общепринятым косвенным методом определения плотности критического тока сверхпроводника. Связь между плотностью критического тока сверхпроводника  $j_c$  и гистерезисной петлей намагниченности  $M(H)$  была установлена в модели критического состояния [1]. Модификации модели критического состояния (см., например, [2–4]), учитывающие полевую зависимость  $j_c$ , успешно описывают петли намагниченности, симметричные относительно оси  $H$  ( $M = 0$ ). Однако для многих сверхпроводящих материалов петли намагниченности обладают выраженной осевой асимметрией относительно оси  $H$  ( $M = 0$ ). Асимметрия зависимости  $M(H)$  увеличивается с ростом температуры. Так, в высокотемпературных сверхпроводниках асимметрия петли намагниченности может проявляться после повышения температуры до  $\sim 10$ – $30$  К [5–7].

С описанием асимметричных петель намагниченности справилась расширенная модель критического состояния (РМКС) [8]. В РМКС полная намагниченность образца является суммой равновесной намагниченности  $M_s$  поверхностного слоя и неравновесной намагниченности  $M_b$  оставшегося объема образца. В поверхностном слое вихри не закрепляются из-за взаимодействия с экранирующими токами и поверхностью [9,10]. Намагниченность  $M_b$  описывается моделью критического состояния [2] с измененными граничными условиями, учитывающими намагниченность поверхностного слоя. Асимметрия петли намагниченности определяется долей  $M_s$  в общей намагниченности образца. Асимметричные петли намагниченности различных сверхпроводников успешно описывались РМКС [5,6]. Однако большое число подгоночных параметров с размерностью

поля, которые не могут быть оценены или проверены в других экспериментах, затрудняет использование данной модели [9]. Для перспективных применений объемных сверхпроводников [11–13] (левитация, магниты, электрические моторы и т.д.) важна информация о полевой зависимости критического тока и замороженном поле [14,15]. В рамках модели [8] такие данные не могут быть получены.

С 2011 г. развивается новая версия РМКС [7], в которой намагниченность определяется через распределение поля в образце, а асимметрия петли намагниченности связана с глубиной поверхностного слоя с равновесной намагниченностью. В настоящей работе дано подробное описание РМКС, учитывающей полевую зависимость глубины поверхностного слоя. Дан алгоритм расчета и параметризации петель намагниченности. В разделе 2 приведены уравнения модели и применение РМКС для описания петель намагниченности (подразделы 2.1 и 2.2). В подразделе 2.3 обсуждается определение полевой зависимости плотности объемного критического тока. В разделе 3 рассмотрены особенности намагничивания гетерогенных и гранулярных сверхпроводников и дан алгоритм описания экспериментальной петли намагниченности с помощью РМКС.

### 2. Модель

2.1. Основные уравнения. Рассмотрим образец в форме цилиндра с длиной, много большей размеров основания, так что можно принять размагничивающий фактор образца равным нулю. По определению намагниченности  $M(H) = -H + \bar{B}(H)/\mu_0$ , где  $\bar{B}$  — усредненная индукция (плотность потока) магнитного поля внутри образца,  $\mu_0$  — магнитная постоянная. Для бесконечно длинного цилиндрического образца с радиусом  $R$ , со-

осного внешнему полю, намагниченность определяется следующим выражением:

$$M(H) = -H + \frac{2}{\mu_0 R^2} \int_0^R r B dr, \quad (1a)$$

где  $r$  — расстояние от оси цилиндра. Аналогично для образца в форме бесконечно длинной пластины, ориентированной вдоль поля, с малой толщиной и шириной  $2R$

$$M(H) = -H + \frac{1}{\mu_0 R} \int_0^R B dr. \quad (1b)$$

Распределение магнитной индукции  $B$  внутри образца определяется законом Ампера о циркуляции

$$dB/dr = \pm \mu_0 j_c(B), \quad (2)$$

где  $j_c$  — локальная плотность критического тока в образце. Подобрал уместную зависимость  $j_c(B)$  (см. раздел 3) и проинтегрировав уравнение (1), можно определить распределение  $B(r)$ , зависящее от значения  $H$  и предыстории намагничивания. Следуя работе [16], введем функцию

$$F(B) = \int_0^B j_{c0}/j_c(B') dB'. \quad (3)$$

Здесь  $j_{c0}$  — значение  $j_c(B)$  при  $B = 0$ . Данная функция позволяет переписать уравнение (2) для численного решения

