Стимулированное спиновое эхо при возбуждении псевдослучайными импульсами

© С.А. Баруздин

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ),
197376 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: bars@bars.etu.spb.ru

(Поступила в Редакцию 18 февраля 2005 г.)

Рассматривая различные режимы возбуждения стимулированного спинового эха псевдослучайными импульсами и короткими когерентными дельтаобразными импульсами. В качестве псевдослучайных сигналов используются колебания, фазоманипулированные 127-элементными M-последовательностями. Моделируется форма комплексной огибающей стимулированного эха в линейных и нелинейных режимах относительно фазоманипулированных колебаний. Показана возможность получения корреляционных функций импульсов возбуждения. Определены условия, при которых возможно увеличение амплитуды стимулированного эха по сравнению с классическим алгоритмом возбуждения стимулированного эха тремя дельтаобразными импульсами. Результаты могут быть использованы при анализе формирования стимулированного фотонного эха.

1. Введение

В 1970 г. Р. Эрнст и Р. Кайзер впервые использовали белый гауссовский шум для возбуждения ядерных спиновых систем [1–3]. Метод вошел в спектроскопию ЯМР под названием стохастического резонанса. Его сравнение с традиционными методами спектроскопии ЯМР указывает на преимущество в чувствительности перед спектроскопией медленного прохождения за счет широкополосности возбуждающего процесса. Сравнение с импульсной фурье-спектроскопией показывает, что стохастический резонанс имеет преимущества в более низкой мощности возбуждения, причем этот выигрыш может достигать значений 10^4-10^5 раз. Его использование также позволяет получать многомерные спектры, а снижение мощности возбуждения облегчает решение проблемы „мертвого времени“ приемника. Наряду с ЯМР стохастическое возбуждение используется также при исследованиях электронного парамагнитного резонанса и в оптике.

В настоящее время метод стохастического резонанса развивается. На его основе с помощью двумерного преобразвания Фурье уже получен большой объем двумерных спектров ЯМР. При этом зачастую вместо случайного шума используют псевдослучайное возбуждение [4]. В этом случае после возбуждения сигнала свободной индукции вычисляют его корреляцию с исходным псевдослучайным сигналом [4,5]. Далее, используя преобразование Фурье или его модификации, определяют спектр.

В настоящей работе показано, что в неоднородно уширенных системах вычислить корреляцию отклика с исходным псевдослучайным сигналом можно, используя метод спинового эха. Для этого в импульсной последовательности возбуждающих импульсов должно быть два псевдослучайных импульса, совпадающих по форме с точностью до константы.

2. Трехимпульсный режим возбуждения

Поведение вектора намагниченности во внешнем магнитном поле описывается уравнениями Блоха [1,6]. Если длительности импульсов возбуждения $\tau_n \ll T_1, T_2$, где T_1, T_2 — времена продольной и поперечной релаксации соответственно, то процессами релаксации можно пренебречь. Тогда уравнение движения вектора намагниченности изохроматы во вращающейся с частотой ω_0 системе координат можно представить в виде

$$\frac{d\mathbf{M}(t,\Omega)}{dt} = \mathbf{F}(t,\Omega)\cdot\mathbf{M}(t,\Omega),$$

$$\mathbf{M}(t,\Omega) = \begin{bmatrix} \widetilde{M}(t,\Omega) \\ \widetilde{M}^*(t,\Omega) \\ M_z(t,\Omega) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}(t,\Omega) = \begin{bmatrix} i\Omega & 0 & -i\widetilde{R}(t) \\ 0 & -i\Omega & i\widetilde{R}^*(t) \\ -i\,\dfrac{\widetilde{R}^*(t)}{2} & i\,\dfrac{\widetilde{R}(t)}{2} & 0 \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где $\widetilde{M}(t,\Omega)$ и $\widetilde{M}^*(t,\Omega)$ — комплексные поперечные компоненты вектора намагниченности, M_z — его продольная компонента; $\widetilde{R}(t) = \gamma\widetilde{B}(t)$ — комплексная огибающая импульса возбуждения, выраженная в единицах круговой частоты (γ — гиромагнитное отношение, $\widetilde{B}$ — комплексная поперечная компонента вектора магнитной индукции); $\Omega = \omega - \omega_0$ — расстройка частоты ω относительно несущей частоты радиоимпульса ω_0, совпадающей с центральной частотой неоднородно уширенной линии поглощения.

