Журнал технической физики, 2002, том 72, вып. 5

06;07;12

Динамика импульса в световоде с линейной межмодовой связью и дисперсией керровской нелинейности

© И.О. Золотовский, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет,
432970 Ульяновск, Россия

(Поступило в Редакцию 14 июня 2001 г.)

Исследуется влияние дисперсии керровской нелинейности на длительность и скорость максимума огибающей волнового пакета, распространяющегося в волоконном световоде и формируемого двумя связанными однонаправленными волнами. Значительно бо́льшая величина дисперсии нелинейности для таких систем по сравнению с „одноволновыми“ системами позволяет существенно снизить энергетический порог коллапса волнового пакета, а также делает возможным реализовать „сверхсветовой“ режим распространения максимума огибающей импульса в неусиливающей среде.

Введение

Среди проблем нелинейной волоконной оптики, интенсивно обсуждаемых в последнее время, особое место занимают вопросы, связанные с исследованием распределенно-связанных волн, что обусловлено широкими перспективами практического их использования. Обычно подобного рода образования возникают в туннельно-связанных, анизотропных либо периодических волоконных световодах (ВС) [1,2]. Данное обстоятельство делает актуальным анализ динамики распространения коротких импульсов по таким световодам с учетом различных нелинейных эффектов [3–6]. Их проявление в световодах, обеспечивающих сильную линейную связь, может быть более разнообразным и заметным, чем в одномодовых, за счет существенного вклада межмодового взаимодействия и фазовой кроссмодуляции в эффективные дисперсию и нелинейность. В [7] показано, что в одномодовом световоде с дисперсией нелинейности при достижении вводимой в световод плотности энергии критической величины W_c возможен коллапс импульса, когда его длительность стремится к нулю. Сильная зависимость эффективных параметров рассматриваемых двухмодовых световодов от типа их возбуждения создает предпосылки для существенного снижения энергетического порога оптического импульса. В настоящей работе на основе метода парциальных импульсов и вариационного подхода, успешно применявшихся для анализа особенностей распространения коротких импульсов в нелинейных волоконных световодах [5–9], исследуется динамика волнового пакета, состоящего из двух однонаправленных, сильно взаимодействующих волн, распространяющихся в среде с керровской нелинейностью. Особое внимание уделяется влиянию дисперсии нелинейности на длительность волнового пакета и значение максимума скорости, его огибающей. Указано на возможность достижения сверхсветовых скоростей для импульсов, распространяющихся в подобного рода системах.

Общие соотношения

Система уравнений для временны́х огибающих двух связанных волн, формирующих волновой пакет, в координатах бегущего времени $\tau = t - z/u$, где u — групповая скорость волнового пакета, с учетом межмодовой расстройки групповых скоростей, нелинейных эффектов фазовой само- и кроссмодуляции и дисперсии нелинейности имеет следующий вид:

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} + \frac{(-1)^j}{v}\frac{\partial A_j}{\partial \tau} - i\,\frac{d_j}{2}\,\frac{\partial^2 A_j}{\partial \tau^2}$$
$$= -i\sigma A_{3-j} - iR\left(\gamma_c|A_j|^2 + \gamma_k|A_{3-j}|^2\right)A_j$$
$$-\frac{2R}{\omega_0}\frac{\partial}{\partial \tau}\left[\left(\gamma_c|A_j|^2 + \gamma_k|A_{3-j}|^2\right)A_j\right]; \quad j = 1,\ 2. \quad (1)$$