$$\pm \mu_0 j_{c0}(R - r) = F(B) - F(\mu_0 H). \quad (4)$$

Рассмотрим распределение  $B$  в цилиндрическом образце при некотором значении внешнего поля  $H$  (рис. 1). Согласно РМКС, при намагничивании образца в первую очередь происходит проникновение магнитного потока в поверхностный слой (участок  $AB$  на рис. 1). Распределение поля в этом поверхностном слое глубиной  $l_s$  не зависит от предыстории. Обозначим значение  $B$  на глубине  $l_s$  от поверхности как  $B_s(H)$ . С ростом внешнего поля  $H$ , когда величина  $B_s(H)$  становится больше нуля, начинается проникновение магнитного потока в центральную область образца (участок  $BC$ ). При значении внешнего поля  $H = H_p$  магнитный поток достигает центра образца; таким образом,  $H_p$  — это поле полного проникновения. При дальнейшем увеличении  $H$  значение  $B$  в центре образца растет (точка  $E$ ). Когда, достигнув максимального значения, обозначенного  $H_m$ , внешнее поле начинает уменьшаться, в центральной области образца остается замороженный поток (участок  $BDE$ ). Замороженное поле остается в образце при уменьшении  $H$  до нуля, что и приводит

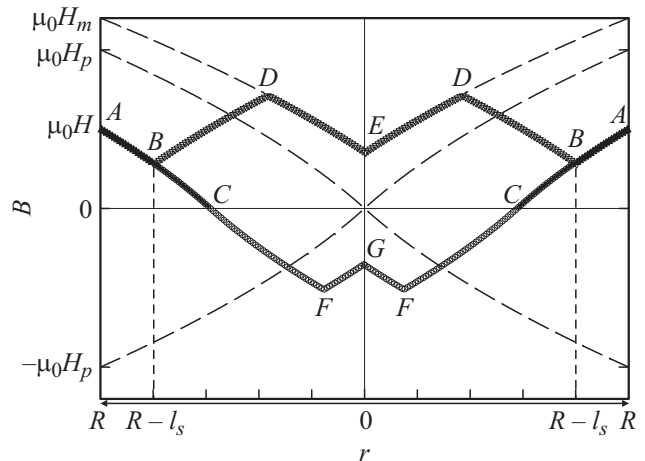


Рис. 1. Распределение магнитной индукции  $B$  в цилиндрическом образце. Показаны проникновение магнитного потока в образец ( $ABC$ ), замороженный поток при изменении внешнего поля от  $H_m$  до  $H$  ( $ABDE$ ), замороженный поток при изменении внешнего поля от  $-H_m$  до  $H$  ( $ABCFG$ ).

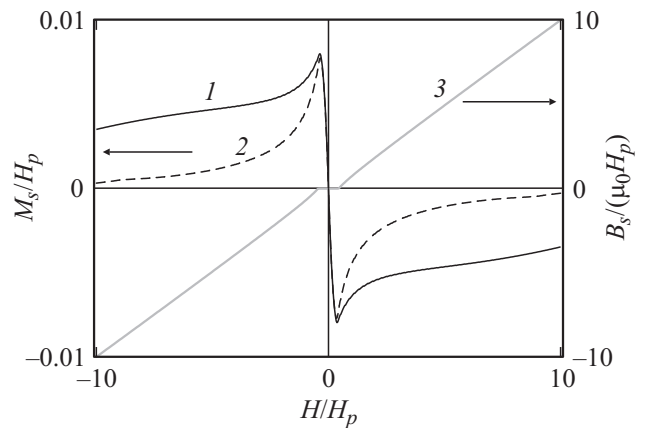


Рис. 2. Зависимость намагниченности поверхностного слоя и граничного поля от магнитного поля. 1 — намагниченность поверхностного слоя в высокотемпературном сверхпроводнике ( $H_{irr} \ll H_{c2}$ ), 2 — в низкотемпературном сверхпроводнике ( $H_{irr} \approx H_{c2}$ ), 3 — граничное поле  $B_s$  между поверхностным слоем и сердцевинной образца.

к наблюдаемой гистерезисной зависимости  $M(H)$ . Участок  $CFG$  на рис. 1 соответствует замороженному полю, оставшемуся в образце после достижения внешним полем значения  $-H_m$ .

Для каждого из участков на рис. 1 можно записать уравнение (4) в удобном для применения виде. Для поверхностного слоя глубиной  $l_s$ , в котором вихри не закреплены,

$$F_s(B) - F_s(\mu_0 H) = -\mu_0 j_{s0} R (1 - r/R), \quad (5a)$$

где  $F_s(B)$  — функция (3), определенная через плотность поверхностного сверхтока  $j_s(B)$ , а  $j_{s0}$  — критическая плотность поверхностного тока при  $B = 0$ . На рис. 2 показаны полевые зависимости равновесной намагни-

ченности поверхностного слоя  $M_s(H)$ , рассчитанные по уравнениям (1) и (5а) (параметры расчета приведены в подразделе 2.2). Также на рис. 2 приведена зависимость  $B_s(H)$ . Значение  $B_s$  определяет граничное поле для сердцевины образца (цилиндр с радиусом  $R - l_s$ ).

