

## Проявление магнетополяронного эффекта в отражении и поглощении света трехуровневой системой в квантовой яме

© И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас-Солорио\*, С.Т. Павлов\*\*,\*\*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

\*Esquela de Fisica dela UAZ, Apartado Postal c-580,  
98060 Zacatecas, Mexico

\*\*Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,  
117924 Москва, Россия

E-mail: ilang@dor.ioffe.rssi.ru, pavlov@ahabon.reduas.mx

(Поступила в Редакцию 8 февраля 2002 г.)

Вычислены зависимости безразмерных коэффициентов поглощения  $\mathcal{A}$  и отражения  $\mathcal{R}$  света квантовой ямой от частоты  $\omega_l$  возбуждающего света в случае двух близко расположенных уровней электронных возбуждений в яме. Учтена вся последовательность процессов поглощения и переизлучения световых квантов, что означает выход за пределы теории возмущений по константе связи света с электронами. Показано, что теория возмущений непригодна, когда обратные радиационные времена жизни возбуждений сравнимы с обратным нерадиационными временами. Для этого случая получены нетривиальные результаты для зависимостей  $\mathcal{A}(\omega_l)$  и  $\mathcal{R}(\omega_l)$ . Определено положение точек полного отражения и полной прозрачности.

Полученные формулы использованы в частном случае двух уровней возбуждения, появление которых обусловлено магнетополяронным эффектом Джонсона–Ларсена в квантовой яме, помещенной в перпендикулярное ее поверхности сильное магнитное поле  $H$ .

Вычислены обратные радиационные времена жизни электронно-дырочных пар вдали и вблизи от магнетофононного резонанса. Вдали от резонанса эти обратные времена  $\sim H$ , в окрестности резонанса они сильно зависят от  $H - H_{\text{res}}$ . Приведены кривые зависимостей коэффициентов  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{R}$  от  $H$  при различных значениях частоты возбуждающего света.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект (с) 00-02-16904) и программы МНТК „Физика твердотельных наноструктур“ (97-1099). С.Т. Павлов благодарит Университет Закатекаса и Национальный совет Мексики по науке и технологии (CONACyT) за финансовую поддержку и гостеприимство. Д.А. Контрерас-Солорио благодарит CONACyT (27736-E) за финансовую поддержку.

При формировании поляронного состояния в магнитном поле роль электрон-фононного взаимодействия резко возрастает при выполнении резонансного условия

$$\omega_{LO} = j\Omega, \quad j = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где  $\omega_{LO}$  — частота  $LO$ -фонона, а циклотронная частота

$$\Omega = |e|H/(cm_{e(h)}), \quad (2)$$

$e$  — заряд электрона,  $m_{e(h)}$  — эффективная масса электрона (дырки). В этом случае проявляется резонансная связь между электронными уровнями. При условии (1) происходит пересечение энергетических термов электрон-фононной системы, рассматриваемых как функции магнитного поля. Переход к магнетополяронным состояниям приводит к расталкиванию энергетических уровней в точках пересечения. Впервые эффект расталкивания термов был обнаружен в межзонном магнетооптическом поглощении в массивном InSb [1].

Образование поляронных состояний имеет место как в трехмерных (3D), так и в квазидвумерных (2D) системах. В обеих системах эти состояния играют важную роль в формировании частотной зависимости магнетооптических эффектов, таких как отражение, межзонное

поглощение, циклотронный резонанс и комбинационное рассеяние света (см., например, обзоры [2–4]). Различие между системами проявляется в спектре электрона (дырки): в 3D системе это одномерные зоны Ландау, в 2D — дискретные уровни. Это различие приводит к разной величине расталкивания энергетических уровней электрон-фононной системы: в 3D случае она составляет величину порядка  $\alpha^{2/3}\hbar\omega_{LO}$  [5], в 2D —  $\alpha^{1/2}\hbar\omega_{LO}$  [6–9], где  $\alpha$  — безразмерная константа электрон-фононной связи [10].

В качестве 2D системы далее рассматривается одиночная квантовая яма (КЯ), которую будем считать идеальной, пренебрегая эффектами неоднородного уширения уровней. Будем вычислять безразмерные коэффициенты отражения  $\mathcal{R}$  и поглощения  $\mathcal{A}$  света, которые определяются как отношение отраженного или поглощенного светового потока к падающему. Рассматриваются КЯ конечной глубины, в которых существуют дискретные уровни энергии электронно-дырочных пар (ЭДП) и непрерывный спектр. Нас будут интересовать оптические эффекты, вызванные резонансом частоты  $\omega_l$  возбуждающего света с дискретными уровнями энергии ЭДП или магнетополяронов. Вдали от значений  $H$  магнитного поля и частоты  $\omega_l$ , соответствующих магнетополяронному резонансу, будем считать систему двухуровневой

(один уровень — энергия основного состояния кристалла, другой — энергия ЭДП). В условиях, близких к магнетополяронному резонансу, считаем систему трехуровневой (энергия основного состояния и два поляронных уровня).

Поглощение и отражение света в квазидвумерных системах неоднократно рассматривались ранее. При вычислении поглощения обычно использовалась теория возмущений в низшем порядке по взаимодействию света с электронной системой [11–13]. Выражение для коэффициента поглощения содержит множитель  $\Delta_{\gamma\rho}(\hbar\omega_l - E_\rho)$ , где  $E_\rho$  — энергия электронного возбуждения, отсчитанная от энергии основного состояния,

$$\Delta_{\gamma}(E) = \frac{1}{\pi} \frac{\hbar\gamma/2}{E^2 + (\hbar\gamma/2)^2} \quad (3)$$

функция, переходящая при  $\gamma \rightarrow 0$  в  $\delta$ -функцию Дирака,  $\gamma_\rho$  — нерadiационное обратное время жизни уровня  $\rho$ . В этом результате содержится противоречие. Действительно, при  $E = 0$  и  $\gamma \rightarrow 0$  величина  $\Delta_{\gamma}(E) \rightarrow \infty$ , тогда как безразмерный коэффициент  $\mathcal{A}$  поглощения не может превышать единицу. Противоречие снимается, если выйти за пределы теории возмущений по константе связи света с электронами, т.е. суммировать вклады всех порядков по этой константе. Суммирование вкладов означает учет всей последовательности процессов поглощения и переизлучения светового кванта  $\hbar\omega_l$ . В новой теории возникает понятие радиационного времени  $\gamma_{r\rho}^{-1}$  жизни электронного возбуждения, которое было введено в [14] применительно к экситонам в КЯ при  $H = 0$ .

Вначале новый подход был использован для описания отражения света от КЯ [12,14–16] при частотах  $\omega_l$ , близких к энергии экситона; затем в [17,18] построена соответствующая теория для поглощения. Показано, что полученные с помощью теории возмущений результаты для поглощения применимы при условии

$$\gamma_{r\rho} \ll \gamma_\rho. \quad (4)$$

Применение новой теории необходимо для исследования особенностей отражения и поглощения света идеальным КЯ, помещенными в сильное магнитное поле (СМП), поскольку нерadiационные величины  $\gamma_\rho$  для дискретных уровней ЭДП в СМП очень малы и условие (4) может не выполняться. Будем вычислять коэффициенты  $\mathcal{R}$  и  $\mathcal{A}$  в случае нормального падения света в присутствии СМП, перпендикулярного плоскости КЯ, с учетом магнетополяронных эффектов.

Статья построена следующим образом. В разделе 1 получены выражения для электрических полей справа и слева от КЯ при нормальном облучении возбуждающим светом в случае системы со многими уровнями. В разделе 2 получены формулы для коэффициентов отражения и поглощения света от КЯ. В разделах 3 и 4 вычислены обратные радиационные времена жизни ЭДП и двух магнетополяронных состояний в КЯ, помещенной

в СМП. Уширение, связанное с нерadiационными временами жизни магнетополяронных состояний, вычислено в разделе 5. В разделе 6 приведены результаты численных расчетов коэффициентов отражения и поглощения света.

В разделах 1 и 2 не использовано никаких приближений, кроме пренебрежения неоднородным уширением уровней, которое может быть сведено к минимуму в КЯ с высоким совершенством границ. В них рассматривается случай двух возбужденных дискретных уровней электронной системы в КЯ. Положение уровней считается произвольным, и они характеризуются нерadiационными  $\gamma_{1(2)}$  и радиационными  $\gamma_{r1(2)}$  обратными временами жизни. Такая пара уровней может быть реализована в экситоне в отсутствие магнитного поля или в магнетополяроне в квантующем магнитном поле в КЯ. В разделах 1 и 2 не содержится предположений о малости экситонного эффекта и о слабом влиянии дисперсии  $LO$ -фонона на спектр магнетополярона. В [19] было показано, что ни экситонный эффект, ни фононная дисперсия не могут превратить уровни магнетополярона в энергетические зоны, если выполнено условие  $\mathbf{K}_\perp = 0$ , где  $\hbar\mathbf{K}_\perp$  — проекция квазиимпульса магнетополярона на плоскость КЯ  $xy$ . Свет создает магнетополяроны с  $\mathbf{K}_\perp = 0$ , так как рассматривается только случай нормального падения света на плоскость КЯ. При  $\mathbf{K}_\perp = 0$  экситонный эффект и дисперсия фононов приводят только к сдвигу уровней энергии магнетополярона и к аддитивной добавке к нерadiационному уширению уровней. Для получения качественных результатов и упрощения вычислений в разделах 3–6 предполагается, что влияние кулоновского притяжения электрона и дырки, дисперсии фононов и непараболичности зон кристалла является слабым. Для того чтобы удовлетворять этим требованиям, необходимы СМП и узкая КЯ. Действительно, согласно [20], экситонным эффектом можно пренебречь, если

$$a_{\text{exc}}^2 \gg a_H^2, \quad a_{\text{exc}} \gg d. \quad (5)$$

Здесь

$$a_{\text{exc}} = \hbar^2 \epsilon_0 / (\mu e^2) \quad (6)$$

есть радиус экситона Ванье–Мотта в отсутствие магнитного поля,  $\epsilon_0$  — статическая диэлектрическая проницаемость,  $\mu = m_e m_h / (m_e + m_h)$  — приведенная эффективная масса,  $a_H = (c\hbar/|e|H)^{1/2}$  — магнитная длина,  $d$  — ширина КЯ. Для GaAs [21]

$$a_{\text{exc}} = 146 \text{ \AA}, \quad a_H^{\text{res}} = 57.2 \text{ \AA}, \quad (7)$$

где  $a_H^{\text{res}}$  соответствует магнитному полю  $H_{\text{res}}$ , которое получено из (1) для  $j = 1$ . Согласно (7),  $(a_H^{\text{res}}/a_{\text{exc}})^2 \simeq 0.154$ , т.е. первое условие в (5) выполняется, а второе налагает ограничение на ширину квантовой ямы.

В разделах 3–5 используются результаты работы [22], где развита теория магнетополяронов. Следуя [22], мы предполагаем, что частоты плененных и интерфейсных фононов [23], принимающих участие в образовании магнетополярона, совпадают с  $\omega_{LO}$ . Приближение, согласно которому взаимодействие с плененными фононами

заменяется на взаимодействие с объемными фононами, а взаимодействие с интерфейсными фононами не учитывается, используется только в разделе 5 для оценки нерadiационного уширения  $\gamma_p$  уровней полярона. Это приближение применимо для широких КЯ [24]. Вычисление  $\gamma_p$  с учетом плененных и интерфейсных фононов приведено в [25]. Далее используется классификация магнетополяронов, введенная в [24]; конкретные расчеты проведены для полярона А, когда электрон-фононное взаимодействие связывает два соседних уровня Ландау ( $n = 0, n = 1$ ), относящихся к одному уровню размерного квантования. Полученные результаты, так же как и в [22,24], справедливы, если поляронное расщепление мало по сравнению с разностью энергий соседних уровней размерного квантования. Поскольку расстояние между уровнями уменьшается с ростом  $d$ , это условие ограничивает сверху допустимые значения ширины ямы (см. численные оценки в [24]). В настоящей работе рассматривается облучение квантовой ямы в СМП монохроматическим светом. В [26] предложен метод обнаружения и исследования магнетополяронного эффекта, основанный на облучении КЯ в СМП световыми импульсами и регистрации прошедших и отраженных импульсов.