Формальное решение системы (1) можно представить в матричном виде

$$\mathbf{M}(t, \Omega) = \mathbf{A}(t, t_0, \Omega)\mathbf{M}(t_0, \Omega), \tag{2}$$

где $\mathbf{M}(t_0, \Omega)$ — вектор начальных условий для момента времени t_0; $\mathbf{A}(t, t_0, \Omega)$ — переходная матрица состояния системы.

На свободных от импульсов возбуждения интервалах, когда $\widetilde{R}(t) = 0$, решение уравнений (1) может быть представлено в виде

$$\mathbf{M}(t, \Omega) = \mathbf{B}(t, t_0, \Omega)\mathbf{M}(t_0, \Omega), \tag{3}$$

где переходная матрица $\mathbf{B}$ может быть записана в явном виде

$$\mathbf{B}(t, t_0, \Omega) = \begin{bmatrix} \exp[i\Omega(t-t_0)] & 0 & 0 \\ 0 & \exp[-i\Omega(t-t_0)] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Задав начальные условия $\mathbf{M}(-\tau_1/2, \Omega)$ в виде $\widetilde{M} = \widetilde{M}^* = 0$, $M_z = M_0$ (M_0 — равновесное значение вектора намагниченности), можно определить состояние вектора $\mathbf{M}(t, \Omega)$ по окончании трех импульсов возбуждения, формируемых в моменты времени $t_1 = 0$, t_2 и t_3. Для этого последовательно используется формальное решение (2) для интервалов возбуждения и явное решение (3), (4) для свободных интервалов. В отклике спиновой системы, формируемом поперечной компонентой $\widetilde{M}(t, \Omega)$ вектора намагниченности и состоящем из 9 слагаемых, можно для интервала $t \geq t_3 + \tau_3$ (τ_3 — длительность третьего импульса) выделить стимулированное эхо. Его комплексная огибающая имеет вид [6]

$$\widetilde{m}_s(t) = M_0 \int_{-\infty}^{\infty} S_s(\Omega)\exp[i\Omega(t - t_2 - t_3)]d\Omega,$$

$$S_s(\Omega) = g(\Omega)a_{13}^{(3)}(\Omega)a_{32}^{(2)}(\Omega)a_{23}^{(1)}(\Omega) \times \exp\left(i\Omega\,\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{2}\right), \tag{5}$$

где $a_{kl}^{(n)}$ — элемент переходной матрицы для n-го импульса возбуждения, $g(\Omega)$ — низкочастотный эквивалент неоднородно уширенной линии поглощения.

При моделировании возбуждения стимулированного эха в данной работе используется два вида импульсов: фазоманипулированные 127-элементной M-последовательностью радиоимпульсы и короткие когерентные импульсы, которые будем называть дельтаобразными.

При формировании фазоманипулированных импульсов когерентная несущая радиоимпульса модулируется по фазе, принимающей два значения: 0 и π. Для этого используется бинарная M-последовательность, формируется на выходе регистра сдвига, состоящего из N ячеек и охваченного обратными связями [4,7]. Так, регистр из семи ячеек имеет $2^7 = 128$ состояний, одно из которых (нулевое) является запрещенным. Таким образом, на выходе регистра формируется псевдослучайная бинарная последовательность 127 элементарных (0 и 1) импульсов, длительностью τ.

Переходная матрица для элементарного импульса имеет вид

$$a_{22}^* = a_{11} = \frac{R^2 + (R^2 + 2\Omega^2)\cos\beta\tau}{2\beta^2} + i\,\frac{\Omega\sin\beta\tau}{\beta},$$

$$a_{21}^* = a_{12} = \frac{\widetilde{R}^2}{\beta^2}\sin^2\left(\frac{\beta\tau}{2}\right),$$

$$a_{23}^* = a_{13} = \frac{2\widetilde{R}\Omega}{\beta^2}\sin^2\left(\frac{\beta\tau}{2}\right) - i\,\frac{\widetilde{R}\sin\beta\tau}{\beta},$$

$$a_{32}^* = a_{31} = \frac{\widetilde{R}^*\Omega}{\beta^2}\sin^2\left(\frac{\beta\tau}{2}\right) - i\,\frac{\widetilde{R}^*\sin\beta\tau}{2\beta},$$

$$a_{33} = \frac{\Omega^2 + R^2\cos\beta\tau}{\beta^2}, \tag{6}$$

где $\beta^2 = R^2 + \Omega^2$, $\widetilde{R} = R\exp(i\varphi)$, R — амплитуда, φ — начальная фаза радиоимпульса. При этом символу 1 соответствует фаза несущей $\varphi = 0$, а символу 0 — фаза $\varphi = \pi$.