Здесь $v^{-1} = (u_1 - u_2)/2u^2$, где $u_j = (\partial\beta_j/\partial\omega)^{-1}_{\omega_0}$ — групповая скорость j-й моды, $d_j = (\partial^2\beta_j/\partial\omega^2)_{\omega_0}$ — дисперсия групповых скоростей для j-й моды, $2u = u_1 + u_2$, R — параметр нелинейности световода, ω_0 — несущая частота волнового пакета, σ — коэффициент межмодовой связи, γ_c и γ_k параметры фазовой само- и кроссмодуляции [3]. Уравнения (1) должны решаться совместно с начальными условиями для временны́х огибающих мод A_j, общий вид которых представляется соотношением $A_2(\tau, 0) = \psi A_1(\tau, 0)$, где параметр ψ определяет тип возбуждения волокна. При $\psi = \pm 1$ имеет место симметричное и антисимметричное его возбуждение. Решение системы (1) в приближении сильного межмодового взаимодействия может быть представлено в виде суммы двух парциальных импульсов (ПИ).

$$A_j = (-1)^{j+1}a_1(\tau, z)\exp(i|\sigma|z) + a_2(\tau, z)exp(-i|\sigma|z), \quad (2)$$

где a_f — медленно меняющиеся с координатой z амплитуды, для которых верны следующие начальные условия:

$$a_f(\tau; 0) = 0.5[A_1(\tau; 0) + (-1)^f A_2(\tau; 0)]; \quad f = 1, 2. \quad (3)$$

Подставляя (2) в (1), получаем систему уравнений для амплитуд ПИ

$$\frac{\partial a_f}{\partial z} - i\,\frac{D_f}{2}\,\frac{\partial^2 a_f}{\partial \tau^2} + iR(\gamma_k+\gamma_c)\left(|a_f|^2 + s|a_{3-f}|^2\right)a_f$$

$$+\chi_1\,\frac{\partial}{\partial \tau}\left(|a_f|^2 + s|a_{3-f}|^2\right)a_f$$

$$+(-1)^f\chi_2 a_f\,\frac{\partial}{\partial \tau}\left(|a_f|^2 + |a_{3-f}|^2\right) = 0, \qquad (4)$$

где $D_f = (d_1+d_2)/2 + (-1)^f/v^2|\sigma|$ — эффективная дисперсия парциального импульса, $s = 2\gamma_c/(\gamma_k+\gamma_c)$, $\chi_1 = 2R(\gamma_k+\gamma_c)/\omega_0$, $\chi_2 = R(\gamma_k+\gamma_c)/2v|\sigma|$.

Если начальные условия возбуждения световода соответствуют симметричному или антисимметричному типу, амплитуда одного из ПИ равна нулю, а именно $a_1 = 0$ при симметричном возбуждении и $a_2 = 0$ — при антисимметричном [9]. При этом общая система двух уравнений для ПИ может быть сведена к одному уравнению следующего вида:

$$\frac{\partial a_f}{\partial z} - i\,\frac{D_f}{2}\,\frac{\partial^2 a_f}{\partial \tau^2} + iR(\gamma_k+\gamma_c)|a_f|^2 a_f$$

$$+\chi_f\,\frac{\partial}{\partial \tau}\left(|a_f|^2 a_f\right) + \rho_f|a_f|^2\frac{\partial a_f}{\partial \tau} = 0, \qquad (5)$$

где $\delta_f = \chi_1 + (-1)^f\chi_2$, $\rho_f = (-1)^{f+1}\chi_2$.

Решение этого уравнения проведем, используя вариационный метод. Его основой является построение пробного решения с зависимыми от координаты z параметрами, для нахождения которых, следуя вариационной процедуре, строится система соответствующих уравнений. В качестве пробного решения уравнения (5) выберем функцию, широко используемую в литературе для описания солитоноподобных импульсов,

$$\tilde{a}_f = G_f\,\mathrm{sech}(\theta_f/\tau_f)\exp[i(\varphi_f + g_f\theta_f + \alpha_f\theta_f^2)], \qquad (6)$$