## 1. Электрические поля справа и слева от квантовой ямы

Допустим, что слева на одиночную КЯ падает перпендикулярно ее поверхности электромагнитная волна (или суперпозиция волн, соответствующая ограниченному во времени световому импульсу) с напряженностью электрического поля<sup>1</sup>

$$E_{0,\alpha}(z, t) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp[-i\omega(t - zn/c)] \times \mathcal{E}_{0,\alpha}(\omega) + \text{с.с.}, \quad (8)$$

$n$  — коэффициент преломления барьера. Введем следующие обозначения:

$$\mathcal{E}_{0\alpha}(\omega) = 2\pi E_0 e_{l\alpha} \mathcal{D}_0(\omega), \quad (9)$$

где  $E_0$  — скалярная амплитуда,  $\mathbf{e}_l$  — вектор поляризации возбуждающего света,  $\mathcal{D}_0(\omega)$  — функция частоты, которая при возбуждении монохроматическим светом с частотой  $\omega_l$  имеет вид

$$\mathcal{D}_0(\omega) = \delta(\omega - \omega_l). \quad (10)$$

Будем считать, что падающая волна имеет круговую поляризацию, т. е.

$$\mathbf{e}_l = (1/\sqrt{2})(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y), \quad (11)$$

где  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$  — единичные векторы вдоль осей  $x$  и  $y$ .

<sup>1</sup> Можно убрать комплексно-сопряженное слагаемое и вместо  $\mathcal{E}_{0\alpha}(\omega)$  ввести  $\mathcal{E}_{0\alpha}(\omega) = \mathcal{E}_{0\alpha}(\omega) + \mathcal{E}_{0\alpha}^*(-\omega) = 2\pi E_0 [e_{l\alpha} D_0(\omega) + e_{l\alpha}^* D_0^*(-\omega)]$ .

Падающая электромагнитная волна создает в КЯ возбужденные состояния электронной системы, энергию которых будем характеризовать набором индексов  $\rho$ . Например, в присутствии СМП при нормальном падении волны набор индексов  $\rho$  для ЭДП включает в себя  $l_e, l_h, n_e = n_h$ , где  $l_e(l_h)$  — квантовые числа размерного квантования электронов (дырок),  $n_e(n_h)$  — квантовые числа Ландау электронов (дырок). В случае КЯ бесконечной глубины  $l_e = l_h$ . Состояние  $\rho$  характеризуется энергией  $\hbar\omega_\rho$ , отсчитанной от энергии основного состояния, радиационным  $\gamma_{r\rho}$  и нерadiационным  $\gamma_\rho$  обратными временами жизни. Рассмотрим случай КЯ, ширина которой  $d \ll c/\omega_l n$ . Тогда электрические поля  $E_{L(R)}(z, t)$  слева (справа) от КЯ определяются выражением [27]

$$\mathbf{E}_{L(R)}(z, t) = \mathbf{E}_0(z, t) + \Delta\mathbf{E}_{L(R)}(z, t), \quad (12)$$

$$\Delta E_{\alpha L(R)}(z, t) = E_0 e_{l\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp[-i\omega(t \pm zn/c)] \times \mathcal{D}(\omega) + \text{с.с.}, \quad (13)$$

где верхний знак относится к индексу  $L$ , нижний — к индексу  $R$ . Распределение по частотам определяется как<sup>2</sup>

$$\mathcal{D}(\omega) = -4\pi\chi(\omega)\mathcal{D}_0(\omega)/[1 + 4\pi\chi(\omega)], \quad (14)$$

$$\chi(\omega) = (i/4\pi) \sum_{\rho} (\gamma_{r\rho}/2) [(\omega - \omega_\rho + i\gamma_\rho/2)^{-1} + (\omega + \omega_\rho + i\gamma_\rho/2)^{-1}]. \quad (15)$$

Выражения (12)–(15) определяют электрические поля с обеих сторон от КЯ, а следовательно, и величины потоков энергии в проходящем и отраженном свете для многоуровневой системы. Второй член в квадратных скобках справа в (15) является нерезонансным, но его существование необходимо для выполнения соотношения

$$\chi^*(\omega) = \chi(-\omega). \quad (16)$$

В реальной КЯ конечной глубины, помещенной в СМП, всегда есть дискретные уровни энергии (хотя бы один), причем кроме дискретного спектра присутствует и непрерывный спектр. Поэтому индекс  $\rho$  в правой части (15) принимает как дискретные, так и непрерывные значения. В присутствии СМП иногда необходим учет большого числа уровней (см. [28,29]). В случае двухуровневой системы подразумевается ситуация, когда влиянием всех уровней, кроме одного, в резонансе с которым находится частота  $\omega_l$ , можно пренебречь.

В [14–18] вычислены коэффициенты отражения и поглощения для двухуровневой системы применительно к одному экситонному уровню в КЯ при  $H = 0$ . Получены

<sup>2</sup> При записи (15) подразумевается, что каждая из двух круговых поляризаций соответствует возбуждению из основного состояния одного из двух типов ЭДП, энергия которых одинакова (см. (78)).

следующие выражения для электрических полей:

$$E_{\alpha L} = E_0 e_{l\alpha} \left\{ e^{-i\omega_l(t-zn/c)} - \frac{i\gamma_r}{2(\omega_l - \omega + i\Gamma/2)} e^{-i\omega_l(t+zn/c)} \right\} + \text{с.с.}, \quad (17)$$

$$E_{\alpha R} = E_0 e_{l\alpha} e^{-i\omega_l(t-zn/c)} \times \left\{ 1 - \frac{i\gamma_r}{2(\omega_l - \omega + i\Gamma/2)} \right\} + \text{с.с.}, \quad (18)$$

$$\Gamma = \gamma + \gamma_r. \quad (19)$$

Формулы (17) и (18) можно получить с помощью (10) и (12)–(15), если в сумме по  $\rho$  в правой части (15) сохранить один член, используя обозначения

$$\omega_\rho = \omega, \quad \gamma_{r\rho} = \gamma_r, \quad \gamma_\rho = \gamma, \quad (20)$$

и отбросить второй нерезонансный член в квадратных скобках.

Трехуровневая система — это основное состояние электронной системы в КЯ и два уровня с энергиями  $\hbar\omega_{1(2)}$ , обратными радиационными  $\gamma_{r1(2)}$  и нерадиационными  $\gamma_{1(2)}$  временами жизни. Вычисление электрических полей в случае трехуровневой системы несколько более сложное, так как требуется решение квадратного уравнения (см. (23)). Используя (10) и (12)–(15) и отбрасывая нерезонансный член в правой части (15), получаем

$$E_{\alpha L}(z, t) = E_0 e_{l\alpha} \left\{ \exp(-i\omega_l(t-zn/c)) - i \exp(-i\omega_l(t+zn/c)) \left[ \frac{\bar{\gamma}_{r1}/2}{\omega_l - \Omega_1 + iG_1/2} + \frac{\bar{\gamma}_{r2}/2}{\omega_l - \Omega_2 + iG_2/2} \right] \right\} + \text{с.с.}, \quad (21)$$

$$E_{\alpha R}(z, t) = E_0 e_{l\alpha} \exp(-i\omega_l(t-zn/c)) \times \left\{ 1 - i \left[ \frac{\bar{\gamma}_{r1}/2}{\omega_l - \Omega_1 + iG_1/2} + \frac{\bar{\gamma}_{r2}/2}{\omega_l - \Omega_2 + iG_2/2} \right] \right\} + \text{с.с.}, \quad (22)$$

Величины  $O_{1,2} = \Omega_{1,2} - iG_{1,2}/2$  ( $\Omega$  и  $G$  вещественны по определению) удовлетворяют уравнению

$$(O - \omega_1 + i\gamma_1/2)(O - \omega_2 + i\gamma_2/2) + i(\gamma_{r1}/2)(O - \omega_2 + i\gamma_2/2) + i(\gamma_{r2}/2)(O - \omega_1 + i\gamma_1/2) = 0 \quad (23)$$

и равны

$$(\Omega - iG/2)_{1,2} = \left[ \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2 \pm \sqrt{(\tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2)^2 - \gamma_{r1}\gamma_{r2}} \right] / 2 \quad (24)$$

(знак плюс относится к индексу 1, знак минус — к индексу 2), где

$$\tilde{\omega}_{1(2)} = \omega_{1(2)} - i\Gamma_{1(2)}/2, \quad \Gamma_{1(2)} = \gamma_{1(2)} + \gamma_{r1(2)}. \quad (25)$$

Выражение под знаком корня в (24), вообще говоря, является комплексным;

$$\bar{\gamma}_{r1} = \gamma_{r1} + \Delta\gamma, \quad \bar{\gamma}_{r2} = \gamma_{r2} - \Delta\gamma, \quad (26)$$

$\Delta\gamma$

$$= \frac{\gamma_{r1}[\Omega_2 - \omega_2 - i(G_2 - \gamma_2)/2] + \gamma_{r2}[\Omega_1 - \omega_1 - i(G_1 - \gamma_1)/2]}{\Omega_1 - \Omega_2 + i(G_2 - G_1)/2}. \quad (27)$$

Сравнивая (21) и (22) с соответствующими выражениями (17) и (18) для двухуровневой системы, видим, что происходит не просто сложение вкладов от уровней 1 и 2, а сложение сопровождается заменой

$$\omega_{1(2)} \rightarrow \Omega_{1(2)}, \quad \Gamma_{1(2)} \rightarrow G_{1(2)}, \quad \gamma_{r1(2)} \rightarrow \bar{\gamma}_{r1(2)}. \quad (28)$$

Электрические поля в случае четырехуровневой системы вычислить еще труднее, так как приходится решать уравнение третьего порядка, и т.д. В случае произвольного числа  $\rho$  уровней решить задачу точно пока не представляется возможным. Однако в случае  $\gamma_{r\rho} \ll \gamma_\rho$ , когда применима теория возмущений по взаимодействию света с электронной системой в КЯ, что соответствует отбрасыванию члена  $4\pi\chi(\omega)$  в знаменателе в правой части (14), получаем результаты для любого числа  $\rho$  уровней в виде

$$E_{\alpha L}^M(z, t) = E_0 e_{l\alpha} \left\{ e^{-i\omega_l(t-zn/c)} - i e^{-i\omega_l(t+zn/c)} \times \sum_\rho \frac{\gamma_{r\rho}/2}{\omega_l - \omega_\rho + i\gamma_\rho/2} \right\} + \text{с.с.}, \quad (29)$$

$$E_{\alpha R}^M(z, t) = E_0 e_{l\alpha} e^{-i\omega_l(t-zn/c)} \times \left[ 1 - i \sum_\rho \frac{\gamma_{r\rho}/2}{\omega_l - \omega_\rho + i\gamma_\rho/2} \right] + \text{с.с.} \quad (30)$$

## 2. Коэффициенты отражения и поглощения света

Зная выражения для электрических полей слева и справа от КЯ, вычислим коэффициенты отражения и поглощения света. Введем векторы Пойнтинга  $\mathbf{S}_{L(R)}$  слева (справа) от КЯ.  $\mathbf{S}_L$  равен

$$\mathbf{S}_L = \mathbf{S}_0 + \Delta\mathbf{S}_L, \quad (31)$$

где

$$\mathbf{S}_0 = (c/2\pi) E_0^2 \mathbf{e}_z \quad (32)$$

— поток возбуждающего света,  $\Delta \mathbf{S}_L$  — поток отраженного света, направленный вдоль  $-\mathbf{e}_z$ . Коэффициент отражения света определяется как

$$\mathcal{R} = |\Delta \mathbf{S}_L|/|\mathbf{S}_0|, \quad (33)$$

безразмерный коэффициент поглощения как

$$\mathcal{A} = |\mathbf{S}_L - \mathbf{S}_R|/|\mathbf{S}_0|, \quad (34)$$

соответственно коэффициент прохождения света

$$\mathcal{T} = 1 - \mathcal{R} - \mathcal{A} = |\mathbf{S}_R|/|\mathbf{S}_0|. \quad (35)$$

С помощью (17) и (18) для двухуровневой системы получаем

$$\mathcal{R} = (\gamma_r/2)^2 / [(\omega_l - \omega)^2 + (\Gamma/2)^2], \quad (36)$$

$$\mathcal{A} = (\gamma\gamma_r/2) / [(\omega_l - \omega)^2 + (\Gamma/2)^2] \quad (37)$$

(см. [14–18]). Из (37) следует, что при  $\gamma = 0$  поглощение света электронной системой в КЯ отсутствует [17,18].

