

01;04

Учет немаксвелловости распределения электронов в пространственно-усредненной (global) модели

© А.А. Кудрявцев, Л.Д. Цендин

Санкт-Петербургский государственный университет

E-mail: akud@ak2138.spb.edu

Санкт-Петербургский государственный технический университет

E-mail: tsendin@phtf.stu.neva.ru

Поступило в Редакцию 24 мая 2002 г.

При использовании пространственно-усредненной (global) модели, немаксвелловость электронов учитывается с помощью двухтемпературной аппроксимации. При этом условие стационарности разряда позволяет определить температуру быстрых электронов T_{eh} как собственное число задачи. Эта температура для данного сорта газа является функцией параметра $p\Lambda$ и слабо (логарифмически) зависит от изменения условий, так что при $p\Lambda = \text{const}$ она практически одинакова для различных типов газовых разрядов. Баланс энергий электронного газа позволяет определить концентрацию n_e по удельной мощности W , вводимой в разряд.

Для быстрой оценки параметров разрядов низкого давления, когда основная гибель заряженных частиц происходит на стенках и профили плазмы являются плавными, наиболее употребительной является пространственно-усредненная модель [1–4]. Она использует уравнения баланса для средних концентраций частиц с константами реакций (в первую очередь, ионизации), имеющими аррениусовский вид отношения энергии активации к температуре электронов ($\sim \exp(-E_j/T_e)$). Для того чтобы такое описание было адекватным реальности, необходимо, чтобы эффективная температура электронов слабо менялась по сечению. Это требует малости характерной диффузионной длины Λ по сравнению с $\lambda_T \gg \lambda$, Λ — расстоянием, на котором в балансе энергий электронного газа доминирует их теплопроводность, выравнивающая T_e по объему [8]. Для нахождения T_e (или средней энергии $\bar{\epsilon} = 3T_e/2$),

которая подставляется в экспоненциальную зависимость частот процессов с участием электронов (v_j), в global model используется уравнение баланса энергий всего электронного газа. Однако уже давно установлено (см., например, [5,6]), что для электронов распределение (EDF) сильно отличается от максвелловского (исключая разве случай парадокса Ленгмюра в бесстолкновительном режиме, когда EDF хорошо аппроксимируется максвелловской [7]). Обычно же при не слишком высоких степенях ионизации $n_e/n < 10^{-3}$ в неупругой области энергий $\varepsilon > \varepsilon_1$ EDF существенно неравновесна и обеднена электронами. Ее формирование при этом является нелокальным [8], т.е. EDF определяется значениями физических характеристик (в первую очередь, напряженностей полей) не в данной точке, а в области, определяемой длиной релаксации электронов λ_T . Такой подход обычно применим при $p\Lambda < 1 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$. Для нахождения EDF, зависящей в этом случае только от полной энергии $\varepsilon = w + e\phi(r)$ (кинетической плюс потенциальной), уравнение Больцмана необходимо усреднить по всему разрядному объему [8].

Поскольку для реальной неравновесной и нелокальной EDF расчеты v_j в предположении максвелловского распределения не имеют особого физического смысла, то трудно даже качественно оценить погрешности получаемых при этом данных. Поэтому в последнее время в ряде работ (см., например, [9,10]) для EDF в global model предложено использовать функцию распределения дрювестейн-давыдовского типа:

$$f_0(\varepsilon) = c_1 \exp(-c_2 \varepsilon^x). \quad (1)$$

Такая EDF при $x > 1$ быстрее спадает с энергией, чем максвелловская, что ближе к реальности. Нам же представляется, что использование EDF (1) является неудачным, поскольку, строго говоря, оно реализуется только для упругого баланса энергий электронов (см., например, [5,6]). Однако в балансе энергий электронов разряда низкого давления доминируют как раз неупругие потери, т.е. распределение (1) с константами (c_1 , c_2 , x), определяемыми атомными константами, никогда не реализуется. Если же рассматривать параметризацию (1) просто как аппроксимацию с подгонными параметрами c_1 , c_2 , x , то она также представляется неудачной, поскольку не позволяет оценить их исходя из каких-либо физических соображений, связанных со спецификой формирования EDF.

