

01;03

Влияние летучести на термофоретическое движение высоковязкой сферы в бинарной газовой смеси с учетом термодиффузионных и стефановских эффектов

© С.Н. Дьяконов,¹ Л.В. Котлярова,¹ Ю.И. Яламов²¹ Орловский государственный университет,
302015 Орел, Россия² Московский педагогический университет,
107005 Москва, Россия
e-mail: UA3ECF@ORYOL.ORG

(Поступило в Редакцию 23 марта 2001 г. В окончательной редакции 12 июля 2001 г.)

Изучается прямое влияние коэффициента испарения вещества крупной аэрозольной частицы на скорость ее термофоретического переноса с учетом термодиффузии компонентов бинарной газовой смеси и стефановских эффектов. Результаты данной работы по сравнению с полученными ранее имеют более широкие границы применения. Традиционные теории термофореза летучей капли высоковязкой жидкости обобщаются на случаи слабого и умеренно сильного испарения в диффузионном режиме.

Введение

В настоящее время особенности динамики одиночных частиц в вязких неоднородных по температуре и концентрации газообразных средах изучены достаточно полно. Обширные библиографии проведенных исследований приведены в книгах [1,2]. При этом выводы традиционных теорий для летучей частицы совпадают с результатами для нелетучей частицы в предельном случае, когда исчезает влияние неравномерного испарения вещества конденсированной фазы на реактивную часть импульса, действующего на тело. Однако с физической точки зрения такой подход носит формальный характер, так как не указывает на отсутствие летучести. Поэтому представляет интерес оценка относительного вклада прямого влияния скорости испарения вещества аэрозольной частицы на явление термодиффузиофореза.

Постановка задачи

В неорганическую, неподвижную, неоднородно нагретую с постоянным градиентом температуры A_T бинарную газовую смесь помещается летучая высоковязкая сферическая частица с коэффициентом испарения α (на поверхности с радиусом кривизны R имеет место фазовый переход одного из компонентов смеси газов). Молекулы конденсированной фазы испаряются или конденсируются при числах Маха, много меньших единицы, и образуют первую (летучую) компоненту газовой смеси. Для газовых молекул второго (несущего) компонента граничная поверхность непроницаема.

Тепловое скольжение газа вдоль межфазной поверхности вызывает относительное движение частицы в газобразной среде. Режим направленного равномерного переноса со скольжением характеризуется в лабораторной системе координат термофоретической скоростью U_T .

Высоковязкая сфера испытывает действие термодиффузиофоретической и реактивной сил (F_{TF} , F_{DF} , F_α), которые стремится скомпенсировать сила F_v вязкого сопротивления окружающей среды. Искомая скорость U_T достигается, если исчезает результирующая сила.

Задача решается в сферической системе координат (r, Θ, φ) . Начало жестко связано с геометрическим центром сферы $r = R$, а ось (Oz) направлена вдоль вектора $A_T = (\nabla T)_\infty$. В этой системе отсчета центр масс внешней среды имеет скорость $U = -U_T$.

Бинарная газовая смесь считается несжимаемой, вязкой, изотропной и сплошной — число Кнудсена является достаточно малым

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{R} \ll 1; \quad \lambda = \max(\lambda_1, \lambda_2),$$

где λ_i — средняя длина свободного пробега газовых молекул i -сорта.

Относительные изменения температуры и концентрации предполагаются малыми. Коэффициенты молекулярного переноса считаются постоянными при невозмущенных значениях температуры T_0 , относительной концентрации C_0 летучего компонента смеси газов и давления p_0 . Невозмущенные параметры наблюдаются в месте нахождения геометрического центра частицы при ее отсутствии (величина C_0 определяется через численные концентрации n_{10} и n_{20} газовых молекул первого и второго сорта). Теоретическая модель опускает изменения параметра T_0 с течением времени и пренебрегает перепадами температуры, которые обусловлены выделением тепла, связанным с диссипацией энергии путем внутреннего трения. Тепловые источники внутри и в окрестности аэрозольной частицы отсутствуют.

Динамика высоковязкой капли происходит при малых числах Рейнольдса — в уравнениях движения и тепло-массопереноса опущены нелинейные члены. Внешние

массовые силы не действуют. Циркуляция вещества внутри капли и силы межфазного поверхностного натяжения не рассматриваются. При термофорезе "твердая" летучая аэрозольная частица сохраняет свою шарообразную форму.