Рассмотрим два предельных случая:  $\gamma_r \ll \gamma$  и  $\gamma_r \gg \gamma$ . В случае  $\gamma_r \ll \gamma$  применима теория возмущений по взаимодействию света с электронами в низшем порядке. Коэффициент поглощения оказывается величиной второго, а коэффициент отражения — величиной четвертого порядка по взаимодействию. Из (36) и (37) получаем

$$\mathcal{R} \simeq (\pi\hbar/2)(\gamma_r^2/\gamma)\Delta_\gamma [\hbar(\omega_l - \omega)], \quad (38)$$

$$\mathcal{A} \simeq \pi\hbar\gamma_r\Delta_\gamma [\hbar(\omega_l - \omega)]. \quad (39)$$

$\Delta_\gamma(E)$  — функция, определенная в (3). При  $\gamma_r \ll \gamma$

$$\mathcal{A} \ll 1, \quad \mathcal{R} \ll \mathcal{A}. \quad (40)$$

В случае  $\gamma_r \gg \gamma$  в (36) и (37)  $\Gamma$  заменяется приближенно на  $\gamma_r$ . Тогда в резонансе  $\mathcal{R}(\omega_l = \omega) \simeq 1$ , т.е. реализуется полное отражение,  $\mathcal{A} \ll 1$ . Итак, поглощение мало в обоих предельных случаях. Максимальное значение  $\mathcal{A}(\omega_l = \omega) = 1/2$  достигается при  $\gamma_r = \gamma$ .

Для трехуровневой системы, используя (33), (34) и (21), (22), получаем

$$\mathcal{R} = \frac{1}{4Z} \left\{ [\gamma_{r1}(\omega_l - \omega_2) + \gamma_{r2}(\omega_l - \omega_1)]^2 + \frac{1}{4}(\gamma_{r1}\gamma_2 + \gamma_{r2}\gamma_1)^2 \right\}, \quad (41)$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2Z} \left\{ \gamma_{r1}\gamma_1 \left[ (\omega_l - \omega_2)^2 + \frac{\gamma_2^2}{4} \right] + \gamma_{r2}\gamma_2 \left[ (\omega_l - \omega_1)^2 + \frac{\gamma_1^2}{4} \right] \right\}. \quad (42)$$

Здесь

$$Z = \left[ (\omega_l - \Omega_1)^2 + \frac{G_1^2}{4} \right] \left[ (\omega_l - \Omega_2)^2 + \frac{G_2^2}{4} \right]. \quad (43)$$

Из (42) следует, что поглощение света трехуровневой системой равно нулю, если

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0. \quad (44)$$

Учитывая (23), преобразуем  $Z$  к виду

$$Z = \left[ (\omega_l - \omega_1)(\omega_l - \omega_2) - \frac{\gamma_{r1}\gamma_2 + \gamma_{r2}\gamma_1 + \gamma_1\gamma_2}{4} \right]^2 + \frac{1}{4} [(\omega_l - \omega_1)\Gamma_2 + (\omega_l - \omega_2)\Gamma_1]^2. \quad (45)$$

Получим упрощенные выражения для коэффициентов  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{A}$  в различных предельных случаях. Иногда удобнее пользоваться выражениями (41) и (42) с подстановкой (43), а иногда — с подстановкой (45). Первый предельный случай соответствует неравенствам

$$\gamma_{r1(2)} \ll \gamma_{1(2)}, \quad (46)$$

когда применима теория возмущений по взаимодействию света с электронной системой. При условии (46) в (43) полагаем  $\Omega_{1(2)} \simeq \omega_{1(2)}$ ,  $G_{1(2)} = \gamma_{1(2)}$  и получим

$$\mathcal{R} \simeq \frac{(\gamma_{r1}/2)^2}{(\omega_l - \omega_1)^2 + (\gamma_1/2)^2} + \frac{(\gamma_{r2}/2)^2}{(\omega_l - \omega_2)^2 + (\gamma_2/2)^2} + \frac{\gamma_{r1}\gamma_{r2}}{2} \frac{(\omega_l - \omega_1)(\omega_l - \omega_2) + \gamma_1\gamma_2/4}{[(\omega_l - \omega_1)^2 + (\gamma_1/2)^2][(\omega_l - \omega_2)^2 + (\gamma_2/2)^2]}, \quad (47)$$

$$\mathcal{A} \simeq \frac{\gamma_{r1}\gamma_1/2}{(\omega_l - \omega_1)^2 + (\gamma_1/2)^2} + \frac{\gamma_{r2}\gamma_2/2}{(\omega_l - \omega_2)^2 + (\gamma_2/2)^2}. \quad (48)$$

Коэффициент поглощения  $\mathcal{A}$ , согласно (48), представляет собой сумму вкладов (39) от уровней 1 и 2, поскольку при условии (46) поглощение линейно по константам  $\gamma_{r1}$  и  $\gamma_{r2}$ . Коэффициент отражения  $\mathcal{R}$ , согласно (47), квадратичен по  $\gamma_{r1}$  и  $\gamma_{r2}$  и поэтому кроме вкладов отдельных уровней содержит интерференционный вклад.

Обобщая (48) на случай произвольного числа уровней при условии (4), получаем

$$\mathcal{A}^M \simeq \frac{1}{2} \sum_{\rho} \frac{\gamma_{r\rho}\gamma_{\rho}}{(\omega_l - \omega_{\rho})^2 + (\gamma_{\rho}/2)^2}. \quad (49)$$

Следующий предельный случай противоположен рассмотренному, т.е. определяется условиями

$$\gamma_{r1(2)} \gg \gamma_{1(2)}. \quad (50)$$

Полагаем в правой части (41) и (42)  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ . Тогда  $\mathcal{A} = 0$ ,

$$\mathcal{R} = \frac{[(\gamma_{r1} + \gamma_{r2})/2]^2 (\omega_l - \omega_0)^2}{(\omega_l - \omega_1)^2 (\omega_l - \omega_2)^2 + [(\gamma_{r1} + \gamma_{r2})/2]^2 (\omega_l - \omega_0)^2}, \quad (51)$$

$$\omega_0 = (\omega_1\gamma_{r2} + \omega_2\gamma_{r1}) / (\gamma_{r1} + \gamma_{r2}). \quad (52)$$

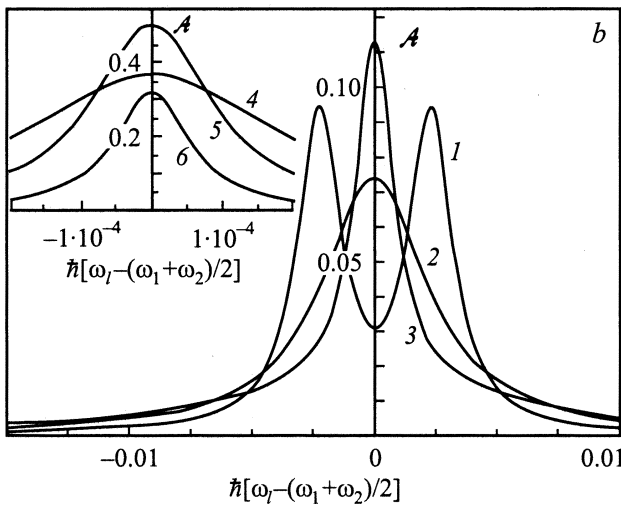
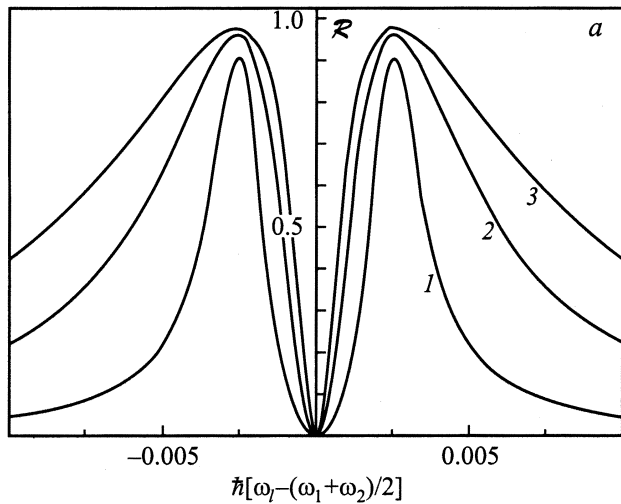
Из (51) следуют своеобразные свойства отражения от трехуровневой системы в случае преобладания радиационных обратных времен жизни. При любых величинах  $\gamma_{r1}$  и  $\gamma_{r2}$  в точке  $\omega_l = \omega_0$  отражение равно нулю, а

в точках  $\omega_l = \omega_1$  и  $\omega_l = \omega_2$  коэффициент отражения равен единице. Пусть  $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_r$ . Тогда  $\mathcal{R} = 0$  при  $\omega_l = (\omega_1 + \omega_2)/2$ . При  $\gamma_r \gg \omega_1 - \omega_2$  в точке  $\omega_l = (\omega_1 + \omega_2)/2$  имеется узкий минимум, достигающий  $\mathcal{R} = 0$ . Полуширина минимума на полуглубине равна  $(\omega_1 - \omega_2)^2 / (2^{3/2} \gamma_r)$ .