где введены зависящие от координаты z следующие параметры: G_f — амплитуда; φ_f — фаза; g_f — поправка к фазовой скорости импульса; α_f — скорость частотной модуляции (чирп); τ_f — длительность импульса; $\theta_f = \tau - T_{cf}$, где параметр T_{cf} определяет изменение групповой скорости импульса. Для приведенных параметров, фактически и определяющих динамику импульса, следуя формализму, детально излагавшемуся в [6,7], можно получить следующую систему уравнений:

$$\frac{d(G_f^2\tau_f)}{dz} = 0, \qquad \frac{d\tau_f}{dz} = 2D_f\alpha_f\tau_f, \qquad (7.1),\ (7.2)$$

$$\frac{dg_f}{dz} = \frac{4}{3}\,\delta_f\alpha_f G_f^2, \qquad (7.3)$$

$$\frac{dT_c}{dz} = D_f g + (\delta_f + \rho_f/3)G_f^2, \qquad (7.4)$$

$$\frac{\pi^2}{2}\,\frac{d\alpha}{dz} = D_f\left(\frac{1}{\tau_F^4} - \pi^2\alpha_f^2\right)$$

$$+\left((\delta_f+\rho_f)g_f R(\gamma_k+\gamma_c)\right)\frac{G_f^2}{\tau_f^2}. \qquad (7.5)$$

В соответствии с (3) и (7.1) получаем $2G_f^2\tau_f = W_0$, где W_0 — энергия импульса на входе в волокно. Для рассматриваемых нами случаев симметричного или антисимметричного возбуждения световода $W_0 = 2|A_{j0}|^2\tau_0$, где τ_0 — длительность импульса при $z = 0$. Решая первые три уравнения системы (7), получаем

$$g_f = g_0 - \delta_f W_0/3D_f\tau_f. \qquad (8)$$

Исключая из (7.3) и (7.5) переменные α_f и g_f и учитывая (8), получаем уравнение для длительности импульса τ_f

$$\frac{d^2\tau_f}{dz^2} - p\tau_f^{-2} - q\tau_f^{-3} = 0, \qquad (9)$$

где введены следующие обозначения:

$$p = \frac{2D_f W_0}{\pi^2}\left(g_0(\delta_f+\rho_f) + R(\gamma_k+\gamma_c)\right),$$

$$q = \frac{4}{\pi^2}\left(D_f^2 - \frac{1}{6}(\delta_f+\rho_f)\delta_f W_0^2\right).$$

Из записи первого интеграла этого уравнения

$$\left(\frac{d\tau_f}{dz}\right)^2 = f_0 + 2p\tau_f^{-1} - q\tau_f^2, \qquad (10)$$

$f_0 = 4D_f^2\tau_0^2\alpha^2(0) + 2p/\tau_0 + q/\tau_0^2$, $\alpha_0 = \alpha(0)$ видно, что решаемая задача сводится к хорошо известному уравнению в задаче Кеплера [10]. Согласно общей теории, характер его решений существенным образом зависит от знака входящих в него констант. Так, параметр f_0 определяет знак „полной энергии“ частицы в поле „силового центра“, характер которого определяется знаком параметра p. В задаче Кеплера параметр q определяет вклад в кинетическую энергию частицы азимутального движения и поэтому всегда положителен. Выбор соответствующих знаков указанных констант определяет возможность финитного или инфинитного движения, что для импульса в световоде означает конечную длительность (квазисолитонный режим) или уширение его до бесконечности при $z \to \infty$.

Решения и их анализ

Проанализируем более детально решения уравнения (10), определяющие зависимость длительности импульса τ_f от пройденного им расстояния при $q > 0$ и $p < 0$, когда возможно сжатие импульса.

1) $f_0 < 0$. В этом случае (10) описывает финитное движение или импульс с периодически меняющейся длительностью, который может считаться квазисолитоном (в строгом смысле подобное волновое образование не является солитоном, поскольку исходная система уравнений (1) не является интегрируемой). Решая (10), для длительности импульса получаем

$$\tau_p = k(1 - e\cos\xi), \qquad (11)$$

где параметр ξ связан с пройденным расстоянием соотношением

$$z = b(\xi - e\sin\xi) + C. \qquad (12)$$

Здесь введены обозначения: $k = |p/f_0|$, $b = |p||f_0|^{-3/2}$, $e = \left(1 - 16\pi^2|f_0|/R^2(\gamma_c + \gamma_k)^2 W_0^2\right)^{1/2}$. Константа интегрирования в (12) определяется из начальных условий и равна $C = b(e\sin\xi_0 - \xi_0)$, а переменная ξ меняется от ξ_0 до ∞, где

