

01;04;09

Численное исследование подкритического микроволнового разряда в газе высокого давления

© О.И. Воскобойникова, С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, К.В. Ходатаев

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
125047 Москва, Россия
e-mail: ginz@kiam.ru

(Поступило в Редакцию 19 июня 2001 г. В окончательной редакции 21 января 2002 г.)

Подкритический микроволновый стримерный разряд исследован с помощью двумерной модели, учитывающей газодинамические процессы в приближении идеального газа, самосогласованное электромагнитное поле в волновом приближении в минимально необходимые кинетические процессы (ионизация, прилипание, рекомбинация, диффузия, электропроводность). Начальные условия имитируют инициацию разряда с помощью малой каверны с пониженной плотностью газа и произвольно малой степенью ионизации. Подтверждена возможность описания стримерного разряда без учета ионизирующего жесткого излучения из канала стримера.

Введение

Явление пробоя с последующим развитием газоразрядного процесса давно является предметом исследования традиционной физики в связи с широким спектром приложений. Каждый частотный диапазон электромагнитных полей (от постоянного до лазерного) обладает определенным своеобразием развития газоразрядного процесса. Особенно ярко это своеобразие проявляется в диапазоне длин волн электромагнитного излучения от миллиметров до дециметров. Развитие техники генерирования мощных микроволновых колебаний позволило создавать в фокусе излучения области с весьма высокой плотностью потока энергии. Пробой и газовый разряд искрового типа был получен в фокусе пучка излучения в сантиметровом диапазоне при среднем давлении (вплоть до 0.3 атмосферного) [1,2], а в микроволновом открытом резонаторе при высоком давлении (до нескольких атмосфер) [3].

Разряд в фокусе пучка излучения представляет собой запутанную сеть очень тонких плазменных нитей, заполняющую область фокуса и распространяющуюся в сторону источника [1,4]. Этот объект весьма сложен для подробного изучения в силу отмеченных особенностей пространственного распределения. Напротив, разряд в фокусе резонатора возникает в виде уединенного регулярного образования. Это тонкая яркая нить, вытянутая вдоль вектора электрического поля, с длиной, близкой в полудлине волны излучения [5]. Геометрическая простота такого объекта открывает некоторые возможности изучения деталей физики явления.

Поскольку микроволновый разряд обладает способностью развиваться в области с допробойным значением невозмущенного поля, было сформулировано представление о ведущей роли стримерного механизма в этом процессе. В работе [6] и в нескольких последующих была сделана попытка построить элементарную модель высокочастотного стримера в надкритическом поле в квази-

стационарном (не волновом) приближении. Поскольку развитие стримера в этом случае происходит весьма быстро по сравнению с газодинамическими процессами, последние можно было не учитывать, описывая начальную стадию. Однако развитие разряда в подкритическом поле происходит одновременно с газодинамическими процессами, обуславливающими необходимое падение плотности газа в канале стримера [7]. Теоретически это было продемонстрировано впервые в работе [8] на сравнительно простой численной модели, учитывающей сопоставимость длины развивающегося стримера с длиной волны излучения и падение плотности газа в результате нагрева. При этом было показано, что прохождение электродинамического резонанса (равенство длины стримера полудлине волны излучения) сопровождается резонансным поглощением энергии поля. В [8] было показано также, что для описания распространения стримера нет необходимости привлекать ионизирующее ультрафиолетовое излучение плазмы канала, как это традиционно практикуется [1]. Достаточно учесть электронную диффузию, которая в области малых значений электронной концентрации является свободной. Перед головкой стримера, где амплитуда поля превышает невозмущенное значение и пробойную величину, электронная концентрация быстро убывает с удалением от головки и становится настолько малой, что эффект амбиполярности становится несущественным, так что скорость роста стримера определяется суммарной частотой ионизации в электрическом поле и прилипания и коэффициентом свободной электронной диффузии [9]. Проведенное исследование подтверждает это положение.