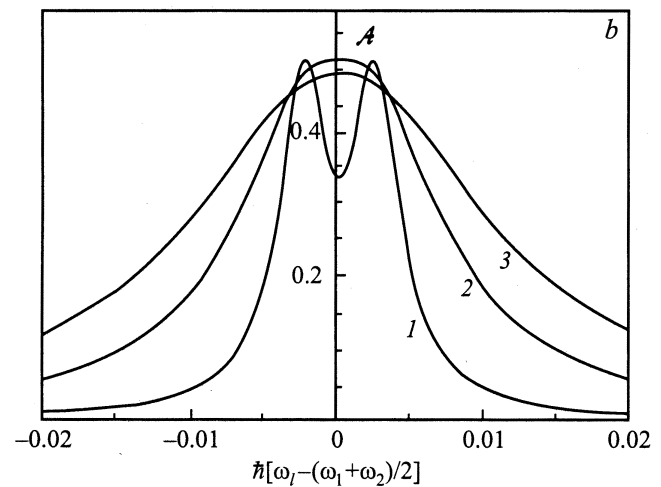
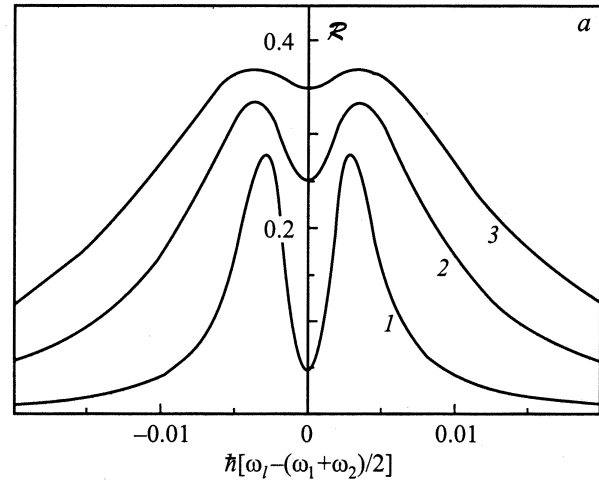
На рис. 1, *a* показаны функции  $\mathcal{R}(\omega_l)$  при условии

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma, \quad \gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_r, \quad \gamma \ll \gamma_r. \quad (53)$$

На рис. 1, *b* приведены зависимости  $\mathcal{A}(\omega_l)$  при том же условии (53). Наблюдается изменение кривых  $\mathcal{A}(\omega_l)$  при фиксированной величине  $\gamma$  и росте  $\gamma_r$ . При последовательном переходе от кривой 1 к кривой 6 величина  $\hbar\gamma_r$



**Рис. 1.** Безразмерные коэффициенты отражения  $\mathcal{R}$  (*a*) и поглощения  $\mathcal{A}$  (*b*) света трехуровневой системой в зависимости от частоты света  $\omega_l$  для случая  $\gamma \ll \gamma_r$ , где  $\gamma_r = \gamma_{r1} = \gamma_{r2}$  — радиационное,  $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2$  — нерadiационное уширение уровней.  $\hbar(\omega_1 - \omega_2) = 0.005$ ;  $\hbar\gamma = 0.0001$ ;  $\hbar\gamma_r = 0.002$  (1), 0.005 (2), 0.008 (3). На вставке — зависимости  $\mathcal{A}(\omega_l)$  при  $\hbar\gamma_r = 0.04$  (4), 0.125 (5) и 0.5 (6).



**Рис. 2.** Безразмерные коэффициенты отражения  $\mathcal{R}$  (*a*) и поглощения  $\mathcal{A}$  (*b*) света трехуровневой системой в зависимости от частоты света  $\omega_l$  для случая  $\gamma = \gamma_r$ .  $\hbar(\omega_1 - \omega_2) = 0.005$ ;  $\hbar\gamma_r = 0.002$  (1), 0.005 (2), 0.008 (3).

пробегает ряд значений<sup>3</sup>: 0.002, 0.005, 0.008, 0.04, 0.125, 0.5. На кривой 1 (при  $\hbar\gamma_r = 0.002$ ) наблюдаются два максимума, на последующих — один максимум, который достигает наибольшей величины  $\mathcal{A}_{\max} = 0.5$  для кривой 5 ( $\hbar\gamma_r = 0.125$ ). Величина  $\mathcal{A}_0$ , соответствующая центральной точке  $\omega_l = (\omega_1 + \omega_2)/2$  и на кривых 2–5 совпадающая с  $\mathcal{A}_{\max}$ , описывается точной формулой

$$\mathcal{A}_0 = \frac{4\gamma_r\gamma[(\omega_1 - \omega_2)^2 + \gamma^2]}{[(\omega_1 - \omega_2)^2 + 2\gamma_r\gamma + \gamma^2]^2}, \quad (54)$$

которую легко получить из (42), положив  $\omega_l = (\omega_1 + \omega_2)/2$ . Величина  $\mathcal{A}_0$  максимальна при

$$\gamma_{r0} = \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2 + \gamma^2}{2\gamma}. \quad (55)$$

<sup>3</sup> Величины всех параметров и частот на рис. 1 и 2 приведены в произвольных единицах, поскольку выражения (47) и (48) содержат только отношения этих величин.

Подставив в (55) значения  $\hbar(\omega_1 - \omega_2) = 0.005$  и  $\hbar\gamma = 0.0001$ , что соответствует рис. 1, *b*, получим  $\hbar\gamma_{r0} = 0.125$  и  $\mathcal{A}_{\max} = \mathcal{A}_0 = 0.5$  (кривая 5 на рис. 1, *b*).

Следующий предельный случай — малость обратных времен жизни  $\gamma_{1(2)}$  и  $\gamma_{r1(2)}$  по сравнению с  $\omega_1 - \omega_2$ . Пусть

$$\gamma_{1(2)} \ll \omega_1 - \omega_2, \quad \gamma_{r1(2)} \ll \omega_1 - \omega_2, \quad (56)$$

при этом соотношение между нерадиационными  $\gamma_{1(2)}$  и радиационными  $\gamma_{r1(2)}$  временами жизни может быть любым. Тогда, если частота  $\omega_l$  близка к резонансу с одним из уровней, например  $\omega_l \simeq \omega_1$ , из (41) и (42) получаем

$$\mathcal{R} \simeq \frac{\gamma_1^2/4}{(\omega_l - \omega_1)^2 + (\Gamma_1/2)^2},$$

$$\mathcal{A} \simeq \frac{\gamma_{r1}\gamma_1/2}{(\omega_l - \omega_1)^2 + (\Gamma_1/2)^2}, \quad (57)$$

что совпадает с результатами (36) и (37) для двухуровневой системы.

Наконец, рассмотрим случай сливающихся уровней. Полагая

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma, \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega, \quad \gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_r, \quad (58)$$

из (41) и (42) получаем

$$\mathcal{R} \simeq \frac{\gamma_r^2}{(\omega_l - \omega)^2 + (\gamma_r + \gamma/2)^2}, \quad (59)$$

$$\mathcal{A} \simeq \frac{\gamma_r\gamma}{(\omega_l - \omega)^2 + (\gamma_r + \gamma/2)^2}. \quad (60)$$

Это означает, что в случае дважды вырожденного возбужденного уровня справедливы формулы для двухуровневой системы с удвоенным значением  $\gamma_r$ .

### 3. Вычисление радиационного времени жизни для ЭДП в КЯ, помещенной в СМП

Будем вычислять обратное радиационное время жизни  $\gamma_r$  ЭДП в СМП, основываясь на формуле второго порядка теории возмущений

$$\gamma_{r\eta} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_s |\langle s|U|\eta\rangle|^2 \delta(\hbar\omega_s - E_\eta). \quad (61)$$

В (61)  $|\eta\rangle, |s\rangle$  — волновые функции в представлении вторичного квантования. Функция начального состояния  $|\eta\rangle$  соответствует присутствию одной пары с набором индексов  $\eta$ , функция конечного состава  $|s\rangle$  — присутствию одного фотона с набором индексов  $s$ . Взаимодействие  $U$  запишем в виде

$$U = -\frac{1}{c} \int d\mathbf{r} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \mathbf{j}(\mathbf{r}), \quad (62)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V_0}} \frac{c}{n} \sum_s \omega_s^{-1/2} (c_s \mathbf{e}_s e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + c_s^+ \mathbf{e}_s^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}) \quad (63)$$

векторный потенциал, причем набор индексов  $s$  состоит из волнового вектора  $\mathbf{k}$  и индекса поляризации  $i$  (принимающего два значения);  $c_s^+, c_s$  — операторы рождения и уничтожения светового кванта  $s$ ;  $\mathbf{e}_s$  и  $\hbar\omega_s$  — вектор поляризации и энергия кванта соответственно;  $V_0$  — нормировочный объем. Оператор плотности тока имеет вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{e}{m_0} \sum_\xi [\mathbf{p}_{cv} F_\xi^*(\mathbf{r}) a_\xi^+ + \mathbf{p}_{cv}^* F_\xi(\mathbf{r}) a_\xi], \quad (64)$$

где  $m_0$  — масса свободного электрона,  $a_\xi^+, a_\xi$  — операторы рождения и уничтожения ЭДП в состоянии  $\xi$ ,

$$F_\xi(\mathbf{r}) = \Psi_\xi(\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_h = \mathbf{r}), \quad (65)$$

$\Psi_\xi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$  — медленно меняющаяся часть волновой функции ЭДП (в приближении эффективной массы), зависящая от радиус-векторов  $\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h$  электрона и дырки соответственно,  $\mathbf{p}_{cv}$  — межзонный матричный элемент оператора импульса.

Определим вид волновых функций  $\Psi_\xi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$ . Символ  $\xi$  представляет собой набор индексов, характеризующих состояние ЭДП,

$$\xi \rightarrow c, v, n_e, n_h, \mathbf{K}_\perp, l_e, l_h. \quad (66)$$

Индексы  $c$  и  $v$  обозначают зону проводимости и валентную зону соответственно (которые в принципе могут быть вырожденными). Вводя координаты

$$\mathbf{r}_\perp = \mathbf{r}_{e\perp} - \mathbf{r}_{h\perp}, \quad \mathbf{R}_\perp = (m_h \mathbf{r}_{h\perp} + m_e \mathbf{r}_{e\perp})/M$$

относительного и суммарного движения электрона и дырки в плоскости  $x, y$ , получим [30–33]

$$\Psi_\xi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a_H^2 L_x L_y}} \exp \left[ i(K_x X + K_y Y) - i \frac{yX}{a_H^2} \right]$$

$$\times \exp \left[ i \frac{m_e - m_h}{2M} (-\mathbf{K}_\perp \mathbf{r}_\perp + a_H^2 K_x K_y) + \frac{xy}{a_H^2} \right]$$

$$\times \mathcal{K}_{n_e, n_h} \left( \frac{\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}_{\perp 0}}{a_H} \right) \varphi_{c l_e}(z_e) \varphi_{v l_h}(z_h), \quad (67)$$

где  $\hbar \mathbf{K}_\perp$  — квазиимпульс ЭДП в плоскости  $xy$ ,  $M = m_e + m_h$ ,  $L_x, L_y$  — нормировочные длины,  $\mathbf{r}_{\perp 0} = a_H^2 \mathbf{H} \times \mathbf{K}_\perp / H$ . Функция  $\mathcal{K}_{n, m}$  определяется как [31]

$$\mathcal{K}_{n, m}(\mathbf{p}) = \sqrt{\min(n!, m!) / \max(n!, m!)} i^{|n-m|}$$

$$\times \exp(-p^2/4) (p/\sqrt{2})^{|n-m|}$$

$$\times \exp[i(\phi - \pi/2)(n-m)] L_{\min(n, m)}^{|n-m|}(p^2/2), \quad (68)$$

где  $p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ ,  $\phi = \arctg(p_y/p_x)$ ,  $L_m^n(x)$  — присоединенный полином Лагерра. Вид вещественных функций  $\varphi_{c(v)l}(z)$ , соответствующих квантовому числу размерного квантования  $l$  для КЯ конечной глубины, приведен в [22]. В (67) принята калибровка  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(0, xH, 0)$