Переходная матрица для всего фазоманипулированного импульса определяется путем перемножения матриц элементарных импульсов (6) с учетом алгоритма формирования M-последовательности в регистре сдвига и его начального состояния, принятого равным 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1 от входа к выходу. Результирующая длительность фазоманипулированного импульса равна $\tau_M = 127\tau$.

Второй тип используемых при возбуждении импульсов — дельтаобразные. Они представляют собой прямоугольные радиоимпульсы с амплитудой R_δ и начальной фазой φ_δ. Длительности такого импульса τ_δ удовлетворяют условию $\tau_\delta \ll (\Delta F_L)^{-1}$, где ΔF_L — ширина неоднородно уширенной линии. Эти импульсы имеют свойства, схожие со свойствами дельта-функции Дирака: они являются достаточно короткими импульсами, спектр которых примерно постоянен в полосе частот, обратно пропорциональной длительности импульса. Представляющие дальнейший интерес при моделировании возбуждения стимулированного эха элементы переходной матрицы для дельтаобразного импульса имеют вид

$$a_{13} = a_{23}^* = -i\sin\alpha\exp(i\varphi_\delta); \quad a_{32} = \frac{i}{2}\sin\alpha\exp(i\varphi_\delta),$$

$$\alpha = R_\delta\tau_\delta, \quad \widetilde{R}_\delta = R_\delta\exp(i\varphi_\delta). \tag{7}$$

Обычно для получения максимальной амплитуды стимулированного эха используют 90-градусные импульсы, для которых $\alpha = \pi/2$.

Пусть первый и второй импульсы возбуждения будут дельтаобразными. При этом $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$, $\varphi_{\delta 1} = 0$, а $\varphi_{\delta 2} = -\pi/2$. Третий импульс возбуждения является фазоманипулированным.

Объектом моделирования являются тонкие поликристаллические ферромагнитные пленки кобальта с резонансом ядер ^{59}Co [8–12]. Эти пленки имеют центральную частоту линии поглощения 217 MHz, а ее ширина составляет 10 MHz. Неоднородно уширенная линия поглощения $g(\Omega)$ моделируется гауссовской функцией с параметром $\sigma_g = 2\pi \cdot 10^7$ rad/s.

Длительность элементарного импульса M-последовательности равна $\tau = 0.1\,\mu$s, что соответствует равенству ширины спектра этого импульса $\Delta F = \tau^{-1}$ ширине неоднородно уширенной линии пленок кобальта. Длительность фазоманипулированного импульса при этом составляет $\tau_3 = 12.7\,\mu$s.

3. Комплексная огибающая стимулированного эха

На рис. 1 представлена нормированная к значению M_0 комплексная огибающая стимулированного эха для случая амплитуды фазоманипулированного импульса $R_3 = 10^5$ rad/s. Внутренняя временнáя диаграмма соответствует хронологии воздействия импульсов возбуждения. При выбранных параметрах фаз дельтаобразных импульсов комплексная огибающая стимулированного эха является действительной знакопеременной функцией. Изменение знака свидетельствует о фазовой манипуляции стимулированного эха. Его форма в этом режиме повторяет форму фазоманипулированного импульса возбуждения.

При малых уровнях импульсов возбуждения имеет место линейный режим, при котором представляющие интерес для изучения формы стимулированного эха элементы переходной матрицы имеют вид

$$a_{13}(\Omega) = a^*_{23}(\Omega) \approx -iS(\Omega)\exp\left(i\,\frac{\Omega\tau_M}{2}\right);$$

$$a_{32}(\Omega) \approx \frac{i}{2}S(\Omega)\exp\left(-i\,\frac{\Omega\tau_M}{2}\right), \qquad (8)$$

где $S(\Omega)$ — спектральная плотность комплексной огибающей импульса возбуждения.

В рассматриваемом случае фазоманипулированный импульс является третьим по счету и его влияние описывается коэффициентом $a^{(3)}_{13}(\Omega)$, пропорциональным спектральной плотности его комплексной огибающей.