Пусть времена гидродинамической и концентрационно-тепловой релаксации малы по сравнению с характерным временем переноса сферы. Тогда состояние газообразной среды описывается в рамках гидродинамического анализа в квазистационарном приближении — векторное поле скоростей $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, распределения давлений $p(\mathbf{r})$ и относительной концентрации $C(\mathbf{r})$ летучего компонента в бинарной смеси газов, скалярные поля температур $T(\mathbf{r})$, $T'(\mathbf{r})$ вне и внутри частицы считаются как установившиеся в любой момент времени и удовлетворяют осесимметричным уравнениям Стокса, неразрывности и Лапласа

$$\eta_0 \cdot \Delta \mathbf{v} = \nabla \rho, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0,$$

$$\Delta C = 0, \quad \Delta T = 0, \quad \Delta T' = 0.$$

На бесконечности и граничной поверхности справедливы условия

$$r \rightarrow \infty: \quad \mathbf{v} = U \mathbf{i}_z, \quad T = T_0 + A_T \cdot z, \quad C = C_0,$$

$$r = R: \quad n_1 \cdot v_r - \frac{(n_1 + n_2)^2 m_2}{\rho} D \{ \nabla_r C + K_{TD} \nabla_r (\ln T) \} = \alpha v (n_1 + n_2) \{ C_s(T') - C \},$$

$$n_2 \cdot v_r + \frac{(n_1 + n_2)^2 m_1}{\rho} D \{ \nabla_r C + K_{TD} \nabla_r (\ln T) \} = 0,$$

$$v_\theta = K'_{TSL} \nabla_\theta T + K'_{DSL} \nabla_\theta C, \quad T = T',$$

$$-\kappa_0 \nabla_r T + \kappa'_0 \nabla_r T' = -L m_1 \alpha v (n_1 + n_2) \{ C_s(T') - C \},$$

$$E_z = 0,$$

$$\rho = m_1 n_1 + m_2 n_2,$$

$$C = \frac{n_1}{n_1 + n_2}, \quad C_s(T') = \frac{n_{1s}(T')}{n_1 + n_2}, \quad v = \left(\frac{kT}{2\pi m_1} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\eta_0 = \eta(T_0, C_0, p_0), \quad \kappa_0 = \kappa(T_0, C_0, p_0),$$

$$\kappa'_0 = \kappa'(T_0, p_0),$$

где (n_1, n_2) — численные концентрации газовых молекул первого и второго сорта с массами (m_1, m_2) ; D — коэффициент взаимной диффузии компонентов смеси; L — удельная теплота испарения жидкости; (κ, κ') — коэффициент удельной теплопроводности газовой среды и конденсированной фазы; k — постоянная Больцмана; величина с индексом s характеризует насыщенный пар летучего вещества.

Указанные выше условия имеют следующий физический смысл. На бесконечности осесимметричный поток внешней среды однороден в пространстве и имеет скорость \mathbf{U} в направлении положительных значений оси $(0z)$, а поля температуры $T(\mathbf{r})$ и относительной

концентрации $C(\mathbf{r})$ летучего компонента смеси газов невозмущены.

Нормальный поток первого компонента на фазовой границе представляется как нормальный поток пара летучего вещества, который отводится с поверхности через слой Кнудсена и пропорционален коэффициенту испарения α . Поверхность частицы непроницаема для несущей компоненты.

Касательная составляющая скорости внешней среды равна сумме скоростей теплового и диффузионного скольжений, которые пропорциональны локальным тангенциальным градиентам $\nabla_\theta T$ и $\nabla_\theta C$ соответственно, а коэффициенты пропорциональности

$$K'_{TSL} = K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0}, \quad K'_{DSL} = K_{DSL} D$$

определяется математическими методами кинетической теории газов.

В силу малости числа Кнудсена изотермическое скольжение со скоростью порядка 0 ($\text{Kn}U$) не учитывается [1,3]. Температура и нормальный поток тепла с учетом фазового перехода непрерывны.

Результирующая сила \mathbf{F} , действующая на летучую каплю со стороны набегающего потока внешней среды, равна нулю.

На фазовой границе раздела сред нормальный поток массы

$$\alpha v (n_1 + n_2) m_1 \{ C_s(T') - C \}$$

летучего компонента газовой смеси и разность нормальных потоков тепла вне и внутри капель противоположны по знаку.

В левых частях первого и второго граничных соотношений термодиффузионная сила пренебрегает бародиффузионным слагаемым и опускает член с силами, так как они не действуют на газовые молекулы. Выражение для правой части первого равенства получено на основе простых статистических соображений, когда коэффициент испарения совпадает с коэффициентом конденсации пара.