векторного потенциала. В [32] показано, что функции (67) являются собственными функциями оператора  $\hat{\mathbf{P}}_{\perp}$  импульса ЭДП в плоскости  $x, y$ , соответствующими собственным значениям  $\hbar \mathbf{K}_{\perp}$ . Оператор  $\hat{\mathbf{P}}_{\perp}$  определен в [34]. Значения энергий состояний (67) равны

$$E_{\xi} = \hbar \omega_{\xi} = E_g + \varepsilon_{l_e}^e + \varepsilon_{l_h}^h + \hbar \Omega_e (n_e + 1/2) + \hbar \Omega_h (n_h + 1/2), \quad (69)$$

где  $E_g$  — ширина запрещенной зоны,  $\Omega_{e(h)} = |e|H/m_{e(h)}$ . Используя (61)–(69), вычислим обратное радиационное время жизни ЭДП  $\gamma_{r\xi}$  с набором индексов  $\xi$ . Направив ось  $x$  вдоль  $\mathbf{K}_{\perp}$ , получаем (подробнее см. в [25])

$$\gamma_{r\xi} = [2e^2 \Omega_0 / (\hbar^2 c n m_0 \omega_{\xi})] B_{n_e, n_h}(\mathbf{K}_{\perp}) \times \left| R_{l_e, l_h} \left( \sqrt{(\omega_{\xi} n/c)^2 - K_{\perp}^2} \right) \right|^2 F_{\xi}(K_{\perp}), \quad K_{\perp} < \omega_{\xi} n/c, \\ \gamma_{r\xi} = 0, \quad K_{\perp} > \omega_{\xi} n/c, \quad (70)$$

где  $\Omega_0 = |e|H/m_0c$  — циклотронная частота, соответствующая массе  $m_0$  свободного электрона,

$$B_{n, m}(K_{\perp}) = \left| \mathcal{K}_{n, m} \left( -\frac{\mathbf{r}_{\perp 0}}{a_H} \right) \right|^2 = \frac{\min(n!, m!)}{\max(n!, m!)} \times \exp \left( -\frac{a_H^2 K_{\perp}^2}{2} \right) \left( \frac{a_H^2 K_{\perp}^2}{2} \right)^{|n-m|} \left[ L_{\min(n, m)}^{|n-m|} \left( \frac{a_H^2 K_{\perp}^2}{2} \right) \right]^2, \\ R_{l_e, l_h}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dz e^{-ikz} \varphi_{cl_e}(z) \varphi_{vl_h}(z), \quad (71) \\ F_{\xi}(K_{\perp}) = \frac{\sqrt{(\omega_{\xi} n/c)^2 - K_{\perp}^2}}{\omega_{\xi} n/c} |p_{cvx}|^2 + \frac{\omega_{\xi} n/c}{\sqrt{(\omega_{\xi} n/c)^2 - K_{\perp}^2}} |p_{cvy}|^2 + \frac{K_{\perp}^2 |p_{cvz}|^2}{(\omega_{\xi} n/c) \sqrt{(\omega_{\xi} n/c)^2 - K_{\perp}^2}}. \quad (72)$$

Сопоставляя (70) с результатами [14], относящимися к экситонному уровню в КЯ при  $H = 0$ , можно убедиться, что в обоих случаях зависимости от  $\mathbf{p}_{cv}$  совпадают и  $\gamma_{r\xi} = 0$  при  $K_{\perp} > \omega_{\xi} n/c$ .

Правая часть (70) содержит множители  $\Omega_0$  и  $B_{n_e, n_h}(K_{\perp})$ , обусловленные магнитным полем. Множитель  $|R_{l_e, l_h}(\sqrt{(\omega_{\xi} n/c)^2 - K_{\perp}^2})|^2$  отсутствует в [14], поскольку там рассматриваются КЯ с  $d \ll c/n\omega_l$ , мы же при выводе (70) такого ограничения не накладывали. Для узких ям ( $d \ll \lambda$ ) имеем

$$R_{l_e, l_h} \left( \sqrt{(\omega_{\xi} n/c)^2 - K_{\perp}^2} \right) \simeq \pi_{l_e, l_h} = \int_{-\infty}^{\infty} dz \varphi_{cl_e}(z) \varphi_{vl_h}(z), \quad (73)$$

причем для бесконечно глубоких КЯ

$$\pi_{l_e, l_h} = \delta_{l_e, l_h}. \quad (74)$$

Для КЯ с  $d \simeq c/n\omega_l$  величина  $|R_{l_e, l_h}(\sqrt{(\omega_{\xi} n/c)^2 - K_{\perp}^2})|^2$  зависит от ширины КЯ, а именно уменьшается с ростом  $d$ , поэтому уменьшается и величина  $\gamma_{r\xi}$ . В предельном случае  $d \gg \lambda$  величина  $\gamma_{r\xi} \rightarrow 0$ , как и должно быть при переходе к объемному кристаллу [12].

Для случая нормального падения света на КЯ достаточно найти величины (70) при  $K_{\perp} = 0$ . Поскольку  $B_{n_e, n_h}(0) = \delta_{n_e, n_h}$ , вычислим  $\gamma_{r\xi_0}$  для набора индексов

$$\xi_0 \rightarrow c, v, n_e = n_h, \mathbf{K}_{\perp} = 0, l_e, l_h. \quad (75)$$

С помощью (70) получаем

$$\gamma_{r\xi_0} = \frac{2e^2 \Omega_0}{\hbar c n} |R_{l_e, l_h}(\omega_{\xi_0} n/c)|^2 \frac{|p_{cvx}|^2 + |p_{cvy}|^2}{m_0 \hbar \omega_{\xi_0}}, \quad (76)$$

$$\hbar \omega_{\xi_0} = E_g + \varepsilon_{l_e}^e + \varepsilon_{l_h}^h + \hbar \Omega_{\mu} (n_e + 1/2),$$

$$\Omega_{\mu} = \frac{|e|H}{\mu c}, \quad \mu = \frac{m_e m_h}{M}. \quad (77)$$

Из (76) следует, что величина обратного радиационного времени жизни ЭДП пропорциональна магнитному полю  $H$ , если энергия  $\hbar \omega_{\xi_0}$  слабо зависит от  $H$  (приближенно  $E_{\xi_0} \simeq \tilde{E}_g$ ,  $E_g = E_g + \varepsilon_{l_e}^e + \varepsilon_{l_h}^h$ ).

Вычислим  $\gamma_{r\xi_0}$  для модели зон GaAs. Зона проводимости дважды вырождена (по спину), и индекс  $c$  принимает два значения:  $c = 1$  или  $2$ . Валентная зона (тяжелых дырок) также дважды вырождена:  $v = 1$  или  $2$ . Возможны два сорта пар: один (I) с индексами  $c = 1$ ,  $v = 1$ ; другой (II) с индексами  $c = 2$ ,  $v = 2$ . Сорта I и II ЭДП отличаются величинами  $\mathbf{p}_{cv}$ , которые равны

$$\mathbf{p}_{cv}^I = \frac{1}{\sqrt{2}} p_{cv} (\mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y), \quad \mathbf{p}_{cv}^{II} = \frac{1}{\sqrt{2}} p_{cv} (\mathbf{e}_x + i \mathbf{e}_y). \quad (78)$$

Для предложенной модели волновые функции  $\varphi_{cl_e}(z)$  и  $\varphi_{vl_h}(z)$  не зависят от индексов  $c$  и  $v$ . При использовании круговых поляризаций (11) каждая поляризация (левая или правая относительно оси  $z$ ) жестко связана с сортом I или II ЭДП, поскольку взаимодействие пары со светом пропорционально  $\mathbf{e}_s \mathbf{p}_{cv}$ . Для модели (78) из (76) получаем для любого из двух сортов пар<sup>4</sup>

$$\gamma_{r\xi_0} = \frac{2e^2 \Omega_0}{\hbar c n} |R_{l_e, l_h}(\omega_{\xi_0} n/c)|^2 \frac{p_{cv}^2}{m_0 \hbar \omega_{\xi_0}}. \quad (79)$$

Для узких КЯ ( $d \ll \lambda$ ) используем приближение (73) и получаем

$$\gamma_{r\xi_0} \simeq \frac{2e^2 \Omega_0}{\hbar c n} \pi_{l_e, l_h}^2 \frac{p_{cv}^2}{m_0 \hbar \omega_{\xi_0}}. \quad (80)$$

Используя параметры для GaAs из [21], приближение (74) и полагая  $\hbar \omega_{\xi_0} \simeq E_g$ , получаем численную оценку в виде

$$\hbar \gamma_r \simeq 5.35 \cdot 10^{-5} (H/H_{\text{res}}) \text{ eV}, \quad (81)$$

где  $H_{\text{res}}$  соответствует магнетополарону  $A$ , т.е. равно  $H_{\text{res}} = m_e c \omega_{LO} / |e|$ .

<sup>4</sup> Формула, полученная в [28], совпадает с (79) при  $n = 1$ .



#### 4. Обратные радиационные времена жизни магнетополярона

Вычислим радиационное время жизни системы, состоящей из магнетополярона и дырки. Для примера выбираем полярон  $A$  в комбинации с дыркой, характеризуемой числом  $l_h$  размерного квантования и квантовым числом Ландау  $n_h = 1$ . Каждому из двух энергетических термов, на которые расщепляется энергия ЭДП вблизи резонанса  $\omega_{LO} = \Omega_e$ , соответствует величина обратного радиационного времени жизни  $\gamma_{ra}$  или  $\gamma_{rb}$  согласно обозначениям [22], где индекс  $a(b)$  относится к верхнему (нижнему) терму магнетополярона. Для вычисления величин  $\gamma_{ra}$  и  $\gamma_{rb}$  будем пользоваться формулой (61). Начальное состояние характеризуется набором индексов

$$\eta \rightarrow c, v, p, \mathbf{K}_\perp, l_e, l_h, \quad (82)$$

где индекс  $p$  равен  $a$  или  $b$ ,  $\hbar\mathbf{K}_\perp$  — квазиимпульс системы (лежит в плоскости  $xy$ ). Волновые функции системы с индексами (82) вычислены в [22,25]. Соответствующие значения энергии запишем в виде

$$E_\eta = \hbar\omega_\eta = E_g + \varepsilon_e^e + \varepsilon_{l_h}^h + (3/2)\hbar\Omega_h + E_p, \quad (83)$$