Намагниченность центральной области зависит от предыстории намагничивания. Разные профили  $B$  реализуются в центральной области для каждой из следующих ветвей петли намагниченности: 1) ветвь начального намагничивания — при увеличении поля от нуля до  $H_m$  (участок  $BC$  на рис. 1); 2) ветвь  $M^+(H)$  — при уменьшении внешнего поля от  $H_m$  до нуля (участки  $BD$  и  $DE$  на рис. 1); 3) ветвь  $M(H)$  — при увеличении  $H$  от нуля до  $H_m$  после циркуляции внешнего поля от нуля до  $-H_m$  и обратно до нуля (участки  $BC$ ,  $CF$  и  $FG$  на рис. 1). Далее записаны уравнения для распределения  $B$  на соответствующих участках.

Участок  $BC$ :

$$F(B) - F(B_s(H)) = -\mu_0 j_{c0} R (1 - l_s/R - r/R). \quad (5b)$$

Участок  $BD$ :

$$F(B) - F(B_s(H)) = \mu_0 j_{c0} R (1 - l_s/R - r/R). \quad (5c)$$

Участок  $DE$ :

$$F(B) - F(B_s(H_m)) = -\mu_0 j_{c0} R (1 - l_s/R - r/R). \quad (5d)$$

Участок  $CF$ :

$$F(-B) + F(B_s(H)) = \mu_0 j_{c0} R (1 - l_s/R - r/R). \quad (5e)$$

Участок  $FG$ :

$$F(-B) - F(B_s(H_m)) = -\mu_0 j_{c0} R (1 - l_s/R - r/R). \quad (5f)$$

Плотность поверхностного сверхтока  $j_s$  зависит от поверхностного барьера. Однако, концентрируясь на поведении петли в больших полях, можно пренебречь различиями между  $j_s(B)$  и  $j_c(B)$ . Далее везде принимается  $j_s = j_c$ . Тогда поле полного проникновения  $H_p$  определяется с помощью уравнения

$$R = F(\mu_0 H_p) / (\mu_0 j_{c0}). \quad (6)$$

Для вычисления полной петли намагниченности должна быть выбрана зависимость  $j_c(B)$ , определяющая функциональную зависимость  $F(B)$  по формуле (3). Также необходимо учесть зависимость  $l_s$  от внешнего поля. Выбор зависимостей  $j_c(B)$  и  $l_s(H)$  рассматривается в следующем подразделе.

2.2. Применение. Расширенная модель критического состояния использовалась для описания петель намагниченности различных сверхпроводников: текстурованного  $\text{Bi}2223$  [7], вискеров  $\text{Bi}2212$  [17],  $\text{MgB}_2$  [18],  $\text{Ba}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{BiO}_3$  [19],  $\text{Re}123$  [20–22], где  $\text{Re} = \text{Y}, \text{Nd}, \text{Eu}$ . Петли намагниченности высокопористого  $\text{Bi}2223$  [4,23] также были успешно описаны РМКС [7]. Различные зависимости  $j_c(B)$  тестировались при расчетах

петель намагниченности. При использовании зависимости Бина  $j_c = \text{const}$  [1] рассчитанные зависимости  $M(H)$  не воспроизводят форму экспериментальных петель намагниченности. Зависимость Андерсона–Кима  $j_c \sim 1/B$  [24] позволяет хорошо описать зависимости  $M(H)$  при  $H \ll H_{c2}$ . Экспоненциальная зависимость  $j_c \sim \exp(-B)$  [2] успешно описывает поведение намагниченности вблизи  $H_{c2}$ . Данные зависимости обычно не позволяют достичь хорошего согласия рассчитанной петли намагниченности с экспериментальными данными одновременно в больших и малых полях [3]. Для решения этой проблемы следует подобрать зависимость с различным поведением на разных масштабах. На основе проведенных подгонок была выбрана зависимость  $j_c(B)$ , которая пропорциональна  $1/B$  в малых полях и спадает экспоненциально в больших полях:

$$j_c(B) = \frac{j_{c0}}{\left(\frac{|B|}{B_1}\right)^\gamma + \exp\left(\frac{|B|}{B_2}\right)}. \quad (7)$$

Здесь параметры  $B_1$  и  $B_2$  задают характерные масштабы, показатель степени  $\gamma \approx 1$ . Для того чтобы рассчитанные значения  $j_c$  стремились к нулю при  $B \geq \mu_0 H_{c2}$ , параметр  $B_2$  должен быть порядка  $0.1 \mu_0 H_{c2}$ . При использовании (7) для функции  $F(B)$  получаем следующее выражение:

$$F(B) = \frac{|B|^{\gamma+1}}{(\gamma+1)B_1} + B_2 \exp\left(\frac{|B|}{B_2}\right) - B_2.$$