Пусть в слое Кнудсена с толщиной $l \sim \lambda$ имеет место максвелловское распределение газовых молекул, а величина v обозначает четвертую часть средней абсолютной тепловой скорости молекул пара летучего вещества. Полагаем, что обмен молекулами пара в слое Кнудсена происходит беспрепятственно, как в вакууме. Тогда скорость испарения вещества с единицы площади поверхности равна $\alpha v (T') (n_1 + n_2) C_s(T')$. Так как уравнение диффузии справедливо лишь вне слоя Кнудсена, то скорость конденсации пара в единице площади поверхности равна $\alpha v (T) (n_1 + n_2) C$, где C — относительная концентрация молекул пара на расстоянии l от частицы. На поверхности с малой кривизной $T = T'$, $v = v(T) = v(T')$ и наблюдается такая скорость испарения вещества

$$\alpha v (n_1 + n_2) \{ C_s(T') - C(T) \}.$$

Она совпадает с правой частью первого граничного условия, если толщина слоя Кнудсена формально стремится к нулю ($\text{Kn} \rightarrow 0$). Нормальный поток пара летучего компонента, который отводится с поверхности, имеет указанный вид при учете прямого влияния летучести на диффузиофорез одиночных крупных сферических капель высоковязкой жидкости [4].

Парциальное давление p_{1s} и численная концентрация n_{1s} насыщенных паров летучего вещества незаряженной частицы зависят от абсолютной температуры T' и радиуса кривизны граничной поверхности ($\text{Kn} \ll 1$). Пусть состояние насыщенного пара находится далеко от критического и соответствует приближению идеального газа, а давление насыщенных паров практически не отличается от давления у плоской поверхности. Тогда для динамического равновесия конденсированной и газообразной фазы летучего чистого вещества приближенный интеграл уравнения Клайперона–Клаузиуса запишется в виде

$$p_{1s}(T') = p_{1s}(T_\omega) \exp \left\{ \frac{L\mu}{R_g T_\omega} \frac{T' - T_\omega}{T} \right\},$$

$$p_{1s}(T') = n_{1s}(T') k T'.$$

Здесь T_ω — средняя температура на поверхности летучей сферы (определяется из решения задачи), R_g — универсальная газовая постоянная, μ — молярная масса конденсированной фазы. Температурная зависимость

$$C_s(T') = C_s(T_\omega) \frac{T_\omega}{T'} \exp \left\{ \frac{L\mu}{R_g T_\omega} \left(1 - \frac{T_\omega}{T'} \right) \right\}$$

разлагается в ряд Тейлора по степеням $(T' - T_\omega)$. При относительно малой неизотермичности аэрозольной частицы в разложении удерживаются первые два члена и оценка температурного изменения функции $C_s(T')$ в точке $T' = T_\omega$ имеет вид

$$\left. \frac{\partial C_s}{\partial T'} \right|_{T'=T_\omega} = \frac{T_0}{T_\omega^2} C_s(T_0) \left(\frac{L\mu}{R_g T_\omega} - 1 \right) \times \exp \left\{ \frac{L\mu}{R_g T_\omega} \frac{T_\omega - T_0}{T_0} \right\}.$$

Это выражение применяют в численном анализе полученных ниже результатов.

Решение осесимметричной гидродинамической задачи представлено в терминах функции тока Ψ . В системе координат (r, Θ, φ) составляющие скорости и z -проекция результирующей силы, действующей на сферу ($r = R$) в приближении Стокса, определяются через функцию тока $\Psi = \Psi(r, \Theta)$ по формулам [3]

$$v_r = -\frac{1}{r^2 \sin \Theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \Theta}, \quad v_\Theta = \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad v_\varphi = 0,$$

$$F_z = \pi \eta_0 \int_0^\pi r^4 \sin \Theta \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{E^2 \Psi}{r^2} \right\} d\Theta,$$

$$E^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \Theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left\{ \frac{1}{\sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \right\}.$$

После обезразмеривания физических величин в уравнениях гидродинамики, тепломассопереноса и граничных условиях

$$\tilde{r} = \frac{r}{R}, \quad \tilde{v}_r = \frac{v_r}{U}, \quad \tilde{v}_\Theta = \frac{v_\Theta}{U}, \quad \tilde{\Psi} = \frac{\Psi}{UR^2},$$

$$\tilde{T} = \frac{T - T_0}{A_T R}, \quad \tilde{T}' = \frac{T' - T_0}{A_T R}, \quad \tilde{F}_z = \frac{F_z}{6\pi \eta_0 R U}$$