где  $E_p$  — энергия полярона, отсчитанная от уровня  $\varepsilon_e^e$  и, согласно [22], равная

$$E_p = \hbar\Omega_e + \hbar\omega_{LO}/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + A^2}, \quad (84)$$

$$\lambda = \hbar(\Omega_e - \omega_{LO}),$$

терму  $p = a$  ( $p = b$ ) соответствует верхний (нижний) знак в (84). В резонансе  $\Omega_e = \omega_{LO}$  и

$$E_p^{\text{res}} = (3/2)\hbar\omega_{LO} \pm \sqrt{A^2}, \quad (85)$$

$$\Delta E = E_a^{\text{res}} - E_b^{\text{res}} = 2\sqrt{A^2}.$$

Для обратных радиационных времен жизни получаем

$$\gamma_{r\eta} = [2Q_{0p}e^2\Omega_0/(\hbar^2cnm_0\omega_\eta)]B_{11}(K_\perp) \times |R_{l_e, l_h}(\sqrt{(\omega_\eta n/c)^2 - K_\perp^2})|^2 F_\eta(K_\perp), \quad K_\perp < \omega_\eta n/c, \quad (86)$$

$$\gamma_{r\eta} = 0, \quad K_\perp > \omega_\eta n/c,$$

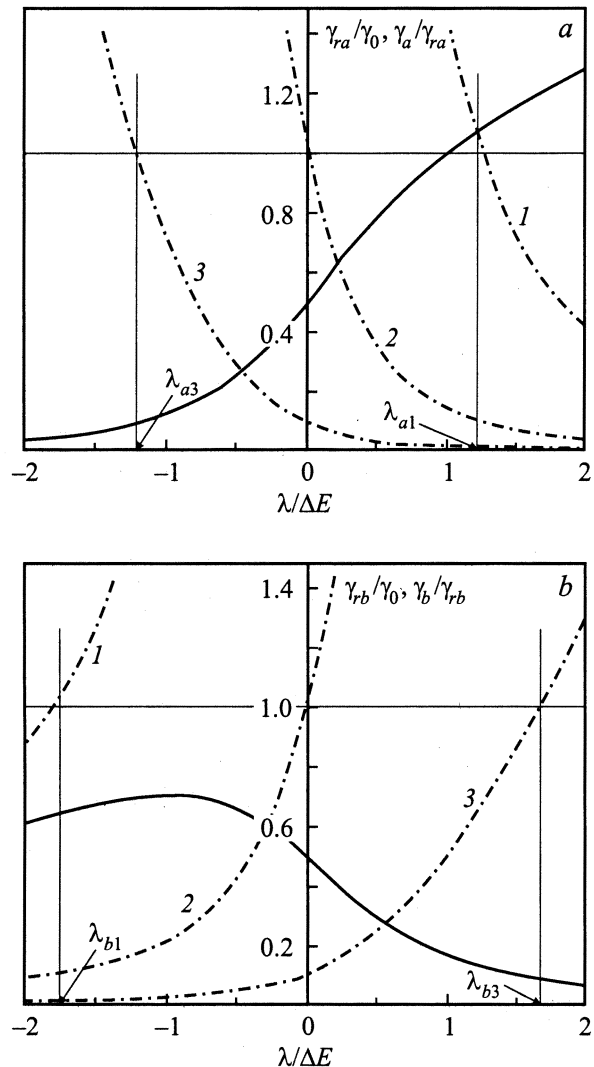
$$Q_{0p} = (1/2)(1 \pm \lambda/\sqrt{\lambda^2 + 4A^2}). \quad (87)$$

Формула (86) по сравнению с (70) содержит дополнительный множитель  $Q_{0p}$ , сильно зависящий от величины  $\lambda$  отклонения циклотронной частоты  $\Omega_e$  от резонансного значения  $\omega_{LO}$ , т.е. от величины магнитного поля  $H$ . Причина сильной зависимости заключается в следующем. В [22] показано, что волновая функция магнетополярона представляет собой линейную комбинацию двух функций электрон-фононной системы, одна из которых соответствует электрону с квантовым числом Ландау  $n = 1$  и фононному вакууму, а вторая — электрону с  $n = 0$  и одному фонону с частотой  $\omega_{LO}$ . Коэффициенты

$Q_{0p}$  и  $Q_{1p}$  — вероятности нахождения системы в этих состояниях (индекс 0 означает отсутствие фононов, индекс 1 — присутствие одного фонона). Коэффициент  $Q_{0p}$  определен в (87),

$$Q_{1p} = 1 - Q_{0p} = (1/2)(1 \mp \lambda/\sqrt{\lambda^2 + 4A^2}). \quad (88)$$

В резонансе  $\Omega_e = \omega_{LO}$  и  $Q_{0p}^{\text{res}} = Q_{1p}^{\text{res}} = 1/2$ . Присутствие множителя  $Q_{0p}$  в (86) объясняется тем, что возможна световая аннигиляция только одного из двух возбуждений, суперпозицию которых представляет собой система „магнетополярон + дырка“, а именно возбуждения с индексами  $n_e = n_h = 1, N = 0$ . Световая аннигиляция другого возбуждения с индексами  $n_e = 0, n_h = 1, N = 1$  невозможна. Из (86) и (87) следует, что при  $\lambda = 0$ , т.е. точно в резонансе, величины  $\gamma_{ra}$  и  $\gamma_{rb}$  равны и



**Рис. 3.** Радиационное и нерадиационное уширение возбужденного уровня системы, состоящей из полярона  $A$  и дырки с квантовыми числами  $n_h = 1, l$  в КЯ как функция магнитного поля.  $\Delta E/\hbar\omega_{LO} = 0.18$ , что соответствует GaAs [24]. Сплошные линии —  $\gamma_{rp}/\gamma_0$ , штриховые —  $\gamma_p/\gamma_{rp}$ ;  $p = a$  (а) и  $b$  (б). Для штриховых линий  $\tilde{\gamma}_{LO}/\gamma_0$  равно 10 (1), 1 (2), 0.1 (3).

содержат дополнительный множитель  $1/2$  по сравнению с величиной обратного радиационного времени жизни ЭДП с индексами  $n_e = n_h = 1$ . Для случая  $\mathbf{K}_\perp = 0$  введем набор индексов  $\eta_0 \rightarrow c, v, p, \mathbf{K}_\perp = 0, l_e, l_h$ , тогда для величин  $\gamma_{r\eta_0}$  получаем формулы, отличающиеся от (76), (79) и (80) только заменой индексов  $\xi_0$  на  $\eta_0$  и присутствием множителя  $Q_{0p}$ . Замена  $\omega_{\xi_0}$  на  $\omega_{\eta_0}$  несущественна, поскольку приближенно  $\omega_{\xi_0} \simeq \omega_{\eta_0} \simeq \tilde{E}_g/\hbar$ , где  $\tilde{E}_g = E_g + \varepsilon_{l_e} + \varepsilon_{l_h}$ . В результате вместо (80) получаем

$$\gamma_{r\eta_0} \simeq \frac{2Q_{0p}e^2}{\hbar c} \frac{\Omega_0 P_{cv}^2}{nm_0 \hbar \omega_{\eta_0}} \pi_{l_e, l_h}^2. \quad (89)$$

Сильная зависимость обратного радиационного времени жизни от индекса  $p$  и величины  $H$  магнитного поля определяется множителем  $Q_{0p}$ . Зависимости величин  $\gamma_{ra}$  и  $\gamma_{rb}$  от  $H$  вблизи резонанса приведены на рис. 3.

## 5. Нерадиационные времена жизни магнетополярона

Мы не будем вычислять обратные нерадиационные времена жизни ЭДП в КЯ в СМП вдали от магнетополяронного резонанса, поскольку неясно, какими процессами они определяются. Однофононные переходы запрещены законом сохранения энергии. Возможно, основной вклад вносят двухфононные процессы с участием акустических фононов. Но вблизи магнетофононного резонанса появляется вклад в величины  $\gamma_p$  ( $p = a, b$ ), обусловленный конечным временем жизни  $LO$ -фононов, входящих в состав магнетополярона. Этот вклад мы и будем вычислять в настоящем разделе. Таким образом, мы определим нижнюю границу величин  $\gamma_p$  ( $p = a, b$ ) вблизи резонанса.

Фонон в КЯ с набором индексов  $\nu$  характеризуется нерадиационным обратным временем жизни  $\gamma_\nu$ , обусловленным фонон-фононным взаимодействием, например процессами распада одного  $LO$ -фонона на два акустических. Вначале получим выражение для величины  $\gamma_\nu$ . Запишем ее как

$$\gamma_\nu = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f |\langle f | \mathcal{K}_{pp} | i \rangle|^2 \delta(E_i - E_f), \quad (90)$$

где  $\mathcal{K}_{pp}$  — фонон-фононное взаимодействие,  $|i\rangle = b_\nu^\dagger |0\rangle$  — начальное состояние, соответствующее одному фонону с набором индексов  $\nu$  и энергией  $E_i = \hbar\omega_{LO}$ ,  $|f\rangle = a_\tau^\dagger |0\rangle$  — конечное состояние фононной системы с набором индексов  $\tau$  и энергией  $E_f = E_\tau$ ,  $a_\tau^\dagger$  — фононный оператор, соответствующий, например, рождению двух акустических фононов. В [25] вычислены величины  $\gamma_\nu$  и  $\gamma_p$  в случае модели, использованной в [22], где предполагалось, что в образовании полярона в КЯ участвуют плененные и интерфейсные фононы, имеющие одинаковую частоту  $\omega_{LO}$  без дисперсии. Далее приводятся результаты для еще более простой модели, согласно которой взаимодействие электронов с

плененными фононами может быть аппроксимировано взаимодействием Фрелиха с объемными фононами, а взаимодействие с интерфейсными фононами несущественно. В [24] показано, что взаимодействием электронов с объемными фононами можно пользоваться, если КЯ достаточно широка.

В случае объемных  $LO$ -фононов набор индексов  $\nu$  фонона сводится к трехмерному волновому вектору  $\mathbf{q}$ . Конечное фононное состояние характеризуется трехмерным суммарным волновым вектором  $\mathbf{q}'$  и прочими индексами  $\varphi$ . Например, в случае распада фонона на два акустических  $\mathbf{q}' = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2$ .

Матричный элемент в формуле (90) запишем в виде

$$\langle 0 | a_\tau \mathcal{K}_{pp} b_\nu^\dagger | 0 \rangle = \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} W(\mathbf{q}, \varphi). \quad (91)$$

Тогда из (90) получаем

$$\gamma_\nu = \gamma_{\mathbf{q}} = 2\pi/\hbar \sum_\varphi |W(\mathbf{q}, \varphi)|^2 \delta(\hbar\omega_{LO} - E_{\mathbf{q}, \varphi}), \quad (92)$$

где  $E_{\mathbf{q}, \varphi}$  — энергия конечного фононного состояния, например двух объемных акустических фононов. В той же модели для обратного нерадиационного времени жизни полярона получаем [25]

$$\gamma_p = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{Q_{1p}}{A^2} \sum_{\mathbf{q}, \varphi} |U(\mathbf{q})|^2 |W(\mathbf{q}, \varphi)|^2 \times \delta\left(\lambda/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + A^2} + \hbar\omega_{LO} - E_{\mathbf{q}, \varphi}\right), \quad (93)$$

где поляронным состояниям  $p = a$  ( $p = b$ ) соответствует верхний (нижний) знак, величина  $Q_{1p}$  определена в (88), функция  $U(\mathbf{q})$  получена в [22] в виде

$$U(\mathbf{q}) = \mathcal{M}(q_z) C_{\mathbf{q}} \mathcal{K}_{10}^*(\mathbf{q}_\perp), \quad (94)$$

где

$$\mathcal{M}(q_z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz [\varphi_l(z)]^2 e^{iq_z z},$$

$$C_{\mathbf{q}} = -(i\hbar\omega_{LO}/ql)(4\pi\alpha l^3/V_0)^{1/2},$$

$$l = [\hbar/(2m_e\omega_{LO})]^{1/2}, \quad \alpha = e^2(\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1})/(2\hbar\omega_{LO}l),$$

$\varepsilon_0(\varepsilon_\infty)$  — статическая (высокочастотная) диэлектрическая проницаемость,  $\mathcal{K}_{10}(\mathbf{q}_\perp)$  определена в (68),

$$A^2 = \sum_{\mathbf{q}} |U(\mathbf{q})|^2. \quad (95)$$

В (93)–(95) использованы обозначения [22]. Сравнивая (92) и (93), находим, что вблизи от поляронного резонанса, т. е. при условии

$$\left| \lambda/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + A^2} \right| \ll \hbar\omega_{LO}, \quad (96)$$

величина  $\gamma_p$  выражается через  $\gamma_{\mathbf{q}}$ ; следовательно, имеем

$$\gamma_p = Q_{1p} \bar{\gamma}_{LO}, \quad (97)$$

$$\bar{\gamma}_{LO} = \sum_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{q}} |U(\mathbf{q})|^2 / \sum_{\mathbf{q}} |U(\mathbf{q})|^2. \quad (98)$$

Из-за множителя  $Q_{1p}$  в (97)  $\gamma_p$  сильно зависит от величины  $\lambda = \hbar(\Omega_e - \omega_{LO})$ , описывающей отклонение магнитного поля от резонанса  $\Omega_e = \omega_{LO}$ . В резонансе

$$\gamma_p = (1/2)\bar{\gamma}_{LO} \quad (99)$$

для обоих термов  $p = a$  и  $b$ .