Работа по построению более адекватной теоретической модели встретила со значительными трудностями. Конечно, модель должна включать процессы электронного баланса — ионизацию электронным ударом, рекомбинацию, прилипание, электронную диффузию и др. Поскольку разработанная модель предназна-

чена для описания искровых стримерных разрядов в микроволновом поле, которые наблюдаются при плотности газа выше приблизительно 0.1 нормальной плотности, частота транспортных столкновений электронов v_{tr} превышает круговую частоту поля ω . Электрическая проводимость частично ионизованного газа σ в этих условиях является столкновительной и определяется частотой транспортных столкновений v_{tr} и электронной концентрацией n_e . Связь плотности тока с электрическим полем определяется простым законом Ома

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (1)$$

Протекание сверхвысокочастотного электрического тока по плазме вызывает быстрый нагрев с последующими бурными газодинамическими событиями. Коэффициенты ионизации и диссоциации при этом предполагаются малыми, что дает возможность использовать модель идеального газа с показателем адиабаты γ .

Развитие плазменного образования, обладающего электропроводностью, сильно искажает первоначальное распределение электромагнитного поля, что и обуславливает проявление стримерного эффекта. Решение самосогласованной электродинамической задачи приходится искать в волновом приближении, поскольку длина развитого стримера сопоставима с длиной волны. Так как в реальных экспериментах первичное поле задается монохроматическим источником, а характерное время процесса много больше периода колебаний поля, что для решения этой задачи естественно привлечь уравнение Гельмгольца с условием Зоммерфельда на удаленной границе.

Математическая модель

Развитие стримерного разряда в микроволновом поле описывается системой уравнений, состоящей из уравнений газовой динамики идеального газа,

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n V_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n V_\beta}{\partial t} + \nabla p / M + \frac{\partial n V_\beta V_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \quad p = (\gamma - 1) M n \varepsilon, \quad (3)$$

$$\frac{\partial n w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} V_\alpha (p / M + n w) = q \sigma |E|^2, \quad w = \varepsilon + \frac{V^2}{2}, \quad (4)$$

уравнения ионизационного баланса для электронной концентрации n_e

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(n_e V_\alpha - D_{ef}(n, |E|, n_e) \frac{\partial n_e}{\partial x_\alpha} \right) \\ = n_e [v_i(n, |E|) - v_a(n, |E|) - \beta_r n_e] \end{aligned} \quad (5)$$

($\alpha, \beta = 1, 2, 3$) и уравнения Гельмгольца для амплитуды микроволнового поля \mathbf{E}

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k^2 \left(1 + i \cdot \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E} = 0, \\ \sigma = \frac{n_e e^2}{m v_{tr}}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad i = \sqrt{-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь n — концентрация газа, V — скорость, p — давление, ε — внутренняя энергия единицы массы газа, M — средняя масса молекул, γ — показатель адиабаты, v_i и v_a — частоты ионизации и прилипания, β_r — коэффициент рекомбинации, n_e — электронная концентрация, σ — электрическая проводимость, E — комплексная амплитуда микроволнового поля, D_{ef} — коэффициент свободной диффузии электронов, переходящий в области плазмы с высокой концентрацией электронов в коэффициент амбиполярной диффузии [9], m и e — масса и заряд электрона.

В качестве единиц измерения концентрации газа $[n]$ и давления $[p]$ примем значения для невозмущенного разрядом состояния, а для скорости — $[V] = \{[p]/[n]\}^{1/2}$. Поскольку стример в своем развитии достигает длины, сравнимой с длиной волны излучения, удобно в качестве единицы пространства выбрать $[x] = 1/k$, а для проводимости $[\sigma] = \omega/4\pi$. Тогда единица времени $[t] = [x]/[V]$ и единица концентрации $[n_e] = [\sigma m v_{tr}/e^2]$. В качестве единицы электрического поля целесообразно взять его критическое значение для невозмущенного состояния газа, $[E] = E_{cr}$ (критическое значение определяется условием $v_i([n], [E]) - v_a([n], [E]) = 0$).