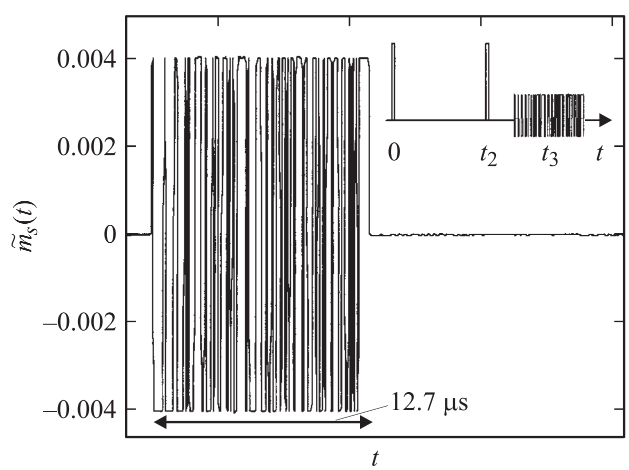

Рис. 1. Временнáя диаграмма импульсов возбуждения (на вставке) и комплексная огибающая стимулированного эха в линейном режиме.

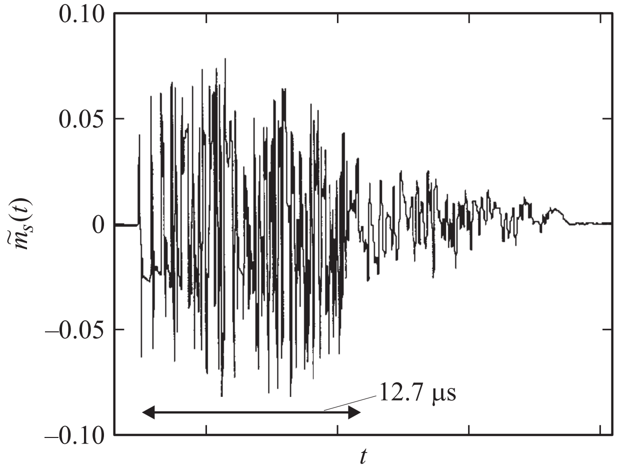

Рис. 2. Комплексная огибающая стимулированного эха в нелинейном режиме.

Отметим, что если в исходном алгоритме (рис. 1) поменять местами первый и третий импульсы возбуждения, то форма стимулированного эха станет зеркально отраженной, т.е. эхо инвертируется во времени. Это объясняется тем, что в этом случае влияние фазоманипулированного импульса описывается коэффициентом $a^{(1)}_{23}(\Omega)$, который пропорционален $S^*(\Omega)$. Отметим также, что если фазоманипулированный импульс поставить на место второго импульса, то описывающий его влияние коэффициент $a^{(2)}_{32}(\Omega)$ вновь будет пропорционален $S(\Omega)$ и эхо будет повторять форму фазоманипулированного импульса без инверсии во времени.

На рис. 2 исходный алгоритм возбуждения стимулированного эха представлен для случая $R_3 = 2\cdot 10^6$ rad/s. Этот режим является нелинейным относительно фазоманипулированного сигнала. Условия (8) перестают выполняться. Эхо уже отличается по форме от исходного фазоманипулированного сигнала, в частности его длительность становится в 2 раза большей. Отметим, что если поменять местами первый и третий импульсы возбуждения, то эхо, изображенное на рис. 2, инвертируется во времени. Если же поменять местами второй и третий импульсы, то форма эха в отличие от линейного режима изменится. Это объясняется тем, что в нелинейном режиме, в отличие от линейного, коэффициенты $a^{(3)}_{13}(\Omega)$ и $a^{(2)}_{32}(\Omega)$ могут существенно различаться.

Следующий алгоритм возбуждения моделирует возбуждение стимулированного эха двумя идентичными (регистр сдвига запускается из одного и того же начального состояния, оговоренного ранее) фазоманипулированными импульсами (импульсы 1 и 3) и дельтаобразным импульсом (импульс 2). Будем называть этот алгоритм Дельта 2, поскольку дельтаобразный импульс подается вторым по счету. Соответствующая временнáя диаграмма комплексных огибающих импульсов возбуждения и нормированная к значению M_0 комплексная огибающая стимулированного эха представлены на рис. 3. При этом амплитуды у фазоманипулированных импульсов

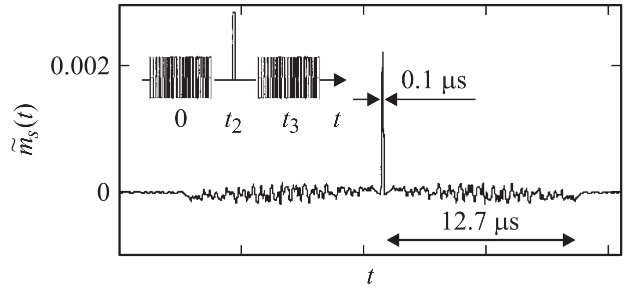

Рис. 3. Временна́я диаграмма импульсов возбуждения алгоритма Дельта 2 (на вставке) и комплексная огибающая стимулированного эха в линейном режиме.