Проследим, к каким результатам приводит (93) при значительном удалении от резонанса  $\Omega_e = \omega_{LO}$ . Из рис. 3 видно, что терм  $a$  при  $\lambda > 0$  и терм  $b$  при  $\lambda < 0$  при условии  $|\lambda| \gg |A|$  переходят в электронный уровень с индексами  $n = 1, l$ . При этом, согласно (88),  $Q_{1p} \simeq A^2/\lambda^2$ , с помощью (93) получаем

$$\gamma_p \simeq \frac{2\pi}{\hbar} \frac{A^2}{\lambda^2} \sum_{\mathbf{q}, \varphi} \frac{|U(\mathbf{q})|^2}{A^2} |W(\mathbf{q}, \varphi)|^2 \delta(\hbar\Omega_e - E_{\mathbf{q}, \varphi}). \quad (100)$$

Эта величина не выражается через  $\bar{\gamma}_{LO}$ , но видно, что по сравнению с  $\bar{\gamma}_{LO}$  она содержит малый множитель  $A^2/\lambda^2$ . Обратим внимание на то, что аргумент  $\delta$ -функции в (100) соответствует переходу с электронного уровня  $n = 1$  на уровень  $n = 0$  с испусканием, например, двух акустических фононов. Величина  $\gamma_p$  (100) второго порядка по взаимодействию электронов с  $LO$ -фононами и второго порядка по фонон-фононному взаимодействию. Она представляет собой один из вкладов в величину обратного нерадиационного времени жизни ЭДП вдали от магнетофононного резонанса. Две другие ветви термов, а именно  $a$  при  $\lambda < 0$  и  $b$  при  $\lambda > 0$  ( $|\lambda| \gg |A|$ ), соответствуют состоянию электрона на уровне  $n = 0, l + \text{один } LO\text{-фонон}$ . На этих ветвях  $Q_{1p} \simeq 1$ ,

$$\gamma_p \simeq \bar{\gamma}_{LO}, \quad (101)$$

как и должно быть для состояния, включающего  $LO$ -фонон. Таким образом, формула (93) дает правильные предельные переходы при  $|\lambda| \gg |A|$ .

Итак, величина  $\gamma_p$  обратного нерадиационного времени жизни ЭДП резко возрастает вблизи пересечения электронных термов, достигая половины обратного времени жизни  $LO$ -фонона. В точке резонанса  $\Omega_e = \omega_{LO}$  величина обратного нерадиационного времени жизни для каждого из двух термов не меньше чем  $\bar{\gamma}_{LO}/2$ .

## 6. Результаты численных расчетов

На рис. 1 и 2 приведены зависимости коэффициентов отражения  $\mathcal{R}(\omega_l)$  и поглощения  $\mathcal{A}(\omega_l)$  в случае трехуровневой системы при различных соотношениях между  $\gamma_{r1(2)}$ ,  $\gamma_{1(2)}$  и  $\omega_1 - \omega_2$ . Эти результаты необходимо использовать в случае любых двух возбужденных уровней в КЯ, расположенных достаточно близко. Если  $\gamma_{r1(2)} \ll \omega_1 - \omega_2$ ,  $\gamma_{1(2)} \ll \omega_1 - \omega_2$ , то применимы результаты для двух двухуровневых систем.

На рис. 1 показаны зависимости  $\mathcal{R}(\omega_l)$  и  $\mathcal{A}(\omega_l)$  для трехуровневой системы при  $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_r$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ,  $\gamma_r \gg \gamma$ . Кривые 1 относятся к случаю  $\gamma_r < \omega_1 - \omega_2$ , кривые 2 — к случаю  $\gamma_r = \omega_1 - \omega_2$ , кривые 3 на рис. 1, а

и кривые 3–6 на рис. 1,  $b$  — к случаю  $\gamma_r > \omega_1 - \omega_2$ . Для кривых 1 происходит переход к результатам для двух двухуровневых систем, для остальных кривых наблюдается своеобразное поведение. В частности, на рис. 1,  $a$  на всех трех кривых в точке  $\omega_l = \omega_0$  величина  $\mathcal{R}(\omega_0)$  близка к нулю.

Как и в случае двухуровневых систем, при  $\gamma_{r1(2)} \ll \gamma_{1(2)}$  коэффициенты отражения и поглощения света много меньше единицы, причем  $\mathcal{R}(\omega_l) \ll \mathcal{A}(\omega_l)$ . При  $\gamma_{r1(2)} \gg \gamma_{1(2)}$  коэффициент отражения достигает значений, близких к единице.

На рис. 2 представлены зависимости  $\mathcal{R}(\omega_l)$  и  $\mathcal{A}(\omega_l)$  для трехуровневой системы при  $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_r$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ,  $\gamma_r = \gamma$ . Кривые 1 относятся к случаю  $\gamma_r < \omega_1 - \omega_2$ , кривые 2 — к случаю  $\gamma_r = \omega_1 - \omega_2$ , кривые 3 — к случаю  $\gamma_r > \omega_1 - \omega_2$ . Видно, что коэффициент поглощения достигает максимальных величин, но никогда не превышает 0.5.

Формулы для  $\mathcal{A}(\omega_l)$  и  $\mathcal{R}(\omega_l)$ , полученные для трехуровневой системы в КЯ, используем для системы, состоящей из магнетополярона и дырки с индексами  $n_h = 1, l_h = l$ . Уровни энергии такой системы определены формулами (83) и (84). Если отсчитывать энергию системы от уровня

$$E_0 = E_g + \varepsilon_l^e + \varepsilon_l^b + (3/2)(1 + m_e/m_h)\hbar\omega_{LO},$$

то (83) удобно переписать в виде

$$\frac{\varepsilon_p}{\Delta E} = \frac{\lambda}{\Delta E} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{m_e}{m_h} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda}{\Delta E} \right)^2}, \quad (102)$$

где  $\lambda = \hbar(\Omega_e - \omega_{LO})$ ,  $\Delta E$  — расщепление термов при  $\lambda = 0$ , верхний (нижний) знак соответствует терму  $p = a$  ( $b$ ). С помощью (89) и (87) получаем

$$\frac{\gamma_{rp}}{\gamma_0} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\lambda/\Delta E}{\hbar\omega_{LO}/\Delta E} \right) \left[ 1 \pm \frac{\lambda/\Delta E}{\sqrt{1 + (\lambda/\Delta E)^2}} \right], \quad (103)$$

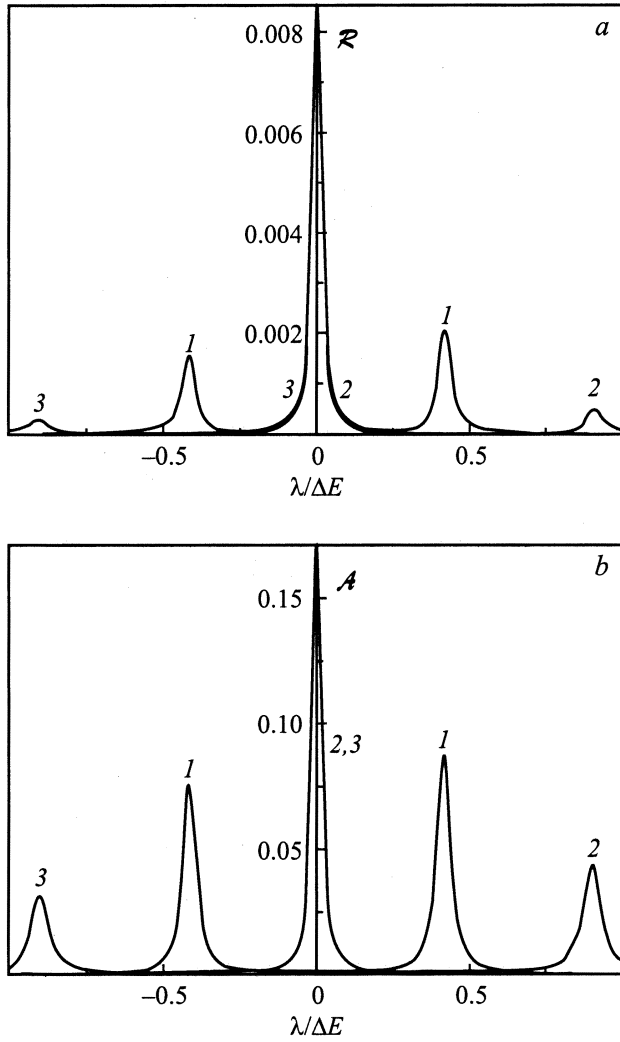
где константа  $\gamma_0$  есть обратное радиационное время жизни ЭДП с индексами  $n_e = n_h = 1, l_e = l_h = l$  при  $\lambda = 0$  без учета поляронного эффекта. Множитель в круглых скобках описывает зависимость величины  $\Omega_0$ , входящей в выражение для  $\gamma_{rp}$ , от магнитного поля. Согласно (89) и (97), отношение нерадиационного обратного времени жизни к радиационному можно оценить как

$$\frac{\gamma_p}{\gamma_{rp}} = \frac{\bar{\gamma}_{LO}/\gamma_0}{1 + (\lambda/\hbar\omega_{LO})} \frac{\sqrt{1 + (\lambda/\Delta E)^2} \mp (\lambda/\Delta E)}{\sqrt{1 + (\lambda/\Delta E)^2} \pm (\lambda/\Delta E)}. \quad (104)$$

При построении рис. 3 и 4 были использованы следующие параметры для GaAs:  $m_e/m_h = 0.2$ ,  $\Delta E/\hbar\omega_{LO} = 0.18$ .<sup>5</sup> В соответствии с разделом 3

$$\gamma_0 = \frac{2e^2\omega_{LO}m_e}{\hbar c n m_0} \frac{p_{cv}^2}{m_0 E_g} \pi_{ll}^2, \quad (105)$$

<sup>5</sup> Согласно [24], в случае GaAs для полярона  $A$  при толщине КЯ 300 Å величина расщепления термов  $\Delta E \simeq 6.65 \cdot 10^{-3}$  eV. Поскольку  $\hbar\omega_{LO} = 0.0367$  eV,  $\Delta E/\hbar\omega_{LO} \simeq 0.181$ .



**Рис. 4.** Безразмерные коэффициенты отражения  $\mathcal{R}$  (a) и поглощения  $\mathcal{A}$  (b) как функции магнитного поля в окрестности резонанса для полярона A.  $m_e/m_h = 0.2$ ;  $\hbar\omega_{LO} = 0.036$  eV;  $\Delta E = 6.65 \cdot 10^{-3}$  eV [24];  $\hbar\gamma_0 = 5.35 \cdot 10^{-5}$  eV;  $\bar{\nu}_{LO}/\gamma_0 = 10$ ;  $\hbar\omega_l = E_0$  (1),  $E_0 + \Delta E/2$  (2) и  $E_0 - \Delta E/2$  (3)  $E_0$  определено в разделе 6. Значения параметров соответствуют GaAs.

что с использованием параметров, приведенных в [21], дает

$$\hbar\gamma_0 \simeq 5.35 \cdot 10^{-5} \text{ eV.} \quad (106)$$

Если величину  $\gamma_{rp}$  можно оценить (что проделано выше), то величина  $\gamma_p$  остается практически неизвестной.<sup>6</sup> Поэтому на рис. 3 и 4 приведены результаты для разных отношений  $\bar{\nu}_{LO}/\gamma_0$ .

