

01;03

## **Энергетическая эффективность вибрационного механизма ускорения массопереноса жидкости в каналах**

© Г.А. Ляхов, И.В. Шуган

Научный центр волновых исследований Института общей физики РАН,  
Москва  
E-mail: wrc@kapella.gpi.ru

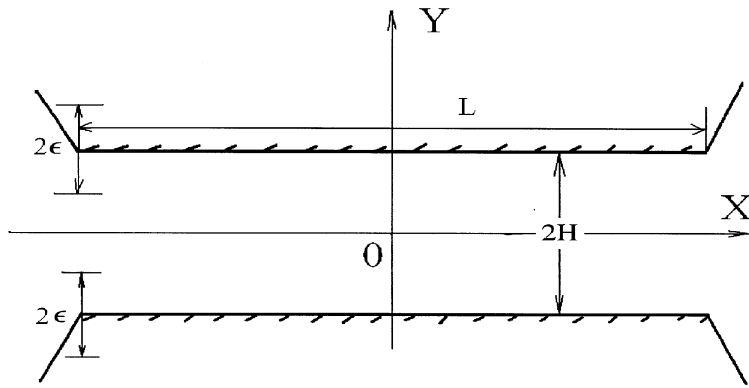
Поступило в Редакцию 6 ноября 2001 г.

Описан вибрационный способ ускорения массопереноса жидкости в канале с осциллирующими стенками. Однородные по длине канала поперечные колебания стенок приводят к существенному возрастанию массопереноса. Рассчитана энергетическая эффективность применения вибрационной технологии.

Проблема ускорения массопереноса в каналах актуальна во многих системах естественного происхождения, в физиологических циклах и биологических организмах, природных нефте- или водонасыщенных пористых средах [1]. В то же время контролируемые изменения структурных параметров системы, таких как геометрические параметры или внешний перепад давлений, сопряжены со значительными технологическими сложностями, а ряд технологий здесь вообще нереализуем. Один из радикальных методов ускорения массопереноса — вибрационный [2], основан на обеспечении поперечных колебаний стенок канала. Этот метод дает увеличение скорости жидкости и не требует перестройки самой среды. В природных или физиологических средах, в зависимости от установочной цели, он может оказаться единственным способом существенного увеличения пропускной способности каналов.

В [3] предложена модель течения вязкой жидкости в трубе с упругими стенками, совершающими гармонические колебания. Анализ волновых движений общего типа в двухфазной системе выделяет режим нераспространяющихся колебаний стенок трубы. Исследование проводилось в рамках предположения о малости  $\varepsilon$  амплитуд колебаний стенок  $\varepsilon/H_0 \ll 1$ , где  $H_0$  — невозмущенная полуширина канала.

Цель данной работы — существенное расширение области применимости модели [3] и расчет характеристик массопереноса для режимов



**Рис. 1.** Схема канала:  $L$  — длина,  $H$  — полуширина,  $\varepsilon$  — амплитуда колебаний стенок.

течения с глубокими модуляциями ширины канала  $\varepsilon/H_0 \sim O(1)$ , анализ энергетического баланса в такого рода течениях.

Рассмотрим плоский канал ширины  $2H$  и длины  $L$  (рис. 1), по которому перекачивается жидкость под действием перепада давлений  $\Delta P$ .

Осредненные по поперечному сечению канала уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости Навье–Стокса включают закон сохранения массы:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \int_{-H}^H U dY \right) + \frac{\partial}{\partial T} H = 0, \quad (1)$$

здесь  $U$  — компонента скорости жидкости вдоль оси  $X$ ,  $T$  — время; и закон сохранения импульса:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left( \int_{-H}^H U dY \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( \int_{-H}^H U^2 dY \right) = -\frac{H}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \left( \frac{\partial}{\partial Y} U \right) \Big|_{Y=H}, \quad (2)$$

здесь  $\nu, \rho$  — коэффициент кинематической вязкости и плотность жидкости,  $P$  — давление.

Стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости в канале с неподвижными стенками описывается решением Пуазейля:

$$U = -\frac{P_X}{2\nu\rho}(H^2 - Y^2), \quad V = 0, \quad (3)$$

$V$  — поперечная компонента скорости течения. Скорость массопереноса жидкости при этом равна:

$$Q_0 = \int_{-H}^H U dY = -\frac{H^3 \Delta P}{3\nu\rho L}. \quad (4)$$

Здесь  $\Delta P$  — внешний перепад давлений на входе и выходе канала.

