

01;07

Распространение дисперсионно-управляемых солитонов в волокнах со случайной дисперсией

© Ф.Х. Абдуллаев, Д.В. Навотный

Физико-технический институт АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: fatkh@uzsci.net, denis@uzsci.net

Поступило в Редакцию 5 марта 2002 г.

Исследовано распространение дисперсионно-управляемых солитонов в оптических волокнах со случайной дисперсией. Показано, что влияние флуктуаций дисперсии можно описать в рамках модифицированного нелинейного уравнения Шредингера с частотно-зависимым затуханием $\sim \omega^4$. Показано, что влияние случайно модулированной дисперсии ведет к затуханию оптических импульсов. На основе вариационных уравнений найдено условие для стабильного распространения импульса.

Использование дисперсионно-управляемых (ДУ) солитонов в качестве носителей информации является ключевой технологией для создания высокоскоростных оптических линий связи [1,2]. Отличие ДУ солитона от обычного солитона состоит в том, что он периодически изменяет свою форму, а средой распространения является оптическое волокно с чередующимися сегментами нормальной и аномальной дисперсии. Однако недавние эксперименты по точному измерению величины дисперсии волокна показали, что дисперсия является случайной функцией длины волокна [3], вследствие чего может происходить разрушение ДУ солитона. Ранее в рамках вариационного подхода изучалась модель, где величины длин сегментов аномальной и нормальной дисперсии являются случайной функцией [4,5]. Однако недостатком этой модели было то, что не было рассмотрено влияние затухания за счет радиационных потерь. В работе [6] были выведены вариационные уравнения для однородного нелинейного уравнения Шредингера при учете радиационного затухания. В данной работе мы рассмотрим проблему распространения ДУ солитона в оптическом волокне со случайно модулированной дисперсией и линейным и нелинейным усилениями.

Известно, что распространение оптических импульсов в дисперсионно-управляемых системах хорошо описывается нелинейным уравнением Шредингера (НУШ) с периодически меняющейся дисперсией

$$iu_z + \frac{d(z)}{2}u_{tt} + |u|^2u = i\delta u + i\mu|u|^2u, \quad (1)$$

где u — безразмерная огибающая электрического поля световой волны; δ , μ — соответственно коэффициенты линейного и нелинейного усиления; $d(z)$ — дисперсионный профиль волокна. В случае существования флуктуаций дисперсии функция $d(z)$ будет являться суммой периодически изменяющейся дисперсии и ее случайной части, т. е.

$$d(z) = d_0(z) + \epsilon(z), \quad \langle \epsilon \rangle = 0,$$

$$\langle \epsilon(z)\epsilon(z') \rangle = B(z - z', l_c)_{l_c \rightarrow 0} \rightarrow \sigma^2 \delta(z - z'),$$

где $\epsilon(z)$ предполагается гауссовским случайным процессом с $\sigma^2 = \Delta D l_c$ ($\Delta D = D_1 - D_2$), l_c — корреляционная длина. Предполагается, что величина шума мала по сравнению с периодической частью дисперсии. Из экспериментальных данных следует, что величина l_c является порядков метров и намного меньше всех характерных масштабов, которые имеют порядок десятков километров. Таким образом, случайный процесс $\epsilon(z)$ может рассматриваться как белый шум.

Чтобы исследовать влияние флуктуаций дисперсии, применим метод среднего поля к уравнению (1). Для этого представим поле в виде среднего $\langle u \rangle$ и слабо флуктуирующей части δu :

$$u = \langle u \rangle + \delta u, \quad \langle \delta \rangle = 0, \quad \delta u \ll \langle u \rangle,$$

где $\langle u \rangle$ — медленно изменяющееся среднее поле. Согласно этому методу, можно предположить, что $\langle |u|^2 u \rangle \approx |\langle u \rangle|^2 \langle u \rangle$, т. е. пренебрегаем влиянием нелинейных флуктуаций. Для того чтобы расцепить среднее $\langle \epsilon(z)u_{tt} \rangle$, используем формулу Фурутцу–Новикова [7]:

$$\langle \epsilon(z)F(u) \rangle = \int_0^z B(z - z') \left\langle \frac{\delta F(u)}{\delta \epsilon(z')} \right\rangle dz'. \quad (2)$$

В результате после усреднения уравнение (1) примет вид (для удобства в записи уравнения опускаются угловые скобки):

$$iu_z + \frac{d_0(z)}{2} u_{tt} + |u|^2 u = i\delta u - i\gamma u_{ttt} + i\mu |u|^2 u, \quad (3)$$

где $\gamma = \sigma^2/4$ и σ является силой шума. Видно, что полученное уравнение является уравнением типа НУШ с добавлением в правой части члена с четвертой производной. Отсюда следует, что влияние случайной дисперсии на эволюцию оптического импульса описывается как распространение импульса в периодически-неоднородной среде с частотно-зависимым затуханием.