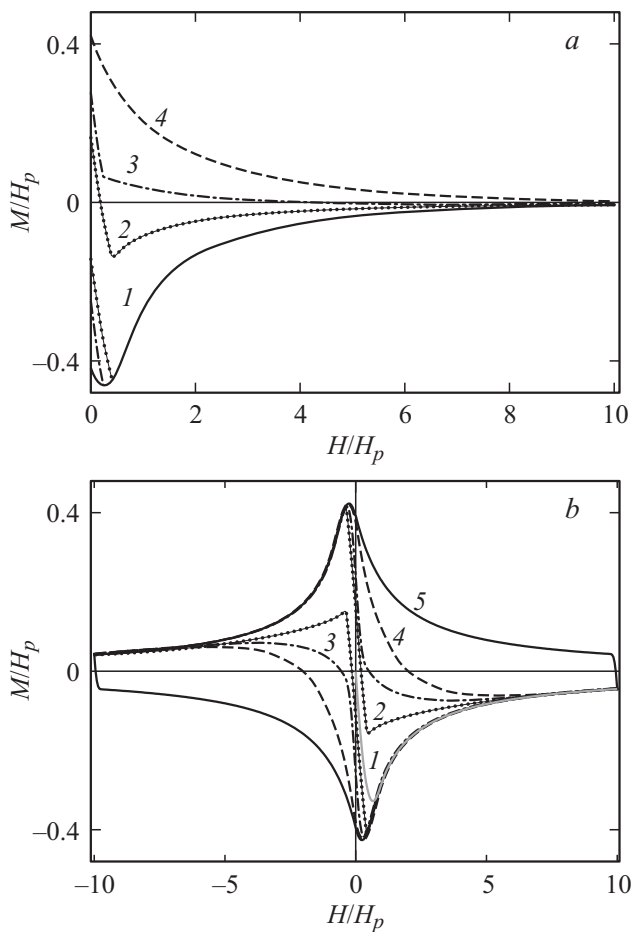
Ветвь  $M^+(H)$  петли намагниченности определяется зависимостью  $l_s$  от магнитного поля. Примем глубину поверхностного слоя  $l_s$ , равной глубине проникновения магнитного поля  $\lambda$  [10,25]. Следует отметить, что в малых полях  $l_s$  определяется отношением величин внешнего поля  $H$  и индукции поля внутри образца  $\bar{B}$  [9], так что значения  $l_s$  могут быть как больше  $\lambda$  при  $\mu_0 H / \bar{B} > 1$ , так и меньше при  $\mu_0 H / \bar{B} < 1$ . В обычных сверхпроводниках зависимость  $\lambda(H)$ , связанная с разрушением куперовских пар магнитным полем, определяется следующим выражением [26]

$$\lambda(H) = \lambda_0 / (1 - H/H_{c2})^{0.5}. \quad (8)$$

Здесь  $\lambda_0$  — значение  $\lambda$  при  $H = 0$ ,  $H_{c2}$  — второе критическое поле сверхпроводника. Когда значения функции  $l_s(H)$  больше  $R$ , зависимость  $M(H)$  обратимая. В обычных сверхпроводниках это условие выполняется вблизи  $H_{c2}$ . В высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) зависимость (8) не выполняется [27]. Действительно, в ВТСП петля намагниченности становится обратимой при  $H$ , большем поля необратимости  $H_{\text{irr}}$ , причем  $H_{\text{irr}} \ll H_{c2}$  [28]. Для простоты будем использовать линейную зависимость для описания поведения  $l_s(H)$  в ВТСП

$$l_s(H) = l_{s0} + (R - l_{s0})H/H_{\text{irr}}, \quad (9)$$

где  $l_{s0} \approx \lambda_0$  — значение  $l_s$  при  $H = 0$ .



**Рис. 3.** *a* — участок петель намагниченности низкотемпературного сверхпроводника ( $H_{irr} \approx H_{c2}$ ), вычисленных по РМКС. 1 — участок начального намагничивания, совпадающий с ветвью  $M^+(H)$  для  $P_a = 1$ ; 2 — ветвь  $M^+(H)$  для  $P_a = 0.3$ ; 3 — ветвь  $M^+(H)$  для  $P_a = 0.15$ ; 4 — ветвь  $M^+(H)$  для  $P_a = 0$ . *b* — петли намагниченности высокотемпературного сверхпроводника ( $H_{irr} \ll H_{c2}$ ), вычисленных по РМКС. 1 — участок начального намагничивания, совпадающий с ветвью  $M^+(H)$  для  $P_a = 1$ ; 2 — ветвь  $M^+(H)$  для  $P_a = 0.3$ ; 3 — ветвь  $M^+(H)$  для  $P_a = 0.15$ ; 4 — ветвь  $M^+(H)$  для  $P_a = 0$ ; 5 — ветвь  $M^+(H)$  для  $P_a = 0$  и  $H_{irr} \gg H_m$ .