волнистая линия сверху опускается и постановка задачи имеет следующий приведенный линеаризованный вид

$$E^4 \Psi = 0, \quad \Delta T = 0, \quad \Delta T' = 0, \quad \Delta C = 0, \quad (1)$$

$$E^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1 - \xi^2}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \xi^2},$$

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ (1 - \xi^2) \frac{\partial}{\partial \xi} \right\},$$

$$r \rightarrow \infty: \quad \Psi = -\frac{1}{2} r^2 (1 - \xi^2), \quad T = z, \quad C = C_0, \quad (2)$$

$$r = 1: \quad \left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} U v_r = \alpha v \left\{ C_s(\tau) + \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} (T' - \tau) - C \right\}, \quad (3)$$

$$(1 - C_0) \left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} U v_r + \frac{D}{R} \left\{ \frac{\partial C}{\partial r} + K_{TD} \varepsilon \frac{\partial T}{\partial r} \right\} = 0, \quad (4)$$

$$U = \frac{v_\Theta}{\sqrt{1 - \xi^2}} = -K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0} A_T \frac{\partial T}{\partial \xi} - K_{DSL} \frac{D}{R} \frac{\partial C}{\partial \xi}, \quad (5)$$

$$T = T', \quad (6)$$

$$-\frac{\varkappa_0}{\varkappa'_0} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial T'}{\partial r} = -\frac{L m_1 \alpha v n_0}{A_T \varkappa'_0} \times \left\{ C_s(\tau) + \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} (T' - \tau) - C \right\}, \quad (7)$$

$$F_z = 0,$$

$$n_0 = n_{10} + n_{20}, \quad \rho_0 = m_1 n_{10} + m_2 n_{20},$$

$$-1 \leq \xi = \cos \Theta \leq +1, \quad \tau = \frac{T_\omega - T_0}{A_T R} \ll 1,$$

$$\varepsilon = \frac{A_T R}{T_0} \ll 1. \quad (8)$$

Если капля жидкости покрыта тонкой пленкой загрязнения, то такая частица рассматривается как нелетучая ($\alpha \rightarrow 0$) и поверхность конденсированной фазы непроницаема для внешней среды — нормальная составляющая скорости на границе $r = 1$ обращается в нуль.

Определение скорости термофореза

Общие решения уравнений (1) имеют вид бесконечных рядов по ультрасферическим полиномам Гегенбауэра порядка n и степени ± 0.5

$$J_n(\xi) = C_n^{-\frac{1}{2}}(\xi), \quad P_n(\xi) = C_n^{+\frac{1}{2}}(\xi),$$

$$\Psi(r, \xi) = \sum_{n=2}^{\infty} \{A_n r^n + B_n r^{-n+1} + C_n r^{n+2} + D_n r^{-n+3}\} J_n(\xi),$$

$$v_r(r, \xi) = - \sum_{n=2}^{\infty} \{A_n r^{n-2} + B_n r^{-n-1} + C_n r^n + D_n r^{-n+1}\} P_{n-1}(\xi),$$

$$v_{\theta}(r, \xi) = \sum_{n=2}^{\infty} \{n A_n r^{n-2} - (n-1) B_n r^{-n-1} + (n+2) C_n r^n - (n-3) D_n r^{-n+1}\} \cdot \frac{J_n(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}},$$

$$T'(r, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{E_n}{G_n} r^n + \frac{F_n}{H_n} r^{-n-1} \right\} P_n(\xi),$$

$$C(r, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \{K_n r^n + L_n r^{-n-1}\} P_n(\xi).$$

Условия (2) на бесконечности с учетом конечности температуры в центре частицы доставляют для соотношений (3)–(8) разложения

$$\Psi(r, \xi) = -r^2 J_2(\xi) + \sum_{n=2}^{\infty} \{B_n r^{-n+1} + D_n r^{-n+3}\} J_n(\xi),$$

$$T(r, \xi) = r\xi + \sum_{n=0}^{\infty} F_n r^{-n-1} P_n(\xi),$$

$$T'(r, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} G_n r^n P_n(\xi),$$

$$C(r, \xi) = C_0 + \sum_{n=0}^{\infty} L_n r^{-n-1} P_n(\xi).$$

Свойства (П2), (П3) и условия ортогональности (П5), (П6) ультрасферических полиномов Гегенбауэра позволяют записать для постоянных интегрирования алгебраические уравнения ($n \geq 2$)

$$C_s(\tau) - C_0 + \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} (G_0 - \tau) - L_0 = 0, \quad (3a)$$

$$-\left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} U(-1 + B_2 + D_2) = \alpha v \left\{ \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} G_1 - L_1 \right\}, \quad (3b)$$