$$\xi_0 \equiv \xi(0) = \arccos\left((k - \tau_0)/de\right). \qquad (13)$$

В рассматриваемом случае параметр $e < 1$ и длительность импульса по мере его распространения изменяются в пределах $\tau_{\min} \le \tau_f \le \tau_{\max}$. Минимальная длительность импульса $\tau_{\min} = k(1 - e)$ отвечает значениям $\xi = 2m\pi$ и пройденным по волокну расстояниям $z_{\min} = 2m\pi b + C$, максимальная длительность $\tau_{\max} = k(1 + e)$ имеет место при $\xi = (2m + 1)\pi$ в точках $z_{\max} = (2m + 1)\pi b + C$. Если $D_f\alpha(0) < 0$, то $d\tau_f/dz > 0$ и импульс первоначально сжимается до минимальной длительности, после чего наступает фаза уширения. Если же $D_f\alpha(0) > 0$, то $d\tau_f/dz > 0$ и импульс первоначально уширяется до значения $\tau_{\max}$, после чего наступает фаза сжатия импульса. Длина волокна, на которой длительность импульса меняется от максимального до минимального значения, может считаться длиной компрессии для рассматриваемого случая, равной $L_k = \pi b$.

2) $f_0 > 0$. В этом случае $e > 1$ и уравнение (10) описывает инфинитное движение, т. е. импульс, длительность которого $\tau \to \infty$ при $z \to \infty$. В зависимости от знака величины $D_f\alpha_0$ возможны оба сценария. Если указанная величина положительна, то импульс непрерывно уширяется, начиная с момента его ввода в волокно. Если же $D_f\alpha_0 < 0$, импульс первоначально сжимается, после чего наступает фаза его уширения. В обоих случаях длительность импульса связана с пройденным расстоянием соотношениями

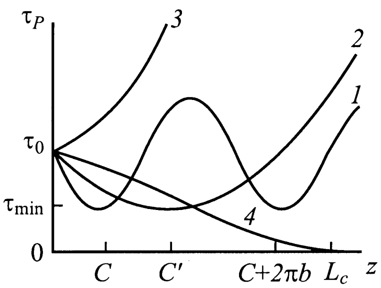
$$\tau_p = |k|(e\,\mathrm{ch}\,\xi - 1), \quad z = b(e\,\mathrm{sh}\,\xi - \xi) + C', \qquad (14)$$

$C' = b(\xi_0 - e\,\mathrm{sh}\,\xi_0)$, $\xi_0 = \ln(\varphi \pm \sqrt{\varphi^2 - 1})$, $\varphi = (|k| + \tau_0)/|k|e$, где знаки $\pm$ относятся к соответствующим знакам величины $D_f\alpha_0$.

Минимальная длительность импульса и длина компрессии (при $D_f\alpha_0 < 0$) определяются выражениями

$$\tau_{min} = |k|(e - 1), \ I_k = \left[e\sqrt{\varphi^2 - 1} - \ln\left(\varphi - \sqrt{\varphi^2 - 1}\right)\right]. \qquad (15)$$

3) $q \le 0$. Анализ показывает, что динамика импульса также зависит от знака параметра q, который зависит от энергии вводимого в световод излучения W_0 и может стать отрицательным. В этом случае при $f_0 < 0$ и $p < 0$ уравнение, аналогичное (10) в задаче Кеплера, описывает падение частицы на тяготеющий центр. Для импульса в световоде это означает, что его длительность в указанной ситуации стремится к нулю, т. е. происходит коллапс импульса. В соответствии с (9) и (10) возможность коллапса реализуется только при симметричном ($f = 2$, $a_2 \ne 0$) возбуждении световода, тогда как при антисимметричном возбуждении параметр $q > 0$. Значение вводимой в ВС энергии, выше которого происходит коллапс волнового пакета ($W_0 \ge W_c$), определяется соотношением