Уравнения (5)–(9) позволяют найти распределения  $B$  для любого значения  $H$  в зависимости от предыстории перемагничивания. Петли намагниченности вычисляются по формуле (1) с полученными распределениями  $B$  в зависимости от  $r$ . Для „классических“ низкотемпературных сверхпроводников (НТСП) зависимости  $M(H)$  вычисляются с использованием (8), а для ВТСП и „неклассических“ сверхпроводников уместно использовать зависимость (9). При  $H = 0$  ширина петель намагниченности по оси  $M$  и их асимметрия относительно оси  $H$  определяются соответственно параметрами  $P_w = j_{c0}R$  и  $P_a = l_{s0}/R$ .

Примеры зависимостей  $M(H)$ , рассчитанных с некоторыми произвольными параметрами  $P_w$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $\gamma$  и разными значениями  $P_a$  (от 0 до 1), показаны на

рис. 3, *a* и *b*. На рис. 3, *a* показан участок петли намагниченности НТСП, рассчитанной с использованием зависимости (8) для  $H_{c2} = 20H_p$ . Петли намагниченности ВТСП, рассчитанные с использованием зависимости (9) для  $H_{irr} = 10H_p$ , представлены на рис. 3, *b*. Оси на рис. 3, *a* и *b* нормированы на  $H_p$ , полевые величины также выражались через  $H_p$ . Параметры, используемые при расчете, следующие:  $P_w = F(\mu_0 H_p)/\mu_0$ ,  $B_1 = \mu_0 H_p$ ,  $B_2 = 2\mu_0 H_p$  для НТСП и  $B_2 = 20\mu_0 H_p$  для ВТСП,  $\gamma = 1$ . Также на рис. 3, *b* приведена симметричная петля намагниченности ВТСП, вычисленная с теми же параметрами, но для  $H_{irr} = 200H_p$ .

2.3. Плотность критического тока. Определение плотности критического тока и ее полевой зависимости — основная задача анализа петель намагниченности. Из модели критического состояния [1] следует простая формула для определения усредненной по образцу плотности критического тока на основе магнитных измерений:

для длинного цилиндра

$$J_{cm}(H) = 3\Delta M(H)/(2R), \quad (10a)$$

для длинной пластины с прямоугольным сечением  $2R \times w$

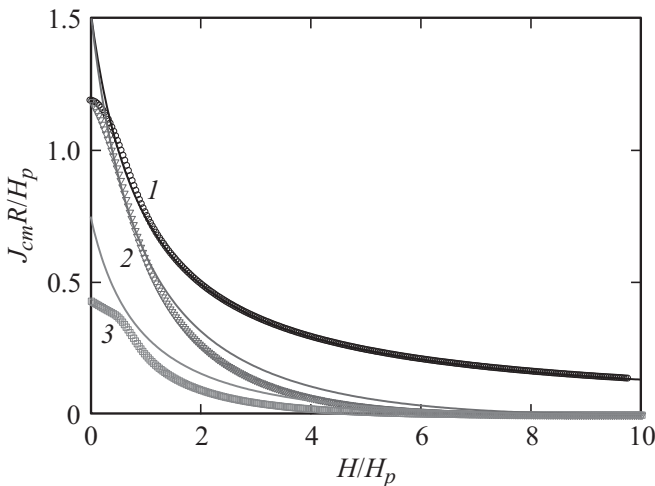
$$J_{cm}(H) = \frac{2\Delta M(H)}{w(1 - w/3R)}, \quad (10b)$$

где  $\Delta M$  — ширина петли намагниченности,  $\Delta M = M^+(H) - M^-(H)$ . Однако этот метод дает неверные результаты в области полей, где происходит резкое изменение критического тока [29–31], например в окрестностях  $H = 0$ . Альтернативным методом определения зависимости  $J_{cm}(H)$  является использование различных аналитических выражений  $j_c(B)$ . Соответствие зависимости  $j_c(B)$  проверяется согласием рассчитанных и экспериментальных петель намагниченности. Требуемая зависимость  $J_{cm}(H)$  получается путем замены  $B$  на  $\mu_0 H$  в формуле (7) и подбора подгоночных параметров. Для симметричных петель намагниченности зависимость  $J_{cm}(H)$ , выраженная функцией (7), совпадает во всем диапазоне полей, кроме малых  $H$ , с кривой, определенной по формуле (10). В этом случае  $l_s \ll R$  и вклад от  $M_s$  пренебрежимо мал. При заметной асимметрии петель намагниченности полученные по формуле (7) значения  $J_{cm}$  намного больше значений, определенных по формуле (10).