$$-\left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} U(B_{n+1} + D_{n+1}) = \alpha v \left\{ \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} G_n - L_n \right\}, \quad (3c)$$

$$L_0 + \varepsilon K_{TD} F_0 = 0, \quad (4a)$$

$$(1 - C_0) \left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} U(-1 + B_2 + D_2) + \frac{D}{R} \{2L_1 + \varepsilon K_{TD}(-1 + 2F_1)\} = 0, \quad (4b)$$

$$(1 - C_0) \left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} U(B_{n+1} + D_{n+1}) + (n+1) \frac{D}{R} \{L_n + \varepsilon K_{TD} F_n\} = 0, \quad (4c)$$

$$U(2 + B_2 - D_2) = 2K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0} A_T (1 + F_1) + 2K_{DSL} \frac{D}{R} L_1, \quad (5a)$$

$$U\{nB_{n+1} + (n-2)D_{n+1}\} = \left\{ K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0} A_T F_n + K_{DSL} \frac{D}{R} L_n \right\} n(n+1), \quad (5b)$$

$$F_0 = G_0, \quad 1 + F_1 = G_1, \quad F_n = G_n, \quad (6a-6c)$$

$$\frac{\varkappa_0}{\varkappa'_0} F_0 = - \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \varkappa'_0} \left\{ C_3(\tau) - C_0 + \left. \frac{\partial C_3}{\partial T} \right|_{T=\tau} (G_0 - \tau) - L_0 \right\}, \quad (7a)$$

$$\frac{\varkappa_0}{\varkappa'_0} (-1 + 2F_1) + G_1 = - \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \varkappa'_0} \times \left\{ \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} G_1 - L_1 \right\}, \quad (7b)$$

$$\frac{\varkappa_0}{\varkappa'_0} (n+1)F_n + nG_n = - \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \cdot \varkappa'_0} \times \left\{ \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} G_n - L_n \right\}. \quad (7c)$$

Из соотношений (3a), (4a), (6a), (7a) находим

$$F_0 = G_0 = L_0 = 0.$$

Интегрирование с учетом свойства (П4) для условия (8) дает

$$F_z = \frac{1}{6} \int_{-1}^{+1} r^4 \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{E^2 \Psi}{r^2} \right\} d\xi = \frac{2}{3} D_2,$$

$$D_2 = 0.$$

Из уравнений (3b), (5a) с помощью равенства (6b) находим

$$\begin{aligned} 3 \left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} U &= 2 \left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} \\ &\times K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0} A_T (1 + F_1) \\ &+ 2 \left\{ C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1} \right\} K_{DSL} \frac{D}{R} L_1 \\ &+ \alpha v \left\{ \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} (1 + F_1) - L_1 \right\}. \end{aligned}$$

Из уравнений (3b), (4b), (7b) в силу соотношения (6b) имеем

$$\begin{aligned} \left\{ (1 - C_0) \frac{\alpha v R}{D} \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} - 2\varepsilon K_{TD} \right\} (1 + F_1) \\ - \left\{ 2 + (1 - C_0) \frac{\alpha v R}{D} \right\} L_1 = -3\varepsilon K_{TD}, \quad (9) \\ \left\{ \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0} \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} + 1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0} \right\} (1 + F_1) \\ - \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0} L_1 = 3 \frac{\chi_0}{\chi'_0}. \quad (10) \end{aligned}$$

Решение системы уравнений (9), (10) дает

$$\begin{aligned} 1 + F_1 &= 3 \frac{\Delta'}{\Delta}, \quad L_1 = 3 \frac{\Delta''}{\Delta}, \\ \Delta &= \left(1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0} \right) \left\{ 2 + (1 - C_0) \frac{\alpha v R}{D} \right\} \\ &+ 2 \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0} \left\{ \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} + \varepsilon K_{TD} \right\}, \\ \Delta' &= \frac{\chi_0}{\chi'_0} \left\{ 2 + (1 - C_0) \frac{\alpha v R}{D} \right\} + \varepsilon K_{TD} \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0}, \\ \Delta'' &= \frac{\chi_0}{\chi'_0} (1 - C_0) \frac{\alpha v R}{D} \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} \\ &+ \varepsilon K_{TD} \left\{ \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0} \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} + 1 \right\}. \end{aligned}$$

В результате для скорости $U = -U_T$ получаем выражение

$$\begin{aligned} U &= 2K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0} A_T \frac{\Delta'}{\Delta} + 2K_{DSL} \frac{D}{R} \frac{\Delta''}{\Delta} \\ &+ \frac{\alpha v}{C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1}} \left\{ 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0} \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} - \varepsilon K_{TD} \right\} \frac{1}{\Delta}. \quad (11) \end{aligned}$$