$R_1 = R_3 = R = 10^5$ rad/s. Этот режим является линейным для указанных импульсов, и они запоминаются в виде неинвертированного во времени третьего импульса (как на рис. 1) и такого же, но инвертированного первого импульса. При этом произведению спектральных коэффициентов $a^{(1)}_{23}(\Omega)a^{(3)}_{13}(\Omega) \approx |S(\Omega)|^2$ во временно́й области соответствует стимулированное эхо в виде корреляционной функции фазоманипулированного 127-элементной M-последовательностью сигнала. Таким образом, отклик является симметричным, его суммарная длительность равна $25.4\,\mu$s, а длительность корреляционного пика равна 0.1μs, что соответствует длительности элементарного импульса τ. Максимум корреляционного пика формируется в момент времени $t_2 + t_3$.

Если поменять местами второй и третий импульсы возбуждения, то получим алгоритм Дельта 3, поскольку дельтаобразный импульс станет третьим по счету импульсом возбуждения. При $R_1 = R_2 = R = 10^5$ rad/s режим относительно фазоманипулированных импульсов остается линейным и эхо останется таким же, как в алгоритме Дельта 2.

При увеличении амплитуд фазоманипулированных импульсов в алгоритме Дельта 2 до значений, выходящих за границу линейного режима, комплексная огибающая стимулированного эха также представляет собой автокорреляционную функцию, но не исходного фазоманипулированного сигнала, а сигнала, нелинейно преобразованного спиновой системой. Это объясняется тем, что при $R_1 = R_3$ имеет место соотношение $a^{(3)}_{13}(\Omega) = [a^{(1)}_{23}(\Omega)]^*$. Так, при $R_1 = R_3 = R = 2 \cdot 10^6$ rad/s форма стимулированного эха будет определяться корреляционной функцией импульса, показанного на рис. 2.

При различных амплитудах двух фазоманипулированных импульсов стимулированное эхо будет совпадать по форме с функцией взаимной корреляции запомненных спиновой системой сигналов. Так, например, если $R_1 = 2 \cdot 10^6$ rad/s, а $R_3 = 10^5$ rad/s, то это будет функция взаимной корреляции сигналов, изображенных на рис. 2 и 1.

На рис. 4 представлена комплексная огибающая стимулированного эха для алгоритма Дельта 2 при $R_1 = 2 \cdot 10^6$ rad/s и $R_3 = 3 \cdot 10^6$ rad/s. Если поменять местами второй и третий импульсы возбуждения местами, то перейдем к алгоритму Дельта 3 при $R_1 = 2 \cdot 10^6$ rad/s и $R_2 = 3 \cdot 10^6$ rad/s. Форма стимулированного эха представлена на рис. 5. Как видно из графиков в нелинейном режиме, эта два алгоритма могут существенно различаться. Форма эха соответствует функции взаимной корреляции двух нелинейно преобразованных спиновой системой фазоманипулированных сигналов.

Различие этих алгоритмов в нелинейном режиме также хорошо прослеживается на амплитудных характеристиках зависимости амплитуды корреляционного пика стимулированного эха $m_k = \widetilde{m}_s(t_2 + t_3)$ от амплитуды фазоманипулированного импульса. На рис. 6 показа-

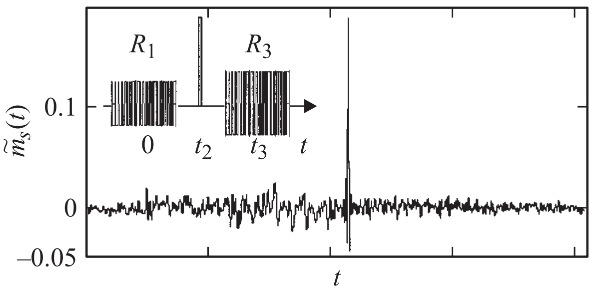

Рис. 4. Временна́я диаграмма импульсов возбуждения алгоритма Дельта 2 (на вставке) и комплексная огибающая стимулированного эха в нелинейном режиме.