В поверхностном слое образца вихри не закреплены; следовательно, этот слой не участвует в переносе сверхтока. Такое уменьшение эффективного сечения образца необходимо учитывать при определении усредненной по образцу плотности критического тока. Таким образом, зависимость  $J_{cm}(H)$  должна включать спадающую функцию (7) и изменение удельной площади сердцевинки с захваченным магнитным потоком

$$J_{cm}(H) = j_c(H)S_{\text{кern}}(H)/S, \quad (11)$$

где  $S$  — площадь образца (в плоскости, перпендикулярной полю),  $S_{\text{кern}}$  — площадь центральной области с



**Рис. 4.** Зависимости  $J_{cm}(H)$ . Кривые получены по формулам (10а) (точки) и (12) (линии) из петель намагниченности 5, 4 и 2, показанных на рис. 3, б. 1 — плотность критического тока для  $P_a = 0$  и  $H_{irr} = 200H_p$ ; 2 — плотность критического тока для  $P_a = 0$  и  $H_{irr} = 10H_p$ ; 3 — плотность критического тока для  $P_a = 0.3$  и  $H_{irr} = 10H_p$ .

закрепленными вихрями. Величина  $S_{kern}$  равна нулю при  $H \geq H_{irr}$ . Выразим изменение площади через глубину поверхностного слоя

$$J_{cm}(H) = j_c(H) \left(1 - l_s(H)/R\right)^n, \quad l_s < R,$$

$$J_{cm}(H) = 0, \quad l_s \geq R, \quad (12)$$

где  $n = 2$  для цилиндрического образца и  $n = 1$  для тонкой пластины. На рис. 4 показаны зависимости  $J_{cm}(H)$ , полученные по формулам (10а) и (12) из петель намагниченности, приведенных на рис. 3, б, для разных значений  $l_{s0}$ . Когда  $l_s(H) \ll R$ , петля симметричная, и полученные по формулам (10) и (12) кривые совпадают во всем диапазоне полей, кроме малых  $H$ . Расхождение между кривыми  $J_{cm}(H)$ , полученными по (10) и (12), увеличивается при увеличении значения  $l_s$ . Аналитическая запись (12) успешно описывает поведение плотности критического тока образца во всем диапазоне полей и согласуется с результатами работ [29–31].

### 3. Обсуждение

**3.1. Применимость модели.** Рассматриваемая модель применима в первую очередь к однородным образцам в форме длинного цилиндра или пластины, петли намагниченности которых измерены до высоких полей ( $H_m \gg H_p$ ). Поверхностный барьер [8] и размагничивающий фактор [32] не учитывались в описанной модели, так как их влияние на намагниченность мало в полях, больших  $H_p$ . Отметим, что проникновение магнитного потока в образцы с другой формой [2,16]

происходит похожим образом, как и для распределений  $B$  на рис. 1.

Во многих случаях петли намагниченности сверхпроводников обладают вторичным пиком (фиштейл, пик-эффект). Такие петли также могут быть описаны в рамках РМКС [19,21,22], для чего необходимо определить функцию, описывающую пик на зависимости  $j_c(B)$  и соответствующий провал на зависимости  $l_s(H)$ . Подробно учет пик-эффекта описан в работе [33].

РМКС также может применяться для описания петель намагниченности неоднородных гранулярных сверхпроводников. В этом случае радиус циркуляции экранирующего тока при расчете не будет совпадать с радиусом образца (см. подраздел 3.2). В гетерогенных материалах петля намагниченности может иметь дополнительный диамагнитный [17] (петля повернута по направлению движения часовой стрелки) или парамагнитный [21,22] вклад (петля повернута против направления движения часовой стрелки). Также экспериментальная зависимость  $M(H)$  может быть суперпозицией петли сверхпроводника и петли ферромагнетика [18]. В этих случаях намагниченность образца является суммой намагниченностей каждой из магнитных фаз. Для качественной параметризации необходимо выделить вклад от сверхпроводящей фазы. Как правило, о доле сверхпроводящей фазы можно судить по изменению намагниченности при температурах выше и ниже критической температуры сверхпроводника.

Учет функции распределения размеров гранул в модели критического состояния был выполнен в работе [3]. Проведенное моделирование показало, что для логнормальной или гауссовой функции распределения размеров гранул вид петли качественно не меняется при разных параметрах распределения. Такой же вывод сделан в работе [34].

**3.2. Масштаб циркуляции экранирующего тока.** Для гранулярных сверхпроводников возникает неоднозначность выбора размера  $R$ , определяющего область циркуляции экранирующего тока [18,35]. В качестве  $R$  может быть выбран радиус образца или эффективный радиус гранул. Также возможна циркуляция сверхтока по кластерам, объединяющим несколько гранул. Для определения плотности критического тока на основе магнитных измерений необходимо установить масштаб циркуляции экранирующего тока, так как ширина петли характеризуется параметром  $P_w = j_c R$ . Асимметрия петли намагниченности характеризуется параметром  $P_a = l_{s0}/R$ , т.е. также зависит от радиуса циркуляции сверхтока  $R$ . Если известно значение глубины проникновения магнитного поля  $\lambda_0$ , то параметр асимметрии позволяет оценить масштаб циркуляции экранирующего тока как  $R \sim \lambda_0/P_a$ . Значение  $\lambda_0$  может быть оценено с помощью модели Лондона из обратного участка петли намагниченности. Согласно модели Лондона [36], равновесная намагниченность описывается

выражением

$$M = -\frac{\varphi_0}{(32\pi^2\lambda_0^2)} \ln\left(\frac{\eta H_{c2}}{H}\right),$$

где  $\varphi_0$  — квант магнитного потока,  $\eta$  — константа порядка единицы.