В работе [2] было показано, что в консервативных системах динамика дисперсионно-управляемых солитонов может хорошо описываться в рамках вариационного приближения. В присутствии неконсервативных членов в уравнении (3) можно использовать модифицированный вариационный подход. Уравнение Эйлера–Лагранжа в этом случае будет иметь вид [8]

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial \eta_i} - \frac{d}{dz} \frac{\partial \bar{L}}{\partial \eta_{iz}} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(R \frac{\partial u^*}{\partial \eta_i} + c.c. \right), \quad (4)$$

где \bar{L} — усредненный лагранжиан $\bar{L} = \int L(z, t) dt$ и R — оператор возмущения. Если в качестве пробной функции выбрать гауссовский импульс в форме

$$u(z, t) = A(z) \exp \left[-\frac{t^2}{2a(z)^2} + i \frac{b(z)t^2}{2} + i\phi(z) \right],$$

где $A(z)$, $a(z)$, $b(z)$, $\phi(z)$ — амплитуда, ширина, чирп и линейная фаза импульса соответственно, то получим из (3) и (4) следующую систему уравнений на параметры ДУ солитона:

$$\begin{aligned} (a^2)_z &= 2d_0(z)a^2b - \frac{5}{2\sqrt{2}}\mu A^2 a^2 + 6\gamma a^2 \left[\frac{1}{a^4} - b^4 a^4 \right], \\ (A^2)_z &= -d_0(z)A^2 b + \frac{7}{2}\delta A^2 + \frac{13}{4\sqrt{2}}\mu A^4 - \frac{3}{2}\gamma A^2 \left[\frac{3}{a^4} + 2b^2 - b^4 a^4 \right], \\ b_z &= \frac{d_0(z)}{a^4} - d_0(z)b^2 - \frac{A^2}{\sqrt{2}a^2} - 12\gamma b \left(\frac{1}{a^4} + b^2 \right). \end{aligned} \quad (5)$$

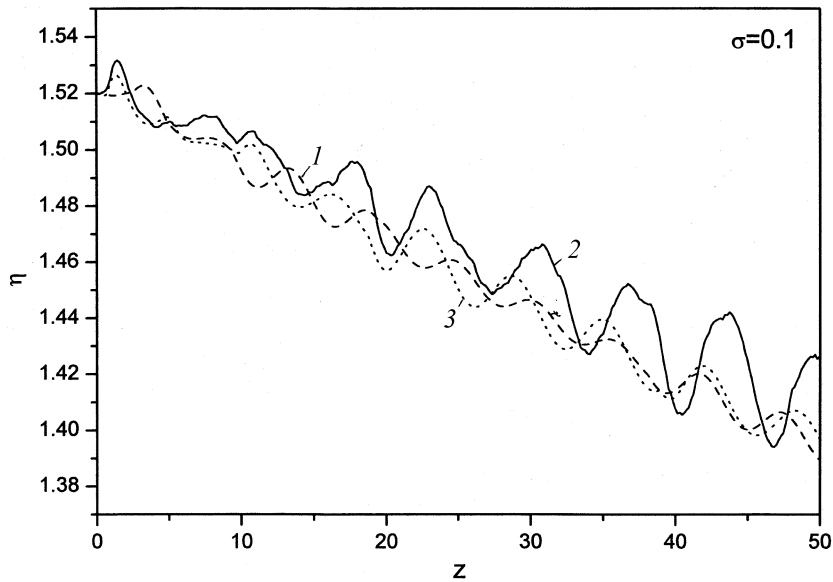


Рис. 1. Численное сравнение решения усредненного НУШ (3) (кривая 1) с решением системы (5) (кривая 2) и полным НУШ (1) (кривая 3).

Уравнение на ϕ не выписано, так как оно развязывается от уравнений (5). Когда $\gamma = \delta = \mu = 0$, система (5) воспроизводит известные вариационные уравнения для параметров ДУ солитона [2].

Найдем фиксированные точки этой системы, соответствующие стабильному распространению ДУ солитонов при наличии случайных колебаний коэффициентов дисперсионной карты. Приравнивая левые части системы (5) к нулю и предполагая, что $b \sim \delta, \mu, \gamma \ll 1$ и $a \sim 0$ (1), получим

$$a_0^2 = \frac{\sqrt{2}d_0}{A_0^2}, \quad (6)$$

$$A_0^2 = \frac{2\sqrt{2}\mu d_0^2}{3\gamma} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{21\delta\gamma}{4\mu^2 d_0^2}} \right), \quad (7)$$

$$b_0 = \frac{1}{2d_0} \left(\frac{5\mu A_0^2}{2\sqrt{2}} - \frac{6\gamma}{a_0^4} \right). \quad (8)$$