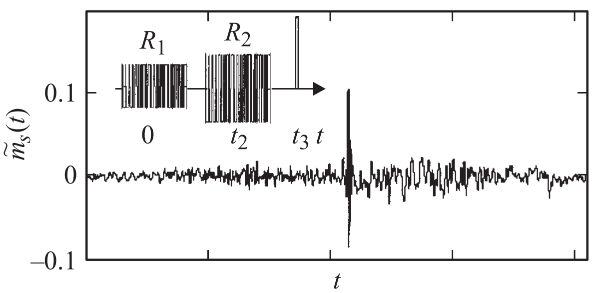

Рис. 5. Временна́я диаграмма импульсов возбуждения алгоритма Дельта 3 (на вставке) и комплексная огибающая стимулированного эха в нелинейном режиме.

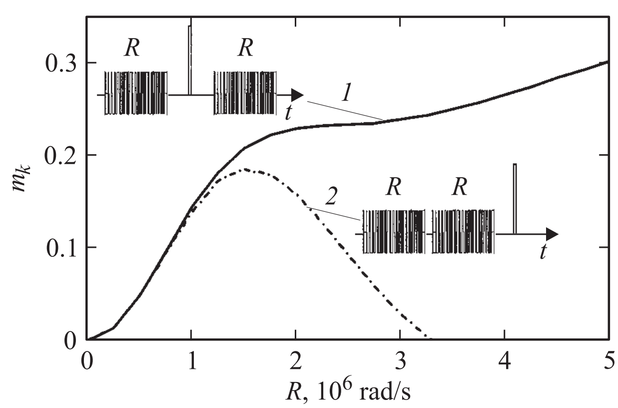

Рис. 6. Временны́е диаграммы импульсов возбуждения алгоритмов Дельта 2 (*1*) и Дельта 3 (*2*) и соответствующие амплитудные характеристики зависимости корреляционного пика комплексной огибающей стимулированного эха от амплитуды R псевдослучайных импульсов.

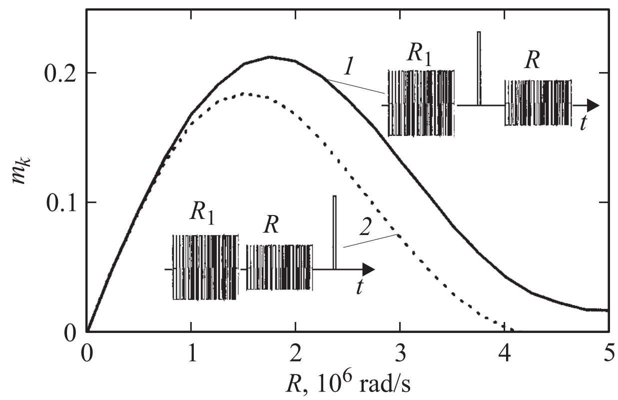

Рис. 7. Временны́е диаграммы импульсов возбуждения алгоритмов Дельта 2 (*1*) и Дельта 3 (*2*) и соответствующие амплитудные характеристики зависимости корреляционного пика комплексной огибающей стимулированного эха от амплитуды R псевдослучайных импульсов при амплитуде $R_1 = 1.5 \cdot 10^6$ rad/s.

ны амплитудные характеристики для алгоритма Дельта 3 при $R_1 = R_3 = R$ и для алгоритма Дельта 2 при $R_1 = R_2 = R$. Обе характеристики совпадают в линейном режиме при $R < 10^6$ rad/s. При больших значениях амплитуд импульсов R характеристики сильно различаются. В алгоритме Дельта 2 с ростом R амплитуда эха нарастает, затем стабилизируется, достигая значения 0.313. В алгоритме Дельта 3 амплитуда эха нарастает до максимального значения 0.19, а затем падает.

На рис. 7 представлены амплитудные характеристики зависимости амплитуды корреляционного пика стимулированного эха $m_k = \widetilde{m}_s(t_2 + t_3)$ от амплитуды $R_3 = R$ для алгоритма Дельта 2 и от амплитуды $R_2 = R$ для алгоритма Дельта 3 при фиксированной амплитуде первого импульса $R_1 = 1.5 \cdot 10^6$ rad/s. Характеристики также совпадают в линейном режиме при $R < 10^6$ rad/s. В нелинейной области характеристики различаются количественно, в качественном же отношении с ростом амплитуды R они обе по достижении максимума спадают.