Для проанализированных гранулированных сверхпроводников [4,7,18,20–22] петли намагниченности успешно описываются РМКС (формулы (1)–(9)) с эффективным радиусом гранул в качестве значения  $R$ . Значение эффективного радиуса, удовлетворяющее подгонке, больше или равно усредненному радиусу гранул, определенному исходя из изображений сканирующей электронной микроскопии.

3.3. Параметризация. Перечислим основные шаги при вычислении петли намагниченности сверхпроводника.

1. При наличии вклада в намагниченность от несверхпроводящих фаз, необходимо получить петлю намагниченности сверхпроводящей фазы, отфильтровав другие вклады. В полученной петле намагниченности сверхпроводящей фазы значения  $M$  должны стремиться к нулю при увеличении  $H$  до  $H_{c2}$ .

2. Параметры сверхпроводника  $\lambda$ ,  $H_{\text{ит}}$  и  $H_{c2}$  могут быть оценены [37] и использованы при подгонке. Величина  $H_{c2}$  определяется как поле, при котором зависимость  $M(H)$  пересекается с осью  $H$ . Поле  $H_{\text{ит}}$  определяется как значение  $H$ , выше которого петля становится обратимой.

3. Зависимость  $I_s(H)$  (формула (8) или (9)) и параметр  $B_2 \sim 0.1\mu_0 H_{c2}$  находятся из оцененных значений  $H_{\text{ит}}$  и  $H_{c2}$ .

4. Из измеренной петли намагниченности строится кривая  $\Delta M(H)$  и подгоняется зависимостью (12), что позволяет определить параметр  $B_1$ .

5. По формулам (1)–(5), (7) рассчитывается зависимость  $M(H)$  и сопоставляется с экспериментальной петлей. Если значения  $H_{\text{ит}}$  и  $H_{c2}$  не были ранее определены, то параметры зависимостей  $j_c(B)$  и  $I_s(H)$  подбираются из условия наилучшего согласия вычисляемых зависимостей и экспериментальных петель намагниченности. Основные подгоночные параметры модели  $P_w = j_{c0}R$  и  $P_a = I_{s0}/R$  определяют соответственно ширину петли по оси  $M$  и ее асимметрию относительно оси  $H$ . Параметр  $P_w$  по порядку величины сравним с  $H_p$  ( $H_p$  и  $P_w$  точно совпадают для не зависящей от поля плотности тока  $j_c(B) = j_{c0}$  [1]).

6. Для гранулярных сверхпроводников радиус циркуляции оценивается из асимметрии петли ( $R \sim \lambda_0/P_a$ ). Также может быть использовано среднее значение размера гранул, определенное исходя из изображений сканирующей электронной микроскопии. В завершение определяется значение  $j_{c0} = P_w/R$ .

## 4. Заключение

В настоящей работе дано описание расширенной модели критического состояния. Модель позволяет рассчитывать и параметризовать петли намагниченности сверхпроводников второго рода. В модели учитывается равновесная намагниченность поверхностного слоя. Асимметрия петли намагниченности зависит от соотношения глубины поверхностного слоя и размера образца.

Предложено новое аналитическое выражение для зависимости плотности критического тока  $j_c$  от магнитного поля (7), успешно описывающее поведение  $j_c$  в малых и больших полях. Установлено, что плотность критического тока зависит от размеров и формы образца, так как поверхностный слой образца с толщиной  $\sim \lambda$  не участвует в переносе сверхтока.

Проведен анализ применения РМКС для параметризации петель намагниченности поликристаллических сверхпроводников. В гранулярных сверхпроводниках асимметрия петли намагниченности позволяет определить характерный масштаб циркуляции экранирующего тока и объемную плотность критического тока.