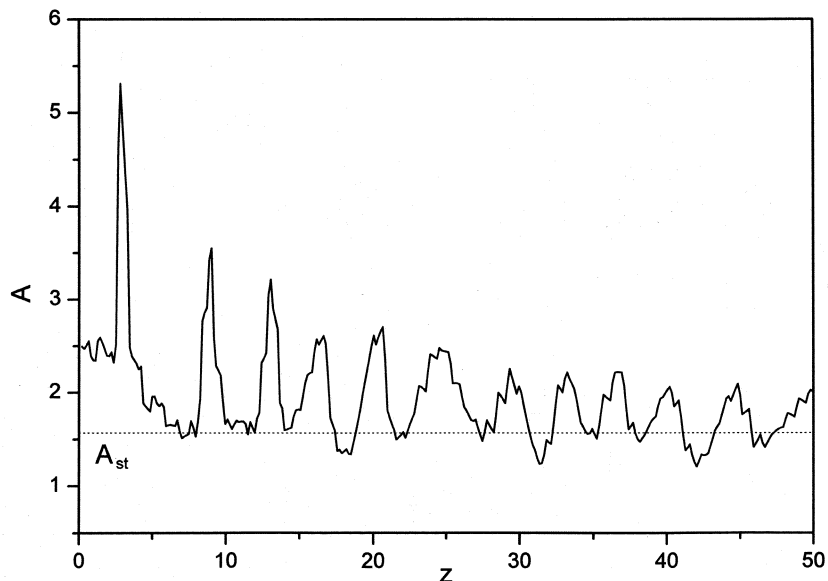


Рис. 2. Формирование стабильного распространения импульса. Решение системы (5). (A_{st} — стационарное решение).

Из выражения (6) видно, что стабильное распространение ДУ солитона в волокне со случайной дисперсией возникает только в области аномальной дисперсии ($d_0 > 0$). Это предсказание подтверждается численным моделированием (см. [5]).

Проведем численное моделирование полученных вариационных уравнений (5) и полного НУШ (1). Будем использовать следующие параметры: нелинейный коэффициент показателя преломления волокна $n_2 = 3.2 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$, эффективная площадь сечения волокна $A_{eff} = 50 \mu\text{m}^2$, длина волны $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$, величина аномальной дисперсии $D_1 = 3 \text{ ps/nm} \cdot \text{km}$, нормальной дисперсии $D_2 = -2.8 \text{ ps/nm} \cdot \text{km}$, длина сегментов $Z_1 = Z_2 = 79 \text{ km}$ и корреляционная длина $l_c = 3 \text{ m}$. В безразмерных величинах параметры дисперсионной карты будут иметь следующие значения: $d_1 = 30$, $d_2 = -28$, $z_1 = z_2 = 0.078$.

Вначале численно сравним вариационные уравнения на параметры солитонов (5) с полным уравнением (1) и с усредненным (3). Результаты этого моделирования показаны на рис. 1. Как видно из этого рисунка,

мы имеем хорошее согласие между этими кривыми, что подтверждает развитый в работе подход.

На рис. 2 для $\delta = 0.001$, $\mu = -0.001$, $\sigma = 0.1$ и $d_0 = 30$ показано поведение амплитуды для уравнения (3). Как видно из этого рисунка, амплитуда стремится к стационарной точке, которая вычисляется с помощью выражений (6)–(8). Мы не смогли достигнуть полного стабильного распространения вследствие случайных возмущений. Для достижения стабильного распространения ДУ солитона может оказаться полезным использовать фильтр с насыщением поглощения, который будет подавлять несолитонную часть оптического сигнала [9,10].

Список литературы

- [1] *Knox F.M., Doran N.J., Blow K.J.* et al. // *Electron. Lett.* 1996. V. 32. P. 54–55.
- [2] *Gabitov I., Turitsyn S.* // *Opt. Lett.* 1996. V. 21. P. 327.
- [3] *Mollenauer L.F., Mamyshev P.V., Neubelt M.J.* // *Opt. Lett.* 1996. V. 21. P. 1724.
- [4] *Abdullaev F.Kh., Baizakov B.B.* // *Opt. Lett.* 2000. V. 25. P. 93–95.
- [5] *Malomed B.A., Berntson A.* // *JOSA B.* 2001. V. 18. N 9. P. 124.
- [6] *Kath W.L., Smyth N.* // *Phys. Rev. E.* 1995. V. 51. P. 1484.
- [7] *Кляцкин И.В.* Стохастические уравнения и волны в случайных средах. М.: Наука, 1980. 336 с.
- [8] *Маймистов А.* // *ЖЭТФ.* 1993. Т. 104. С. 3620.
- [9] *Turitsyn S.* // *Phys. Rev. B.* 1996. V. 54. P. 3125.
- [10] *Richardson L., Blow K., Mezentsev V.K.* // *Nonlinear Guided Waves and Their Applications.* 2001. P. 352.