В безразмерных переменных система уравнений (2)–(6) принимает вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial n v_\beta}{\partial t} + \nabla p + \frac{\partial n v_\beta v_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \quad p = (\gamma - 1) n \varepsilon, \quad (8)$$

$$\frac{\partial n w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} v_\alpha (p + n w) = q \sigma |E|^2, \quad w = \varepsilon + \frac{v^2}{2}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(n_e v_\alpha - D(n, E, n_e) \frac{\partial n_e}{\partial x_\alpha} \right) \\ = n_e [n F(n, |E|) - f n_e], \end{aligned} \quad (10)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - (1 + i \cdot \sigma) \mathbf{E} = 0, \quad \sigma = \frac{n_e}{n}, \quad (11)$$

где

$$q = [\sigma] \cdot [E]^2 \cdot [t]/[p],$$

$$f = \beta_r [n_e] [t],$$

$$F(n, |E|) = F_0 [\exp(b(1 - n/|E|)) - A(n, |E|)], \quad (12)$$

$$F_0 = v_a([n], [E]) \cdot [t], \quad (13)$$

$$A(n, |E|) = \frac{v_a(n, |E|)}{v_a([n], [E])}, \quad (14)$$

$$D(n, E, n_e) = \frac{D_0}{n} \left(\frac{F^2(n, |E|)}{F^2(n, |E|) + \left(\frac{n_e}{n}\right)^2} + \sqrt{\frac{m}{M}} \right),$$

$$D_0 = D_{\text{ef}}([n], [E], 0) \cdot [t] \cdot k^2. \quad (15)$$

Зависимость (12) аппроксимирует экспериментальные данные по ионизации и прилипанию (см., например, [10]). Функция $A(n, |E|)$, моделирующая диссоциативное прилипание, имеет слабо выраженный максимум, равный единице в точке ($n = 1, |E| = 1$). В зависимости (15) модельно учтен переход на фронте ионизации от свободной электронной диффузии к амбиполярной [9]. Существенным элементом в рассматриваемой модели (7)–(15) является функция $n \cdot F(n, |E|)$, безразмерная суммарная частота ионизации и прилипания. Отметим, что она положительна при $n < E$ и имеет максимум в районе $n = |E|/b$.

Уравнения (7)–(11) решались в цилиндрических координатах (r, z) в предположении азимутальной симметрии ($\partial/\partial\varphi = 0$) и симметрии относительно плоскости $z = 0$. Область расчета: $0 < r < R, 0 < z < Z$ с очевидными условиями симметрии на осях. Размеры области R и Z выбирались достаточно большими, чтобы газодинамические возмущения за время счета границ не достигали. Уравнение Гельмгольца (11) решалось с асимптотикой Зоммерфельда на бесконечности

$$\mathbf{E} \sim \mathbf{E}^{\text{ext}} + \mathbf{C}(r/|r|) \exp(i|r|)/|r|. \quad (16)$$

Используемый алгоритм решения уравнения Гельмгольца (11) применительно к дифракции на тонком объекте описан в работе [11].

Численный эксперимент проводился для типичных условий лабораторных экспериментов, описанных в работах [2–5]. Они соответствуют комнатной температуре, давлению воздуха 152 Торг и длине волны излучения 8.9 см. При этом единицы измерения и константы принимают значения

$$[r, z] = 1.42 \text{ cm}, \quad [n] = 4.8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3},$$

$$[p] = 2 \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^3, \quad [V] = 2.88 \cdot 10^4 \text{ cm/s}, \quad [t] = 49 \mu\text{s},$$

$$[E] = 20 \text{ CGSE (6 kV/cm)}, \quad F_0 = 800, \quad f = 25,$$

$$D_0 = 0.16, \quad q = 166, \quad \gamma = 1.4, \quad b = 5.3.$$

Начальные условия требуют отдельного обсуждения.

При исследовании разряда в надкритическом поле в качестве начальных данных естественно использовать неподвижную однородную среду с $n = 1, v = 0, w = 1, \sigma = 0$. Внешнее поле задается в виде стоячей волны с отличной от нуля амплитудой осевой компоненты $E^{\text{ext}} = E_0 \cdot J_0(r)$ — функцией Бесселя нулевого порядка. Если $E^{\text{ext}} > 1$, т.е. $|E| > n$, то для возникновения разряда достаточно создать в произвольно малой области произвольно малую ионизацию. Везде $n \cdot F > 0$ и препятствий для лавинной ионизации и последующего

развития разряда нет. Здесь мы рассмотрим противоположную ситуацию (случай подкритического разряда), когда $E_0 < 1$. В этом случае $|E| < n, n \cdot F < 0$ и на начальной стадии концентрация электронов должна уменьшаться. Вообще говоря, процесс не затухнет, поскольку имеющийся источник нагрева $q\sigma|E|^2$ создаст избыточное давление, выталкивающее газ из центральной области. Падение концентрации газа здесь может оказаться значительным и привести к тому, что она станет меньше $|E|$, т.е. F станет положительным и количество электронов начнет расти. Чем больше начальная концентрация электронов, чем быстрее наступит перелом. Однако при малой начальной концентрации электронов в локальной области это время столь большое, что лавина ионизации практически не реализуется. Поэтому для инициации подкритического разряда необходимо либо локальное увеличение электрического поля до надкритического значения с помощью привнесенного металлического предмета (инициатора), либо создание каверны с пониженной концентрацией газа (например, с помощью лазерного пробоя), на дне которой удовлетворяется условие пробоя $n < E_0$.