4. Заключение

Полученные амплитудные характеристики для алгоритмов Дельта 2 и Дельта 3 можно сравнить с соответствующими амплитудными характеристиками, полученными при возбуждении белым гауссовским шумом [13,14]. В качественном отношении они близки. Несколько меньшие значения максимальных амплитуд эха в случае псевдослучайного возбуждения объясняются неравномерностью спектра фазоманипулированных импульсов в отличие от белого гауссовского шума.

Полученные значения амплитуды корреляционного пика для алгоритмов Дельта 2 и Дельта 3 можно сравнить с амплитудой стимулированного эха в классическом алгоритме возбуждения тремя идентичными дельтаобразными импульсами. При этом амплитуда стимулированного эха равна

$$A_\delta = (1/2)\sin^3\alpha \cdot M_0.$$

Максимальное значение амплитуды в этом случае достигается при $\alpha = \pi/2$ и равно $A_s = (1/2)M_0$, а ее нормированное к M_0 значение равно 0.5. Это больше, чем значения, полученные в предложенных алгоритмах. Однако далеко не всегда удается создать когерентные импульсы, параметры которых одновременно отвечают условиям: $\tau_\delta \ll (\Delta F_L)^{-1}$, $\alpha = \pi/2$. Для произвольного параметра α отношение амплитуд стимулированного эха в этих двух алгоритмах определяется выражением

$$\frac{m_k \cdot \sin\alpha}{0.5 \cdot (\sin\alpha)^3}.$$

В частности, при $\alpha = 0.1$ и $m_k \approx 0.2{-}0.3$ выигрыш по амплитуде составит примерно 50 раз (2500 раз по мощности). Особенно актуально это при возбуждении широкополосных спектров ЯМР. Так, при исследовании ЯМР ядер ^{59}Co в пленках сплава Fe–Ni-Co ширина линии может достигать 80 MHz при центральной частоте около 200 MHz [12].

Полученные результаты применимы также для моделирования стимулированного электронного спинового эха и фотонного эха, поскольку имеют одинаковую математическую модель [15].

Список литературы

[1] Р. Эрнст, Дж. Боденхаузен, А. Вокаун. ЯМР в одном и двух измерениях. Мир, М. (1990). 710 с.
[2] E. Bartholdi, A. Wokaun, R.R. Ernst. Chem. Phys. **18**, 57 (1976).
[3] W. Knight, R. Keiser. J. Magn. Reson. **48**, 293 (1982).
[4] R. Keiser. J. Magn. Reson. **15**, 44 (1974).
[5] J. Paff, B. Blumich. Phys. Rev. A **43**, *7*, 3640 (1991).
[6] Функциональные устройства обработки сигналов (основы теории и алгоритмы): Учебн. пособие для вузов / С.А. Баруздин, Ю.В. Егоров, Б.А. Калиникос, Н.Г. Ковшиков, Н.В. Кожусь, В.В. Матюшев, К.П. Наумов, Ю.Г. Смирнов, В.Н. Ушаков / Под ред. Ю.В. Егорова. Радио и связь, М. (1997). 287 с.
[7] Л.Е. Варакин. Системы связи с шумоподобными сигналами. Радио и связь, М. (1985). 384 с.
[8] В.Б. Устинов, С.П. Репников, Э.О. Сааков, В.А. Теряев. ФТТ **10**, *5*, 1589 (1968).
[9] Е.А. Туров, М.П. Петров. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. Наука, М. (1969). 260 с.
[10] В.О. Голуб, В.В. Котов, А.Н. Погорелый. ФТТ **40**, *6*, 1056 (1998).
[11] Е.Г. Апушкинский, В.В. Москалев. Вестн. ЛГУ. Физика. Химия *1*, 86 (1991).
[12] В.А. Игнатченко, В.И. Цифринович. Ядерные сигналы в магнитоупорядоченных средах. Наука, Новосибирск (1993). С. 125.
[13] С.А. Баруздин. Оптика и спектроскопия **91**, *2*, 276 (2001).
[14] С.А. Баруздин. Квантовая электроника **31**, *8*, 719 (2001).
[15] P. Bachmann, K. Sauer, G. Wallis. Fortschritte der Physik **20**, *3*, 148 (1972).