Простой двухтемпературный кинетический подход, в котором температура горячих электронов определяется уходом частиц для емкостного ВЧ разряда, был предложен в [21].

Цель данной работы — предложить максимально простые и физически обоснованные аппроксимации для учета немаксвелловости нелокальной EDF при описании с помощью пространственно-усредненной (global) модели.

Анализ кинетического уравнения и сопоставление с расчетами и экспериментами различных авторов показывают, что реальная EDF в газоразрядной плазме обычно удовлетворительно аппроксимируется приближением двух групп электронов с температурами T_{eb} и T_{eh}

$$f_0(\varepsilon) = c_n e^{-\frac{\varepsilon}{T_{eb}}} - c_n e^{-\frac{\varepsilon_1}{T_{eb}}} \frac{(T_{eh} - T_{eb})}{T_{eb}}, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_1, \quad (2)$$

$$f_0(\varepsilon) = c_n \frac{T_{eh}}{T_{eb}} e^{-\frac{\varepsilon}{T_{eh}}}, \quad \varepsilon \geq \varepsilon_1, \quad c_n = 2/\sqrt{\pi T_{eb}^3}.$$

При $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ в (2) добавлена константа, позволяющая в отличие от ранее использовавшихся в работах [11–13] аппроксимаций EDF двумя экспонентами корректно сшить при $\varepsilon = \varepsilon_1$ не только функцию, но и ее производную.

Распределение (2) позволяет рассчитать все интересующие характеристики электронов. Например, для линейной зависимости от энергии $\sigma_j(\varepsilon) = \sigma_{0j}(\varepsilon/\varepsilon_j - 1)$ сечений неупругих процессов (прямой ионизации (di), возбуждения нижних состояний (ex) и т.п.) константы процессов имеют вид

$$v_j = \int_{\varepsilon_j}^{\infty} v_j(\varepsilon) f_0(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon \approx \frac{T_{eh}}{T_{eb}} N \sigma_{0j} \sqrt{\frac{8T_{eh}}{\pi m}} e^{-\frac{\varepsilon_j}{T_{eh}}}. \quad (3)$$

Чтобы увидеть основные соотношения и связи между параметрами, обратимся к правилам подобия (scalings law) газовых разрядов, вытекающих из анализа баланса частиц и энергий [5]. Основными параметрами задачи при этом являются: $p\Lambda$ — произведение давления газа на характерную диффузионную длину и удельная мощность W , вводимая в единицу объема электронного газа. (В DC разрядах комбинация этих параметров приводит к известным параметрам подобия $p\Lambda$ и i/Λ , где i — разрядный ток [5]). Вычисление Λ в разрядах разной геометрии

описано в [1]. Например, для плоскопараллельной геометрии ($x = 0, L$), $\Lambda = L/\pi$, а для цилиндра радиуса R имеем $\Lambda = R/2.405$. Из условия стационарности разряда следует условие равенства скоростей ионизации и диффузионной гибели на стенках,

$$v_i \tau_s = 1. \quad (4)$$

Кинетическое рассмотрение процесса ионизации показывает, что v_i можно представить как сумму $v_i = v_{di} + v_{st}$ частот прямой (v_{di}) и ступенчатой (v_{st}) ионизации (подробнее см., например, [14]). Если доминирует ступенчатая ионизация, часто используют оценку $v_i \approx c_i v_{ex}$, где c_i — коэффициент порядка единицы (приближение „немедленной“ ионизации [14]). Время гибели электронов и ионов на стенках τ_s можно оценить по интерполяционной формуле [1]

$$\tau_s = \tau_a + \tau_b. \quad (5)$$

Здесь $\tau_a = \Lambda^2/D_a$ есть характерное время амбиполярной диффузии, а $\tau_b = a\Lambda/V_b$, где $V_b = \sqrt{T_e/M}$ — бомовская скорость, a — коэффициент порядка единицы.