Именно этот способ инициации будем иметь в виду, принимая в качестве начального условия наличие каверны (разреженной полости в окрестности начала координат). Время существования малой концентрации газа в каверне ограничено обычной теплопроводностью и может быть достаточно большим. В то же время рекомбинация быстро снижает уровень электронной концентрации до малой величины. Поэтому электронная концентрация в каверне в начальный момент принимается малой.

Условие нарастания процесса ионизации эквивалентно условию неустойчивости нулевого решения уравнения (10). Грубая оценка, использующая решение этого уравнения при постоянных D и $n \cdot F$, дает неравенство

$$D < n \cdot F \cdot L^2, \quad (17)$$

где L — характерный размер области с $F > 0$. Это известное условие пробоя [10].

Если (17) в пределах области с пониженной плотностью выполнено, а σ мало, то на начальном этапе кроме наработки электронов ничего происходить не будет. Движения газа нет, поле не возмущено. И то и другое появляется с ростом проводимости.

В описанном ниже варианте расчета начальные данные удовлетворяют условию (17): амплитуда внешнего поля в два раза меньше критического значения, $E_0 = 0.5$, в каверне в пределах $r, z < 10^{-2}$ концентрация газа $n < 0.5$ и проводимость $\sigma \sim 10^{-10}$.

Результаты расчетов

Описание результатов начнем с интегральной характеристики полного числа электронов $S = \iint n_e 2\pi r dr dz$. Его поведение во времени представлено на рис. 1.

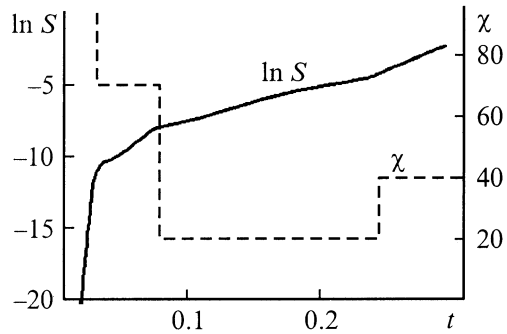


Рис. 1. Зависимость от времени логарифма полного числа электронов и инкремента роста полного числа электронов ($[t] = 49 \mu\text{s}$).

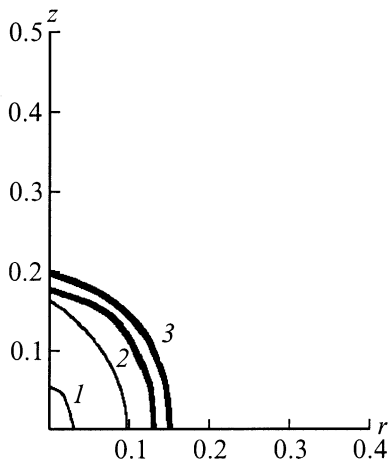


Рис. 2. Линии уровня концентрации газа при $t = 0.15$. n : 1 — 0.07, 2 — 0.2, 3 — 1.5 ($[r, z] = 1.42 \text{ cm}$, $[n] = 4.8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$).

Линейность $\ln[S(t)]$ означает экспоненциальный рост $S(t)$ с характеристическим показателем (инкрементом) $\chi = d(\ln S)/dt$. Последний также изображен на рис. 1, и по его значениям весь интервал расчета четко делится на четыре этапа.

Первый этап: $0 < t < 0.02$. Здесь $\chi = 1000$ (на рисунке не уместился). Происходит описанное выше первоначальное накопление электронов. Заметных изменений начального состояния газа нет.

Второй этап: $0.02 < t < 0.07$, в некотором смысле переходный. Начинается нагрев, разлет газа и формируется ударная волна. Характеристический показатель резко падает до $\chi = 70$.