Исследование нестационарной задачи, при которой стенки канала совершают симметричные относительно горизонтальной оси вертикальные колебания с амплитудой  $\varepsilon$  и частотой  $\omega$ :

$$H = H_0 + \varepsilon \sin(\omega T), \quad (5)$$

проводим на основе осредненных уравнений движений (1), (2) при аппроксимации мгновенного распределения скорости по поперечному сечению в форме (3). Распределение давления  $P$  по длине трубы рассчитывается с использованием естественного граничного условия на торцах трубы:  $\Delta P = P(X = L/2) - P(X = -L/2)$ . Расчет показывает, что осредненная по времени скорость массопереноса жидкости  $Q_1$  максимальна при малых числах Рейнольдса  $Re = H_0^2 \omega / \nu \leq 1$  [4] и возрастает с увеличением амплитуды колебаний стенок канала по закону:

$$Q_1 = Q_0 \left\{ 1 + \frac{3}{2} (\varepsilon / H_0)^2 \right\}. \quad (6)$$

Наибольшее увеличение дает режим полного периодического „выдавливания“ жидкости  $\varepsilon = H_0$ . Скорость массопереноса при этом увеличивается для заданного перепада давлений  $\Delta P$  в 2.5 раза.

С другой стороны, в ряде случаев возможно увеличение массопереноса при изменении перепада давления или геометрических характеристик системы. Ускорение массопереноса жидкости в канале с помощью увеличения перепада давления на концах трубы приводит

к дополнительному расходу энергии, балансирующему работу  $A$  вязких сил при течении жидкости:

$$A = \left( - \int_{-H}^H P U dY \right)_{X=L/2} + \left( \int_{-H}^H P U dY \right)_{X=-L/2} = \mu \int_{-L/2}^{L/2} dX \int_{-H}^H U_Y^2 dY. \quad (7)$$

Здесь  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости жидкости. При увеличении массопереноса от величины  $Q_0$  до значения  $Q_1$  за счет увеличения  $\Delta P$  дополнительные затраты энергии  $\Delta A$  равны

$$\Delta A = \frac{3\mu L}{H^3} (Q_1^2 - Q_0^2). \quad (8)$$

Оценка осредненного по времени расхода энергии  $A_V$  при вибрационном механизме массопереноса дает

$$A_V = \left( - \int_{-H}^H P U dY \right)_{X=L/2} + \left( \int_{-H}^H P U dY \right)_{X=-L/2} + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dT \int_{-L/2}^{L/2} H_T P dX. \quad (9)$$

Ускорение массопереноса при использовании вибрационной технологии вынуждает следующий дополнительный расход энергии:

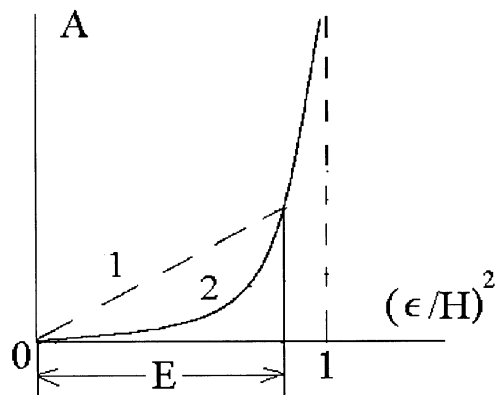
$$\Delta A_V = \frac{3\mu L}{H^3} Q_1 Q_0 + \frac{\mu}{4} \left( \frac{L}{H} \right)^3 \varepsilon^2 \omega^2 \frac{1}{(1 - (\varepsilon/H)^2)^{3/2}}. \quad (10)$$

Ключевым для оценки эффективности является сравнение энергозатрат при вибрационном способе ускорения массопереноса с дополнительным расходом энергии при увеличении перепада давления. Эффективность применения вибрационной технологии определяется, во-первых, пороговым значением безразмерного параметра  $\alpha$ :

$$\alpha = 18 \left( \frac{Q_0}{H_0 L \omega} \right)^2 > 1. \quad (11)$$

Во-вторых, существует ограничение на величину относительной амплитуды  $\varepsilon/H_0$ , при которой обеспечивается энергетическое преимущество вибрационного метода:

$$\alpha \left( 1 + \frac{3}{2} (\varepsilon/H_0)^2 \right) > \frac{1}{\{1 - (\varepsilon/H_0)^2\}^{3/2}}. \quad (12)$$



**Рис. 2.** Соотношение энергзатрат  $A$  при увеличении перепада давлений и вибрации боковых стенок трубы. Представлены расходы энергии при возрастании давления (кривая 1) и вибрации (кривая 2). Интервал  $E$  — область эффективного применения вибрационного метода.

Зависимость энергзатрат от относительной амплитуды колебаний стенок канала, а также область эффективной применимости вибрационного метода показаны на рис. 2.

Таким образом, применение вибрационной технологии для ускорения массопереноса энергетически выгодно при достаточно быстрых режимах прокачки  $Q_0$ , превосходящих эталонную величину  $LH \omega$  расхода массы жидкости невозмущенного объема канала в единицу времени.

## Список литературы

- [1] *Jaffrin M.Y., Shapiro A.H.* // Ann. Rev. Fluid Mech. 1971. V. 3. P. 63–75.
- [2] *Longuet-Higgins M.S.* // J. Fluid Mech. 1983. V. 137. P. 393–407.
- [3] *Shugan I.* // Physics of vibrations. 1999. V. 7. N 2. P. 107–117.
- [4] *Shugan I., Smirnov N.* // Physics of vibrations. 2001. V. 9. N 2. P. 83–90.