Характерные зависимости длительности импульса от пройденного по световоду расстояния.

$$W_c = |D_f|\sqrt{6/\chi_1(\chi_1 + \chi_2)}.$$

Длина световода, на которой происходит коллапс, определяется соотношением $L_c = F(0) - F()\tau_0$, где

$$F(\tau) = \frac{1}{f_0}\left[\sqrt{f_0\tau^2 + 2p\tau - q} + \frac{1}{\sqrt{-f_0}}\arcsin\frac{f_0\tau + p}{2(p^2 + f_0 q)}\right] \qquad (16)$$

и параметры p, q и f_0 — отрицательные.

На рисунке приведены характерные зависимости длительности импульса от пройденного по световоду расстояния, соответствующие рассмотренным трем различным режимам трансформации импульса. Кривая *1* соответствует „колебательному“ режиму распространения импульса в световоде, имеющему место при $f_0 < 0$, кривая *2* — расширяющемуся режиму при $f_0 > 0$ и $D_f\alpha_0 > 0$, кривая *3* — начальному режиму компрессии при $f_0 > 0$ и $D_f\alpha_0 < 0$ и кривая *4* соответствует режиму оптического коллапса $f_0 < 0$, $p < 0$.

Следует особо отметить, что в широком диапазоне значений параметров импульса и среды имеет место соотношение $w_0/v|\sigma| \gg 1$, из которого следует, что $\chi_2/\chi_1 \gg 1$. Так, для вводимого в волокно импульса длительностью $\tau_0 \cong 1\,\mathrm{ps}$, интенсивностью $a_{f0}^2 \cong 10^{10}\,\mathrm{W/cm^2}$, несущей частоты $w_0 = 10^{15}\,\mathrm{s^{-1}}$ и параметров $v^{-1} = 6 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{s/m}$, $\sigma = 4.5\,\mathrm{m^{-1}}$, $R(\gamma_c + \gamma_k) = 1.5 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W^{-1} \cdot m^{-1}}$ имеем $\chi_1 = 3 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{s \cdot m/W}$ и $\chi_2 = 10^{-27}\,\mathrm{s \cdot m/W}$, т. е. $\chi_2/\chi_1 \cong 30$. Это делает возможным реализацию оптического коллапса для системы связанных волн при энергиях вводимого излучения, много меньших, чем для одноволнового случая. При этом сильная зависимость эффективной дисперсии D_f от параметров волокна и вводимого излучения позволяет в еще большей степени снизить „энергетический порог" достижения оптического коллапса за счет уменьшения значения D_f, доводя его до значения $W_c \cong 1\,\mathrm{J/m^2}$, тогда как для „классического" одноволнового случая энергия коллапса, скорее всего, не может быть меньше значения $W_c \cong 10-50\,\mathrm{J/m^2}$.

Скорость максимума огибающей

Важной особенностью рассматриваемых систем, качественно изменяющей их свойства по сравнению с одноволновыми системами, является способность параметров δ_f и ρ_f принимать отрицательные значения в зависимости от условий возбуждения. В качестве наиболее интересного следствия отрицательности указанных параметров следует выделить возможность достижения „сверхсветовых" скоростей в подобного рода системах. Обратимся к выражению для пробного решения (6), согласно которому скорость максимума огибающей волнового пакета u_m связана с групповой скоростью u соотношением

$$u_m = \frac{u}{1 + uT_c/z}, \qquad (17)$$

где зависимость параметра T_c от координаты z задается уравнением (7.4).