Третий этап довольно продолжительный: $0.07 < t < 0.23$. Сформировались фронт ионизации, волна разрежения, ударная волна. Наличие ударной волны тормозит процесс, снижая показатель χ до 20. Типичное распределение значений концентрации газа и поля соответственно на этом этапе демонстрируют рис. 2, 3. Распределение концентрации, представленное

линиями уровня $n = 0.07$, $n = 0.2$ и $n = 1.5$ двумя утолщенными линиями, ограничивающими сжатый слой газа, еще сохраняет свой первоначальный эллипсоидально-симметричный вид.

Распределение поля, представленное на рис. 3 линиями уровня $|E| = 0.5$ и $|E| = 1$, существенно иное. На оси возник максимум $|E| = 1.5$. Его влияние на процесс сводится к медленному вытягиванию проводящего облака вдоль оси z .

На рис. 4 даны профили концентрации и поля вдоль оси z на два момента $t = 0.1$ и $t = 0.2$. Можно сказать, что n „подстраивается“ к $|E|$ снизу, выводя значение параметра $|E|/n$ к единице, а частоту ионизации $n \cdot F$ — к нулю. Отметим также, что к моменту $t = 0.2$ возмущение поля обгоняет ударную волну.

Последовательные положения сжатого ($n > 1.3$) слоя газа на интервале времени от $t = 0.19$ до $t = 0.27$ изображены на рис. 5. Он демонстрирует динамику перехода

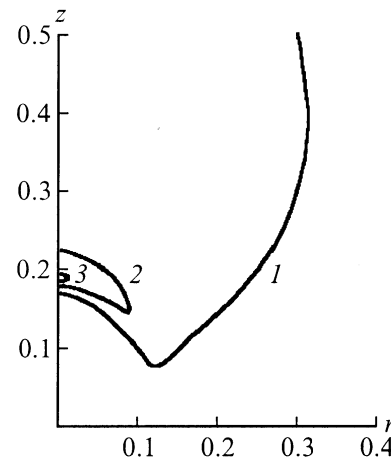


Рис. 3. Линии уровня амплитуды поля при $t = 0.15$. $|E|$: 1 — 0.5, 2 — 1, 3 — 1.5, $[r, z] = 1.42 \text{ cm}$, $[E] = 20 \text{ CGSE}$, $[t] = 49 \mu\text{s}$; значения $[r, z]$ и $[t]$ относятся и к рис. 4–8.

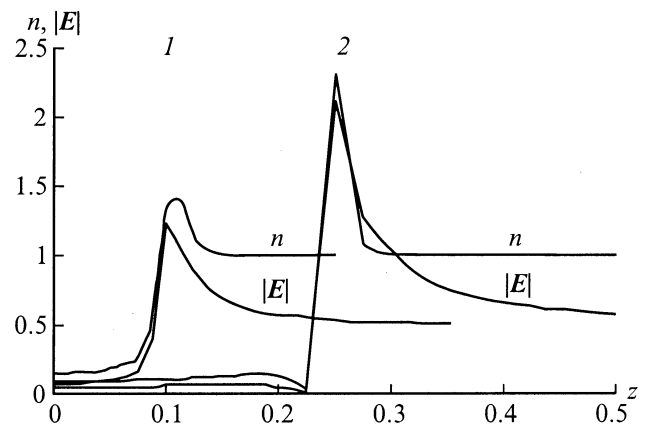


Рис. 4. Профили концентрации газа и амплитуда поля вдоль оси z ($r = 0$) при $t = 0.1$ (1) и $t = 0.2$ (2) $[n] = 4.8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $[E] = 20 \text{ CGSE}$.