Поскольку τ_s (5) определяется геометрией разрядного объема, то из (4) можно найти скорость ионизации через равную ей диффузионную гибель, не зная вида быстрой части EDF. В свою очередь, по v_i можно достаточно надежно оценить температуру быстрой части EDF T_{eh} . Она слабо (логарифмически) зависит от T_{eb} , так что при вычислении T_{eh} по (2), (4), T_{eb} под логарифмом без существенной потери точности может быть отождествлена с T_{eh} . В итоге, из (2)–(5) следует, что для данного сорта газа величина T_{eh} зависит только от параметра $p\Lambda$. Выбор любой резко (экспоненциально) зависящей от энергии EDF, в том числе дрювестейновской (1) или максвелловской, даст по (4) более или менее близкие значения T_{eh} , логарифмически зависящие от параметров разряда. По-видимому, такая нечувствительность расчета к деталям в выборе быстрой части EDF во многом и определяет успешное использование global модели в расчетах.

Из кинетического уравнения следует оценка для температуры быстрой части EDF [8]

$$T_{eh} = \sqrt{\sum_j v_j / D_E}, \quad (6)$$

где $D_E = 2\langle (eE_{eff}\lambda)^2 v \rangle / 3$ — коэффициент диффузии по энергии в эффективном пространственно-усредненном электрическом поле (подроб-

нее см. [8]). Как видно из (6) и ясно из физических соображений, T_{eh} , а значит, и частота ионизации ν_i определяются греющим электрическим полем, продольным в положительном столбе или высокочастотным — в ВЧ и СВЧ разрядах. Поскольку именно поле сообщает энергию электронам, то возникает вопрос, почему же тогда расчет по (2)–(5) определяет зависимость числа ионизаций ν_i (и соответственно T_{eh}) только как функцию параметра $p\Lambda$? Главная причина заключается в том, что во всех проблемах физики плазмы практически никогда ни движение частиц, ни поля нельзя считать заданными: поля определяются не только внешними условиями, но и движением заряженных частиц, которое, в свою очередь, задается полями. Все задачи поэтому являются самосогласованными: плазма допускает проникновение в разрядный объем только таких полей, „какие ей нужны“ для ее стационарного существования. Темп ионизации задается формой EDF (значением T_{eh}), которая формируется полями в плазме. С другой стороны, необходимо, чтобы рождение заряженных частиц восполняло их потери, зависящие, в первую очередь, от геометрии разряда и давления ($p\Lambda$). В результате греющее эффективное среднее поле $\langle E_{eff} \rangle$, которое можно найти из выражения (6) по найденной из (2)–(4) T_{eh} , также определяется параметром $p\Lambda$. Такая возможность отмечалась также в [21]. Пространственное же распределение самосогласованных полей в объеме заранее неизвестно, и задача нахождения их профилей в плазме для многих разрядов (ECR, ICP, SW и т.п.) представляет собой сложную самостоятельную проблему. Попытки находить T_{eh} как функцию поля через соотношения, подобные (6), часто приводят к сложным и малообозримым выражениям (см., например, формулу (17) в [13]).

Поскольку вводимая в разряд удельная мощность $W = \langle e^2 E_{eff}^2 n_e / (m\nu) \rangle$ зависит от E_{eff} и n_e , то для нахождения выражения $\langle E_{eff} \rangle(T_{eh})$ необходимо привлечь баланс энергии электронного газа

$$W = \sum_j \varepsilon_j \nu_j n_e + \delta(\nu_a + \nu_{ei})(T_e - T)n_e + e\phi_w n_e / \tau_s. \quad (7)$$

В (7) потери энергии определяются всевозможными неупругими процессами (ε_j — потери энергии электронов в результате j -го элементарного акта с частотой ν_j); упругими потерями (ν_a , ν_{ei} — частоты упругих электрон-атомных и электрон-ионных столкновений) и