## Список литературы

- [1] C.P. Bean. Rev. Mod. Phys. **36**, 31 (1964).
- [2] D.-X. Chen, A. Sanchez, J.S. Munoz. J. Appl. Phys. **67**, 3430 (1990).
- [3] В.В. Вальков, Б.П. Хрусталеv. ЖЭТФ **107**, 1221 (1995).
- [4] D.M. Gokhfeld, D.A. Balaev, S.I. Popkov, K.A. Shaykhutdinov, M.I. Petrov. Physica C **434**, 135 (2006).
- [5] D.-X. Chen, R.B. Goldfarb, R.W. Cross, A. Sanchez. Phys. Rev. B **48**, 6426 (1993).
- [6] D.-X. Chen, A. Hernando, F. Conde, J. Ramirez, J.M. González-Calbet, M. Vallet. J. Appl. Phys. **75**, 2578 (1994).
- [7] D.M. Gokhfeld, D.A. Balaev, M.I. Petrov, S.I. Popkov, K.A. Shaykhutdinov, V.V. Valkov. J. Appl. Phys. **109**, 033 904 (2011).
- [8] D.-X. Chen, R.W. Cross, A. Sanchez. Cryogenics **33**, 695 (1993).
- [9] L. Burlachkov. Phys. Rev. B **47**, 8056 (1993).
- [10] E.V. Blinov, R. Laiho, E. Lahderanta, Yu.P. Stepanov, K.B. Traito, L.S. Vlasenko. ЖЭТФ **106**, 790 (1994).
- [11] X. Obradors, T. Puig. Supercond. Sci. Technol. **27**, 044 003 (2014).
- [12] S.V. Yampolskii, Y.A. Genenko. Appl. Phys. Lett. **104**, 033 501 (2014).
- [13] E.P. Krasnoperov, V.S. Korotkov, A.A. Kartamyshev. J. Supercond. Nov. Magn. **27**, 1845 (2014).
- [14] T. Schuster, H. Kuhn, E.H. Brandt, M. Indenbom, M.R. Koblishka, M. Konczykowski. Phys. Rev. B **50**, 16 684 (1994).
- [15] Н.Д. Кузьмичев, А.А. Федченко. ЖТФ **82**, 5, 52 (2012).
- [16] M. Forsthuber, G. Hilscher. Phys. Rev. B **45**, 7996 (1992).
- [17] S. Altin, D.M. Gokhfeld. Physica C **471**, 217 (2011).
- [18] E. Altin, D.M. Gokhfeld, S.V. Komogortsev, S. Altin, M.E. Yakinci. J. Mater. Sci.: Mater. Electron. **24**, 1341 (2013).

- [19] Д.А. Балаев, Д.М. Гохфельд, С.И. Попков, К.А. Шайхутдинов, Л.А. Клинова, Л.Н. Жерихина, А.М. Цвохребов. *ЖЭТФ* **145**, 120 (2014).
- [20] Z.D. Yakinci, D.M. Gokhfeld, E. Altin, F. Kurt, S. Altin, S. Demirel, M.A. Aksan, M.E. Yakinci. *J. Mater. Sci.: Mater. Electron.* **24**, 4790 (2013).
- [21] E. Altin, D.M. Gokhfeld, F. Kurt, M.E. Yakinci. *J. Mater. Sci.: Mater. Electron.* **24**, 5075 (2013).
- [22] E. Altin, D.M. Gokhfeld, S. Demirel, E. Oz, F. Kurt, S. Altin, M.E. Yakinci. *J. Mater. Sci.: Mater. Electron.* **25**, 1466 (2014).
- [23] М.И. Петров, Т.Н. Тетюева, Л.И. Квеллис, А.А. Ефремов, Г.М. Зеер, К.А. Шайхутдинов, Д.А. Балаев, С.И. Попков, С.Г. Овчинников. *Письма в ЖТФ* **29**, 23, 40 (2003).
- [24] P.W. Anderson, Y.B. Kim. *Rev. Mod. Phys.* **36**, 39 (1964).
- [25] А.С. Красильников, Л.Г. Мамсурова, Н.Г. Трусевич, Л.Г. Щербакова, К.К. Пухов. *ЖЭТФ* **109**, 1006 (1996).
- [26] J.R. Clem. *Low temperature physics — LT14 / Eds M. Krusius, M. Vuorio. North-Holland, Amsterdam (1975). V. 2. P. 285.*
- [27] R. Prozorov, R.W. Giannetta. *Supercond. Sci. Technol.* **19**, R41 (2006).
- [28] S. Senoussi. *J. de Phys. III* **2**, 1041 (1992).
- [29] A. Tulapurkar. *Phys. Rev. B* **64**, 014 508 (2001).
- [30] Y. Kimishima, M. Uehara, T. Kuramoto, Y. Ichiyanagi, Y. Iriyama, K. Yorimasa. *Physica C* **377**, 196 (2002).
- [31] R. Lal. *Physica C* **470**, 281 (2010).
- [32] C. Navau, A. Sanchez. *Supercond. Sci. Technol.* **14**, 444 (2001).
- [33] D.M. Gokhfeld. *J. Supercond. Nov. Magn.* **26**, 281 (2013).
- [34] Q. Hong, J.H. Wang. *Appl. Supercond.* **2**, 697 (1994).
- [35] J. Horvat, S. Soltanian, A.V. Pan, X.L. Wang. *J. Appl. Phys.* **96**, 4342 (2004).
- [36] Z. Hao, J.R. Clem. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2371 (1991).
- [37] I.L. Landau, J.B. Willems, J. Hulliger. *J. Phys.: Cond. Matter* **20**, 095 222 (2008).