Из (17) следует, что при выполнении условия $T_c < 0$ имеет место $u_m > u$. Исследуем условия образования "сверхсветовой" волны на примере квазимонохроматической волны, т. е. импульса большой длительности, для которого $\tau_0 \geq 10^{-9}\,\mathrm{s}$. В силу большой дисперсионной длины ($L_D = \tau_0^2/|d| \geq 10^7\,\mathrm{m}$) для рассматриваемых длин световода длительность и интенсивность импульса можно считать величиной практически постоянной, т. е. $G_f^2 \cong a_{f0}^2$. При этом $\tau_f(z) \cong \tau_0$, $g(z) \cong 0$ и уравнение (7.4) может быть приведено к виду

$$\frac{dT_c}{dz} = \left(\chi_1 + \frac{2}{3}(-1)^f \chi_2\right) a_{f0}^2. \qquad (18)$$

Интегрируя это уравнение и полагая $T_c(0) = 0$, получаем выражение для $T_c(z)$, с учетом которого выражение для скорости максимума огибающей импульса приобретает вид

$$u_m = \frac{u}{1 + (\chi_1 + (-1)^f 2\chi_2/3) u a_{f0}^2}. \qquad (19)$$

Из (19) следует принципиальная возможность достижения сверхсветовой скорости максимумом огибающей волнового пакета в случае антисимметричного возбуждения световода (при $f = 1$), когда $3\chi_1 - 2\chi_2 < 0$. Эффекты подобного рода подробно описаны в [11] и объясняются перераспределением энергии внутри волнового пакета за счет большей скорости максимума огибающей импульса относительно скорости его „центра масс". Указанное поведение импульса связывалось, однако исключительно с усиливающими свойствами среды, которые для волоконных световодов могут приводить к существенным изменениям параметров импульса (длительность, пиковая интенсивность, фаза и т. д.) [12,13]. Следует заметить, что приведенное выше решение также справедливо для рассмотренного ранее случая возникновения солитоноподобного импульса при $f_0 < 0$, когда на некоторой длине световода $z \gg L_D$ выполняются условия $\tau_f \cong \mathrm{const}$ и $G_f^2 \cong \mathrm{const}$.

Следует подчеркнуть, что значительно бóльшие значения параметров, характеризующих дисперсию нелинейности в случае систем с сильной межволновой связью (когда $|\delta_f/\chi_1| \cong 10-100$) по сравнению с „классическим" одноволновым случаем, указывают на принципиальную необходимость учета этих параметров при рассмотрении систем с сильной межмодовой связью. Так, представляется исключительно важным учет дисперсии нелинейности при моделировании получивших в последнее время широкое применение туннельно-связанных оптических волноводов.

Список литературы

[1] *Майер А.А.* // УФН. 1995. Т. 165. № 9. С. 1037–1075.

[2] *Васильев С.А., Дианов Е.М., Курков А.С.* и др. // Квантовая электрон. 1997. Т. 24. № 10. С. 151–154.

[3] *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. С. 312.

[4] *Абдуллаев Ф.Х., Абрамов Р.М., Гончаров В.И., Дарманян С.А.* // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 9. С. 101–109.

[5] *Выслоух В.А., Геворкян Л.П.* // Изв. АН СССР. Сер. физич. 1991. Т. 35. № 2. С. 323–328.

[6] *Malomed B.A., Skinner P.L., Chu P.L., Peng G.D.* // Phys. Rev. E. 1966. Vol. 53. N 4. P. 4084–4091.

[7] *Маймистов А.И.* // Квантовая электрон. 1994. Т. 21. № 4. С. 358–364. Там же. 1995. Т. 22. № 9. С. 936–940.

[8] *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* // Квантовая электрон. 1999. Т. 27. № 3. С. 273–277.

[9] *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* // Опт. и спектр. 2000. Т. 88. № 4. С. 620–623. Там же. 2000. Т. 89. № 5. С. 806–809.

[10] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.*: Наука, 1988. С. 51.

[11] *Ораевский А.Н.* // УФН. 1998. Т. 168. № 12. С. 1311–1321.

[12] *Ораевский А.Н., Бенди Д.К.* // Квантовая электрон. 1994. Т. 21. № 4. С. 355–357.

[13] *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 10. С. 57–60.