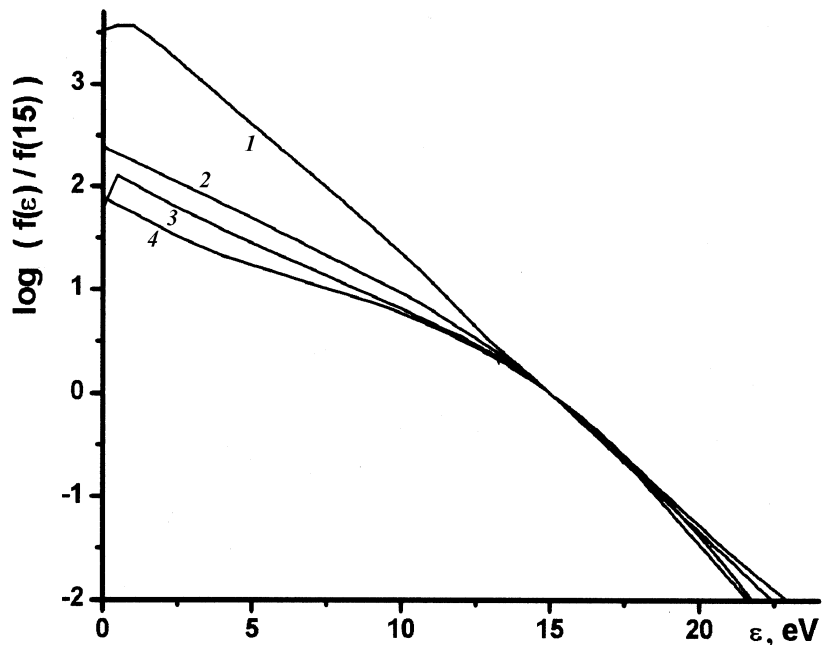
диффузионным охлаждением (φ_w — разность потенциалов ось–стенка). Если скорость ионизации близка к скорости возбуждения, а потенциал стенки в нелокальном режиме близок к потенциалу ионизации [8], то

$$W/n_e \approx 2\varepsilon_{ex}v_{ex} \approx 2\varepsilon_{ex}/\tau_s. \quad (8)$$

Отсюда следует линейность $n_e(W)$. При известной правой части соотношения (7) служит для определения электронной концентрации по вводимой в разряд удельной мощности (или по току — в DC разрядах).

Температура медленных электронов T_{eb} необходима для определения скорости процессов с малым порогом (таких, как ступенчатые), для определения коэффициента амбиполярной диффузии скачка потенциала в пристеночном слое и т.п. Когда роль межэлектронных столкновений мала (частота их $\nu_e \ll W/(n_e T_{eb})$, EDF электронов с $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ при неупругом балансе энергий вообще не зависит от поля ($f_0(\varepsilon) \sim \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_1} d\varepsilon/(\varepsilon\lambda(\varepsilon))$) [8]. Соответственно для степенной зависимости частоты упругих столкновений $\nu(\varepsilon) \sim \varepsilon^n$ средняя энергия, определенная по этой EDF, также не зависит от поля $\bar{\varepsilon}/\varepsilon_1 \approx 3(n+1)/5(n+2)$ [8]. Повышение степени ионизации (увеличение W) вызывает максвеллизацию EDF за счет межэлектронных столкновений. При заданных внешних условиях и механизмах ионизации и потерь температура быстрой части T_{eh} по (4) остается при этом практически неизменной. Поэтому с ростом частоты межэлектронных столкновений будет происходить изменение EDF медленных электронов, т.е. приближение температуры „тела“ T_{eb} к неизменной температуре „хвоста“ T_{eh} . Этот процесс сопровождается уменьшением D_E (а значит, и уменьшением поля). В литературе же (см., например, [5,6,14]) часто рассматривают изменение EDF с ростом плотности электронов при фиксированном поле. При этом с ростом степени ионизации меняются как тело, так и хвост распределения. На рисунке представлены экспериментально измеренные различными авторами EDF в Ar в различных разрядах при приблизительно одинаковом значении параметра $p\Lambda \approx 30 \text{ m Torr} \cdot \text{cm}$: кривая 1 из рис. 5, d [15]; кривая 2 из рис. 5 [16]; кривая 3 из рис. 1 [17]; кривая 4 из рис. 10, c [18]. Видно, что быстрые части EDF поразительным образом совпадают друг с другом, что подтверждает приведенные оценки.

Отметим также, что в высокочастотных разрядах (ССР, ICP, ECR, SW и т.п.) могут реализовываться режимы с большой ролью „внешнего“ (по отношению к плазменной области) ввода энергии, имеющие аналогии с областью отрицательного свечения (NG) полых катодов (HC).