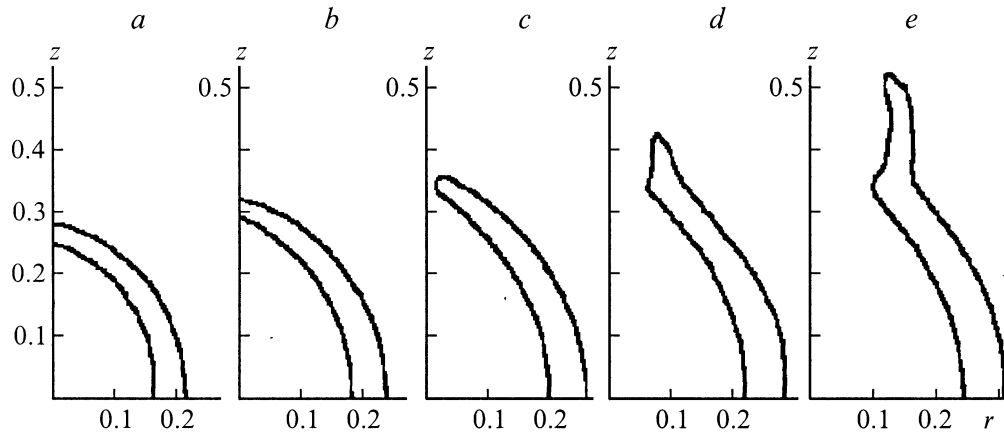


Рис. 5. Динамика сжатого слоя газа ($n > 1.3$) на интервале $t = 0.19-0.27$. t : $a - 0.19$, $b - 0.21$, $c - 0.23$, $d - 0.25$, $e - 0.27$. $[n] = 4.8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

к четвертому этапу процесса, который начинается при $t = 0.23$ прорывом в районе оси z сжатого в ударной волне слоя и перестройкой всей конфигурации. Фронт ионизации (линии уровня $\sigma = 1$) на том же интервале времени резко ускоряется (рис. 6).

Представление о распределении тока через сечения $z = \text{const}$ дает рис. 7. На нем для двух моментов времени изображены значения действительной и мнимой компонент тока (z) = $\int \sigma \cdot E_z 2\pi r dr$. Первые положительные, вторые почти везде отрицательны. Поведение этих компонент во времени для сечения $z = 0$ представлено на рис. 8. Там же показана траектория фронта ионизации ($\sigma = 1$) вдоль оси $z - Z(t)$. Резкое изменение характера процесса в момент $t = 0.23$ видно и здесь. Скорость распространения фронта возрастает на порядок от 1 до 10.

Собственно только на этом этапе можно говорить, что инициация произошла и пробой состоялся. На рис. 1 и 8, изображающих поведение во времени полного числа электронов $S(t)$ и компонент тока $I_z(z, t)$ в сечении $z = 0$, также хорошо видна интенсификация процесса после пробоя. В частности, инкремент χ на последнем интервале времени резко возрастает до 40.

По мере приближения полной длины стримера к резонансу все события ускоряются, наведенный ток стремительно возрастает, что должно привести в дальнейшем к взрыву стримера в результате быстрого нагрева. Однако эта стадия выходит за рамки данного исследования.

Заключение

Используемая здесь математическая модель учитывает по минимуму все необходимые факторы и, подтверждая полученные ранее результаты, существенно дополняет представления о разряде в подкритическом поле, в том числе и качественные.

Проведенное исследование позволяет сделать некоторые выводы.

Подтверждена стримерная природа микроволнового разряда в газах сравнительно высокого давления и его способность развиваться в поле, меньшем пробойного (критического).

Подтверждено, что развитие стримерного подкритического разряда может быть описано без привлечения ионизирующего жесткого излучения из канала как необходимого фактора.

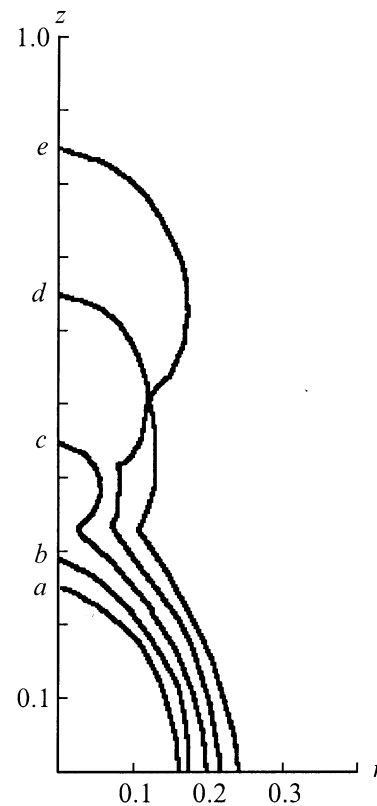


Рис. 6. Положение фронта ионизации ($\sigma = 1$) на интервале $t = 0.19-0.27$. Значения t , что и на рис. 5. $[\sigma] = \omega/4\pi$.