Система уравнений (3c), (4c), (5b), (6c), (7c) имеет тривиальное решение $B_{n+1} = D_{n+1} = F_n = G_n = L_n = 0$ при любом $n \geq 2$. Средняя приведенная температура τ на граничной поверхности представляет собой решение трансцендентного алгебраического уравнения

$$C_s(\tau) - C_0 - \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} \tau = 0.$$

Анализ результатов

В формуле (11) первый и второй члены обусловлены соответственно тепловым и диффузионным скольжением газовой среды. Третье слагаемое связано с фазовым переходом и описывает действие реактивной части импульса на частицу. Температурная зависимость относительной концентрации насыщенных паров летучего вещества капли и термодиффузионные явления в объеме газовой смеси вызывают неравномерное испарение вдоль границы конденсированной фазы и, как следствие, реактивный эффект.

Предельный переход ($\alpha \rightarrow 0$, $K_{TD} \rightarrow 0$) приводит к величине скорости термофореза твердой нелетучей аэрозольной частицы [1]

$$U' = K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0} \frac{2 \frac{\chi_0}{\chi'_0}}{1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0}} A_T.$$

Результат теории [5] термофореза крупной летучей сферической однокомпонентной капли в бинарной газовой смеси без термодиффузионных эффектов в предельном случае высоковязкой аэрозольной частицы позволяет записать в указанных выше обозначениях формулу

$$\begin{aligned} U'' &= 2K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0} (1 - C_0) \frac{\chi_0}{\chi'_0} \frac{1}{\Omega} A_T \\ &+ 2K_{DSL} \frac{D}{R} (1 - C_0) \frac{\chi_0}{\chi'_0} \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} \frac{1}{\Omega} \\ &+ \frac{2}{C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1}} \frac{D}{R} \frac{\chi_0}{\chi'_0} \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} \frac{1}{\Omega}, \\ \Omega &= \left(1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0} \right) (1 - C_0) + 2 \frac{Lm_1 n_0}{A_T \chi'_0} \frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} \frac{D}{R}. \end{aligned}$$

Ее вывод учитывает также поток тепла, связанного с конвективным переносом массы летучего вещества, на поверхности капли.

Следует заметить, что переход к нелетучей частице типа [5]

$$\frac{\partial C_s}{\partial T} \Big|_{T=\tau} \rightarrow 0$$

не указывает на отсутствие летучести как явления. Такой предельный случай только означает, что в линейном приближении исчезает влияние реактивного эффекта.

Если учет термодиффузии отсутствует, а высоковязкое вещество капли испаряется в диффузионном режиме достаточно сильно

$$C_0 \ll 1, \quad \frac{\alpha v R}{D} \gg 1,$$

то выражение (11) дает представление о скорости U'' центра масс газа. Поэтому формула (11) является наиболее общей.

Коэффициент конденсации (испарения) обычно определяют как вероятность того, что молекула пара после попадания на поверхность жидкости не отразится от нее. Такое определение имеет недостаток — величина коэффициента конденсации (испарения) находится косвенным способом, например в ходе измерений скорости конденсационного роста (испарения) капель. Экспериментально найти коэффициент конденсации (испарения) достаточно трудно, и в литературе по этому вопросу имеются противоречивые сведения. Так, подробный анализ [6,7] обширного числа методик измерения коэффициента α показывает, что только для капель воды опытные данные работ [8,9] содержат низкие значения $\alpha \sim 0.01$, а в других экспериментальных исследованиях [10,11] получена величина $\alpha \sim 1$. Из формулы (11) следует, что при

$$\left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} > 0, \quad K_{TD} = 0$$

за счет первого и третьего членов капля стремится двигаться в более холодные области ("положительные" факторы). Действие вклада второго слагаемого на направление скорости U_T зависит от знака коэффициента K_{DSL} : в сторону вектора \mathbf{A}_T — при $m_1 > m_2$ ($K_{DSL} < 0$) и в противоположную сторону — при $m_1 < m_2$ ($K_{DSL} > 0$).