Индукционный разряд в цилиндре [15], $R = 22.5$ cm, $h = 2$ cm, $p = 9$ Pa (1);
 индукционный разряд в цилиндре [16], $R = 7.5$ cm, $h = 10$ cm, $p = 1.33$ Pa (2);
 индукционный разряд в цилиндре [17], $R = 10$ cm, $h = 10.5$ cm, $p = 1.33$ Pa (3);
 индукционный разряд в цилиндре [18], $R = 7.5$ cm, $h = 6$ cm, $p = 3$ Pa (4).

В подобных условиях может формироваться характерный низкоэнергетический пик максвелловских электронов [19], которые заперты самосогласованным полем в центральной области, где энерговклад мал. Тогда на EDF в плазме отчетливо можно выделить три характерных участка, каждый из которых выполняет свою функцию: соответственно обеспечения квазинейтральности, переноса тока и ионизации. В этом, более общем, случае следует использовать 3-температурное приближение с *low*, *intermediate* and *high* группами электронов [8], причем $T_{ei} > T_{eh}$, T_{eb} . Так как амбиполярное поле и время жизни τ_a определяются наиболее медленными электронами, при этом τ_a будет возрастать, что может приводить к снижению температуры быстрой части EDF [20].

Один из авторов (Л.Ц.) благодарен за поддержку РФФИ, проект № 01-02-16874 и NATO SfP#97354.

Список литературы

- [1] *Lieberman M., Lichtenberg A.* // Principles of Plasma Discharges and Materials Processing. New York: Wiley, 1994.
- [2] *Rozhansky A.V., Tsendin L.D.* // Transport Phenomena in Partially Ionized Plasma. London and New York: Taylor&Francis, 2001.
- [3] *Lee C., Lieberman M.A.* // J. Vac. Sci. Technol. 1995. V. A. 13. N 2. P. 368.
- [4] *Lichtenberg A.J., Vahedi V., Lieberman M.A.* et al. // J. Appl. Phys. 1994. V. 75. P. 2339.
- [5] *Fransis G.* Ionization Phenomena in Gases. London: Butt. Sci. Publ., 1960.
- [6] *Ginsburg V.L., Gurevich A.V.* // Usp. Fiz. Nauk. 1960. V. 70. P. 201–246.
- [7] *Kudryavtsev A.A., Tsendin L.D.* // Tech. Phys. 1999. V. 44. N 11. P. 1290–1297.
- [8] *Tsendin L.D.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1995. V. 4. P. 200–211.
- [9] *Gudmundsson.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2001. V. 10. P. 75–81.
- [10] *Kiehlbauch M.W., Graves D.B.* // J. Appl. Phys. 2002. V. 91. N 6. P. 3539–3546.
- [11] *Morgan W.L., Vriens L.* // J. Appl. Phys. 1980. V. 51. N 10. P. 5300–5306.
- [12] *Hartgers A., van der Mullen J.A.M.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2001. V. 34. P. 1907–1913.
- [13] *Kimura T., Ohe K.* // J. Appl. Phys. 2001. V. 89. N 8. P. 4240–4246.
- [14] *Biberman L.M., Vorob'ev V.S., Yakubov I.T.* // Sov. Phys. USPEKHI. 1973. V. 15. N 4. P. 375–394.
- [15] *Mumken G.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1999. V. 32. P. 804–814.
- [16] *Sigh H., Graves D.B.* // J. Appl. Phys. 2000. V. 87. P. 4098–4106.
- [17] *Godyak V.A., Piejak R.V., Alexandrovich B.M.* // J. Appl. Phys. 1999. V. 85. P. 3081–3083.
- [18] *Kortshagen U., Pukropski I., Zethoff M.* // J. Appl. Phys. 1994. V. 76. P. 2048–2057.
- [19] *Godyak V.A.* // Electron kinetics Applications of Glow Discharges. U. Kortshagen and L.D. Tsendin eds. Plenum. 1997. P. 241–256.
- [20] *Berezhnoj S.V., Kaganovich I.D., Tsendin L.D.* // Plasma Phys. Reports. 1998. V. 24 (7). P. 603–610.
- [21] *Smirnov A.S., Orlov K.E.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1999. V. 8. P. 37–48.