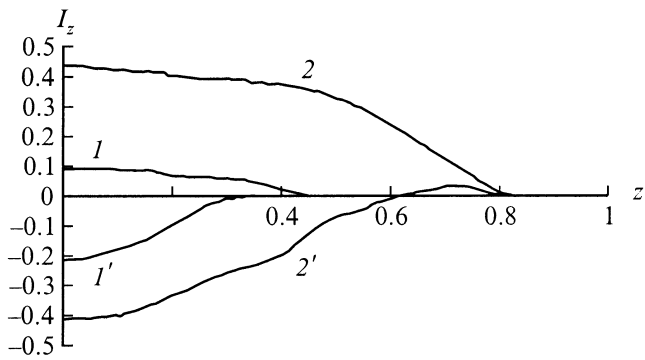


Рис. 7. Распределение амплитуды тока $I_z(z) = j\sigma \cdot E_z 2\pi r dr$ при $t = 0.23$ (I — действительная, I' — мнимая часть) и при $t = 0.27$ (2 — действительная, $2'$ — мнимая часть). $[\sigma] = \omega/4\pi$, $[E] = 20$ CGSE.

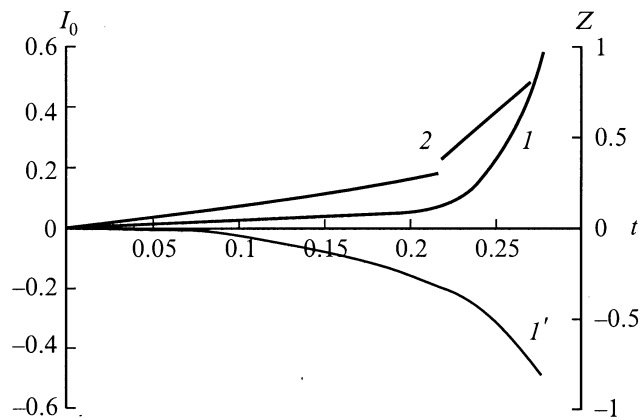


Рис. 8. Зависимость от времени амплитуды тока (I — действительная, I' — мнимая часть) $I_z(x, t)$ через сечение $z = 0$ и траектории фронта ионизации $Z(t)$ (2). $[\sigma] = \omega/4\pi$, $[E] = 20$ CGSE.

Показано, что для инициации разряда в докритическом поле достаточно создать каверну плотности с радиусом, не меньшем некоторого. На дне каверны должен выполняться положительный баланс для электронов в невозмущенном поле.

Плечи стримера развиваются в основном за счет увеличения поля на концах стримера и только позднее — за счет нагрева канала. Горячая область стримера заметно короче проводящих плечей.

Сферическая ударная волна, зарождающаяся на начальной стадии, по мере роста плеч превращается в цилиндрическую. Перед головкой стримера ударной волны нет.

Список литературы

- [1] Батанов Г.М., Грицинин С.И., Косый И.А. и др. // Тр. ФИАН. 1985. Т. 160. С. 174–203.
- [2] Грачев Л.П., Есаков И.И., Мишин Г.И., Никитин М.Ю., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 2. С. 389–391.
- [3] Грачев Л.П., Есаков И.И., Мишин Г.И., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 2. С. 26–37.
- [4] Грачев Л.П., Есаков И.И., Мишин Г.И., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 7. С. 32–45.
- [5] Грачев Л.П., Есаков И.И., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 4. С. 33–36.
- [6] Гильденбург В.Б., Гуцин И.С., Двинин С.А., Ким А.В. // ЖТФ. 1990. Т. 97. Вып. 4. С. 1151–1158.
- [7] Ходатаев К.В. // Хим. физика. 1993. Т. 12. Вып. 3. С. 303–315.
- [8] Khodataev K.V. Physics of Super Undercritical Streamer Discharge in UHF Electromagnetic Wave. Proc. XXIII ICPIG. Contributed papers. IV-24. Toulouse, 1997.
- [9] Ходатаев К.В., Горелик Б.Р. // Физика плазмы. 1997. Т. 23. № 23. С. 236–245.
- [10] Мак-Доналд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. М.: Мир, 1969. 205 с.
- [11] Воскобойникова О.И. М.: Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1997. № 38. 16 с.