Влияние летучести на термодиффузионные поля и терморефракцию можно практически не учитывать, если достаточно слабое испарение вещества капли и значительно действие термодиффузионных эффектов

$$0 < \frac{\alpha v R}{D} \ll 1,$$

$$0 < \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} \ll \varepsilon |K_{TD}| < 1,$$

$$0 < \varepsilon |K_{TD}| \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0} \ll \frac{\chi_0}{\chi'_0} \frac{\alpha v R}{D} < 1.$$

Эти неравенства дают выражения

$$\Delta \rightarrow 2\left(1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0}\right), \quad \Delta' \rightarrow 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0}, \quad \Delta'' \rightarrow \varepsilon K_{TD},$$

$$U \rightarrow K_{TSL} \frac{\eta_0}{\rho_0 T_0} A_T \frac{2 \frac{\chi_0}{\chi'_0}}{1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0}} + K_{DSL} \frac{D}{T_0} A_T \frac{K_{TD}}{1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0}}.$$

После объединения указанных выше условий с учетом оценки

$$\left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=0} = \varepsilon C_s(0) \left(\frac{L\mu}{R_g T_0} - 1 \right)$$

имеем следующие критерии, позволяющие пренебрегать "летучестью":

$$\frac{\alpha v R}{D} \ll 1, \quad \left| \frac{L\mu}{R_g T_0} - 1 \right| \ll |K_{TD}|, \quad |K_{TD}| \frac{Lm_1 n_0 D}{\chi_0 T_0} \ll 1.$$

Распределения $T(\mathbf{r})$, $T'(\mathbf{r})$, $C(\mathbf{r})$ практически не зависят от теплопроводности газовой смеси, если летучая частица высокотеплопроводна. Она получает нескомпенсированный импульс в основном посредством термодиффузии

$$\Delta' \rightarrow \varepsilon K_{TD} \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0},$$

$$\Delta'' \rightarrow \varepsilon K_{TD} \left\{ \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0} \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} + 1 \right\},$$

$$\Delta \rightarrow 2 + (1 - C_0) \frac{\alpha v R}{D} + 2 \frac{Lm_1 \alpha v n_0}{A_T \chi'_0} \left\{ \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} + \varepsilon K_{TD} \right\}.$$

Представляет интерес исследовать зависимость $U = U(\alpha)$

$$\frac{dU}{d\alpha} = 2v \Phi(\chi_0, \chi'_0) \left\{ 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0} \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} - \varepsilon K_{TD} \right\} \frac{1}{\Delta^2},$$

$$\begin{aligned} \Phi(\chi_0, \chi'_0) = & -2K_{TSL} \frac{Lm_1 n_0 v_0}{\chi'_0 T_0 \rho_0} \\ & + K_{DSL} \left\{ (1 - C_0) \left(1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0} \right) + 2K_{TD} \frac{Lm_1 n_0 D}{\chi'_0 T_0} \right\} \\ & + \frac{1}{C_0 + (1 - C_0) \frac{m_2}{m_1}} \left(1 + 2 \frac{\chi_0}{\chi'_0} \right). \end{aligned}$$

Функция $U(\alpha)$ монотонно убывает или возрастает. Она не зависит от скорости испарения, если справедливы условия

$$\Phi(\chi_0, \chi'_0) = 0,$$

$$2 \frac{\chi_0}{\chi'_0} \left. \frac{\partial C_s}{\partial T} \right|_{T=\tau} - \varepsilon K_{TD} = 0.$$

Здесь первое соотношение между физическими величинами, характеризующими состояние сред вне и внутри высоковязкой капли, выполняется для низкотеплопроводных аэрозольных частиц, а второе — для высокотеплопроводных.

На рис. 1–3 представлены зависимости отношения U/U' от коэффициента испарения α водяной капли ($R = 100 \mu\text{m}$) в паровоздушной смеси при различных значениях невозмущенной температуры $T_0 = 293, 303, 313, 323\text{K}$ ($\chi = \chi_0/\chi'_0$; $\chi = 1$ (рис. 1), 0.01 (рис. 2), 0.0001 (рис. 3)):

$$n_0 = 2.70 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}, \quad C_0 = 0.01.$$

Необходимые справочные данные взяты в [1,2,12].

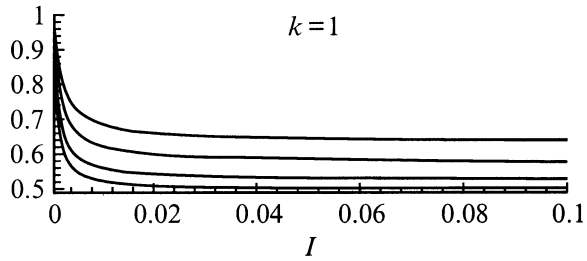


Рис. 1.

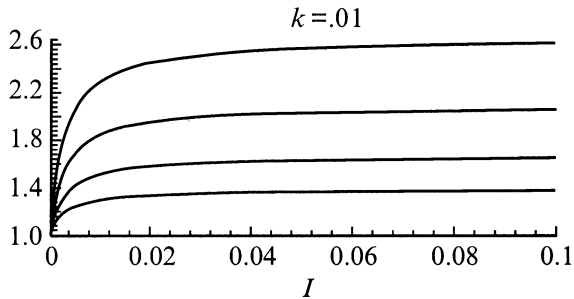


Рис. 2.

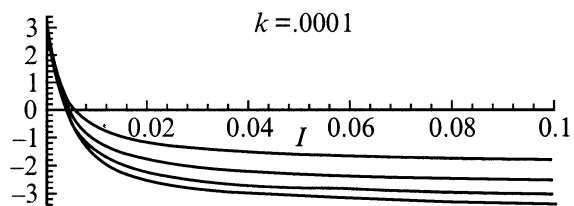


Рис. 3.

При слабом испарении капли воды скорость термофореза очень сильно зависит от коэффициента α . Эта зависимость крайне слабая при $\alpha \geq 0.05$. При обычных температурах летучесть воды изменяет скорость термофоретического переноса в несколько раз по сравнению со скоростью U' . Такой вывод согласуется с результатами [13].

Приложение

$$J_n(\xi) = \frac{P_{n-2}(\xi) - P_n(\xi)}{2n-1}, \quad n \geq 2, \quad (\text{П1})$$

$$\frac{dJ_n(\xi)}{d\xi} = -P_{n-1}(\xi), \quad n \geq 1, \quad (\text{П2})$$

$$(1 - \xi^2) \frac{dP_n(\xi)}{d\xi} = n(n+1)J_{n+1}(\xi), \quad n \geq 0, \quad (\text{П3})$$

$$\int_{-1}^{+1} J_n(\xi) d\xi = \begin{cases} 2, & \text{если } n = 0, \\ \frac{2}{3}, & \text{если } n = 2, \\ 0, & \text{если } n \neq 0; 2, \end{cases} \quad (\text{П4})$$

$$\int_{-1}^{+1} \frac{J_m(\xi)J_n(\xi)}{1-\xi^2} d\xi = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n, \\ \frac{2}{n(n-1)(2n-1)} & \text{при } m = n, \end{cases} \quad (\text{П5})$$

$$\int_{-1}^{+1} P_m(\xi)P_n(\xi) d\xi = \begin{cases} 0, & \text{если } m \neq n, \\ \frac{2}{2n+1}, & \text{если } m = n. \end{cases} \quad (\text{П6})$$

Условия ортогональности типа (П5) требуют $m \neq 0$; 1 и $n \neq 0$; 1.

Список литературы

- [1] Яламов Ю.И., Галоян В.С. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985, 207 с.
- [2] Шукин Е.Р., Яламов Ю.И., Шулиманова З.Л. Избранные вопросы физики аэрозолей. М.: МПУ, 1992. 297 с.
- [3] Happel J., Brenner H. Low Reynolds Number Hydrodynamics. Prentice Hall, 1965. (Хэппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. Пер. с англ. М.: Мир, 1976. 632 с.)
- [4] Яламов Ю.И. О влиянии коэффициента испарения на диффузиофорез крупных капель. М.: МОПИ, 1990. Деп. в ВИНТИ. № 4120-Б 90.
- [5] Яламов Ю.И., Чермошнецев А.В. Термофорез крупной сферической летучей аэрозольной частицы с учетом стефановских эффектов. М.: МОПИ, 1990. 14 с. Деп. в ВИНТИ. № 1555-В 90.
- [6] Paul B. // Amer. Rocket. Soc. J. 1962. Vol. 32. P. 1321–1328.
- [7] Неизвестный А.И. Результаты экспериментального определения коэффициента конденсации воды. Обнинск: ВНИИГМИ МЦД, 1976. 51 с.
- [8] Sinnarwalla A.M., Alots D.J., Carstens J.C. // J. Atmosph. Sci. 1975. Vol. 32. P. 592–599.
- [9] Vietti M.A., Schuster B.G. // J. Chem. Phys. 1973. Vol. 58. N 2. P. 434–441.
- [10] Иванченко Л.В. Определение коэффициента конденсации молекул водяного пара при росте капель на гидроскопических частицах. Тр. УкрНИГМИ. 1977. Вып. 156. С. 58–63.
- [11] Неизвестный А.И., Котов Г.В., Онищенко Л.И. // Изв. АН СССР. Сер. Физ. Атмосферы и океана. 1979. Т. 15. № 1. С. 74–81.
- [12] Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 721 с.
- [13] Баканов С.П. // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 5. С. 181–186.