На рис. 3 приведены зависимости обратных радиационных времен жизни  $\gamma_{rp}$  и отношения  $\gamma_p/\gamma_{rp}$  от величины магнитного поля вблизи магнетофонного резонанса. Рис. 3, a соответствует терму a, рис. 3, b — терму b. Зависимость  $\gamma_p/\gamma_{rp}$  от  $\lambda/\Delta E$  построена для трех значений параметра  $\bar{\nu}_{LO}/\gamma_0$ . Из рис. 3 можно заключить,

<sup>6</sup> Можно попытаться оценить  $\bar{\nu}_{LO}$  по ширине линий однофононного рассеяния в объемном GaAs.

что  $\gamma_{rp}$  и  $\gamma_p$  в области магнетофонного резонанса очень сильно зависят от величины магнитного поля.

Область магнетополяронного эффекта расположения приблизительно от  $\lambda/\Delta E = -2$  до  $\lambda/\Delta E = 2$ . При  $\lambda/\Delta > 2$  терм a и при  $\lambda/\Delta E < -2$  терм b переходят в энергетический уровень ЭДП с квантовыми числами электрона и дырки  $n_e = n_h = 1$ ,  $l_e = l_h = l$ . Терм b при  $\lambda/\Delta E > 2$  и терм a при  $\lambda/\Delta E < -2$  переходят в энергетический уровень системы, состоящей из ЭДП с квантовыми числами  $n_e = 0$ ,  $n_h = 1$ ,  $l_e = l_h = l$  и одного фонона. Это состояние, включающее LO-фонон, слабо взаимодействует с возбуждающим светом вне области магнетофонного резонанса.

В случае полярона A величина  $\Delta E$  энергетического расщепления очень велика. Поэтому выполняются условия  $\gamma_{rp} \ll \omega_1 - \omega_2$ ,  $\gamma_p \ll \omega_1 - \omega_2$  и для вычисления коэффициентов  $\mathcal{R}$  и  $\mathcal{A}$  применимо приближение двух двухуровневых систем (см. (36), (37) в разделе 2). Использование результатов раздела 2 в случае трехуровневой системы необходимо при малых значениях  $\Delta E$ , которые могут наблюдаться для ослабленного полярона [24,25].

В области магнетополяронного эффекта должны наблюдаться два максимума функций  $\mathcal{R}(\omega_l)$  и  $\mathcal{A}(\omega_l)$  при фиксированном значении магнитного поля H. При  $\omega_l = \text{const}$  имеют место два максимума  $\mathcal{R}(H)$  и  $\mathcal{A}(H)$ .

Результаты для  $\mathcal{R}(\omega_l)$  и  $\mathcal{A}(\omega_l)$  зависят от отношения  $\bar{\nu}_{LO}/\gamma_0$ . В тех областях значений  $\lambda/\Delta E$  (т.е. полей H), где  $\gamma_p/\gamma_{rp} \gg 1$ , поглощение много меньше единицы, но преобладает над отражением. В случае кривых 1 на рис. 3, относящихся к значению  $\bar{\nu}_{LO}/\gamma_0 = 10$ , эта область для обоих термов (a и b) занимает почти весь интервал значений магнитного поля, где существует поляронный эффект. Действительно, в этом случае  $\gamma_a/\gamma_{ra} = 1$  при  $\lambda_{a1}/\Delta E = 1.24$ , а  $\gamma_b/\gamma_{rb} = 1$  при  $\lambda_{b1}/\Delta E = -1.82$ . Вблизи точек  $\lambda_{a1}$  и  $\lambda_{b1}$  поглощение термами a и b соответственно достигает наибольших значений ( $\mathcal{A} = 1/2$  и  $\mathcal{R} = 1/4$  в максимуме). В областях  $\lambda \gg \lambda_{a1}$  и  $\lambda \ll \lambda_{b1}$  поляронный эффект несуществен. Вторые максимумы на кривых  $\mathcal{R}(\omega_l)$  и  $\mathcal{A}(\omega_l)$  исчезают. Получаются результаты, как для пары  $n_e = n_h = 1$ ,  $l_e = l_h = l$  вдали от поляронного резонанса. В этой области  $\gamma_p/\gamma_{rp} \ll 1$  и отражение преобладает над поглощением.

В противоположном случае  $\bar{\nu}_{LO}/\gamma_0 = 0.1$  (кривая 3) почти во всей области магнетофонного резонанса выполняется условие  $\gamma_p/\gamma_{rp} \ll 1$ . Эта область включает в себя и точку резонанса  $\lambda = 0$ . Поглощение много меньше отражения, которое достигает значений  $\mathcal{R} = 1$  в точках обоих максимумов на кривой  $\mathcal{R}(\omega_l)$ . При  $\lambda_{a3}/\Delta E = -1.24$  и  $\lambda_{b3}/\Delta E = 1.68$  обратные нерадиационные и радиационные времена жизни сравниваются, что соответствует максимальному поглощению. Левее точки  $\lambda_{a3}$  терм a перестает взаимодействовать со светом, о чем свидетельствуют очень малые величины  $\gamma_{ra}$ . То же относится к терму b правее точки  $\lambda_{b3}$ . Кривые 2 на рис. 3 соответствуют промежуточному случаю  $\bar{\nu}_{LO}/\gamma_0 = 1$ . Точка максимального поглощения совпадает

с точкой резонанса  $\lambda = 0$ . Для терма  $a$  при  $\lambda > 0$  выполняется условие  $\gamma_a/\gamma_{ra} < 1$ , при  $\lambda < 0$  выполняется противоположное условие:  $\gamma_a/\gamma_{ra} > 1$ , для терма  $b$  — наоборот. При  $\gamma_p/\gamma_{rp} < 1$  преобладает отражение, при  $\gamma_p/\gamma_{rp} > 1$  — поглощение.

На рис. 4 приведен пример вычисленных зависимостей  $\mathcal{R}(H)$  и  $\mathcal{A}(H)$  вблизи магнетофононного резонанса. Используются параметры GaAs,  $\bar{\gamma}_{LO}/\gamma_0 = 10$ , кривые 1–3 соответствуют трем различным значениям частоты  $\omega_l$ .

Основные результаты, полученные в настоящей работе, заключаются в следующем. Выведены формулы для безразмерных коэффициентов отражения и поглощения света КЯ при нормальном падении света на поверхность КЯ для случая трехуровневых электронных систем. Вычисления основаны на учете радиационных времен жизни электронных систем на двух возбужденных уровнях. Вычислено радиационное время жизни ЭДП в КЯ, помещенных в СМП, при произвольном значении  $\mathbf{K}_\perp$  волнового вектора ЭДП в плоскости КЯ вдали от магнетофононного резонанса, а также радиационные времена жизни системы, состоящей из магнетополярона и дырки в валентной зоне. Получены выражения для вкладов в нерадиационные времена жизни поляронных состояний, обусловленные конечными временами жизни LO-фононов. Оказалось, что как радиационные, так и нерадиационные времена жизни поляронов очень сильно зависят от величины магнитного поля  $H$  вблизи магнетофононного резонанса. Функции  $\mathcal{A}(H)$  и  $\mathcal{R}(H)$  получены с учетом магнетополяронного эффекта.

Авторы признательны V.M. Bañuelos за сотрудничество и A. D'Amore за критические замечания.

## Список литературы

- [1] E.J. Johnson, D.M. Larsen. Phys. Rev. Lett. **16**, 15, 655 (1966).
- [2] A. Petrou, B.D. McCombe. In: Landau Level Spectroscopy / Eds G. Landwer, E.I. Rashba. Modern Problems in Condensed Matter Sciences. Vol. 27.2. North-Holland, Amsterdam (1991).
- [3] R.J. Nicholas, D.J. Barnes, D.R. Leadley, G.M. Langerak, J. Singleton, P.J. van der Wel, J.A.A.J. Perenboom, J.J. Harris, C.T. Foxon. In: Spectroscopy of Semiconductors Microstructures. Vol. 206 of Nato Advanced Study Institute. Series B: Physics / Eds G. Fasol, A. Fasolino, P. Lugli. Plenum N.Y. (1990). P. 451.
- [4] P.J. Nicholas. In: Handbook of Semiconductors / Ed. M. Balkanski. 2nd ed. North-Holland, Amsterdam (1994). Vol. 2.
- [5] Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **53**, 5(11), 1708 (1967); Письма в ЖЭТФ **6**, 2, 525 (1967).
- [6] Л.И. Коровин, С.Т. Павлов, Б.Э. Эшпулатов. ФТТ **20**, 12, 3594 (1978).
- [7] S. Das Sarma. I. Madhukar. Phys. Rev. **B22**, 2823 (1980).
- [8] S. Das Sarma. Phys. Rev. Lett. **52**, 859; 1570 (1984).
- [9] G.Q. Hai, T.M. Peeters, J.T. Devreese. Phys. Rev. **B47**, 16, 10358 (1993).
- [10] H. Fröhlich. Adv. Phys. **3**, 2, 325 (1954).
- [11] Л.И. Коровин, Б.Э. Эшпулатов. ФТТ **21**, 12, 3703 (1979).
- [12] L.C. Andreani. In: Confined Electrons and Photons / Eds E. Burstein, C. Weisbuch. Plenum Press, N.Y. (1995). P. 57.
- [13] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. Письма в ЖЭТФ **65**, 7, 511 (1997).
- [14] L.C. Andreani, F. Tassone, F. Bassani. Solid State Commun. **77**, 11, 641 (1991).
- [15] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 8, 2388 (1991).
- [16] F. Tassone, F. Bassani, L.C. Andreani. Phys. Rev. **B45**, 11, 6023 (1992).
- [17] A.V. Kavokin, M.R. Vladimirova, L.C. Andreani, G. Panzarini. In: Proc. Int. Symp. „Nanostructures: Physics and Technology 97“. A.F. Ioffe Phys. Techn. Inst., St. Petersburg (1997). P. 31.
- [18] L.C. Andreani, G. Panzarini, A.V. Kavokin, M.R. Vladimirova. Phys. Rev. **B57**, 8, 4670 (1998).
- [19] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **118**, 2(8), 388 (2000).
- [20] И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик. ЖЭТФ **78**, 3, 1167 (1980).
- [21] A. Garsia-Cristobal, A. Cantarero, C. Trallero-Giner. Phys. Rev. **B49**, 13430 (1994).
- [22] I.G. Lang, V.I. Belitsky, A. Cantarero, L.I. Korovin, S.T. Pavlov, M. Cardona. Phys. Rev. **B54**, 24, 17768 (1996).
- [23] N. Mori, T. Ando. Phys. Rev. **B40**, 9, 6175 (1989).
- [24] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **115**, 1, 187 (1999).
- [25] I.G. Lang, L.I. Korovin, A. Cantarero, S.T. Pavlov. Cond-mat/0001248.
- [26] D.A. Contreras-Solorio, S.T. Pavlov, L.I. Korovin, I.G. Lang. Phys. Rev. **B62**, 24, 16815 (2000); Cond-mat/0002229.
- [27] I.G. Lang, V.I. Belitsky. Solid State Commun. **107**, 10, 577 (1998).
- [28] I.G. Lang, V.I. Belitsky. Phys. Lett. **A245**, 3–4, 329 (1998).
- [29] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **43**, 6, 1117 (2001); Cond-mat/0004178.
- [30] А.Г. Жилич, С.Г. Монозон. Магнето- и электропоглощение света в полупроводниках. Изд-во ЛГУ, Л. (1984). С. 204.
- [31] V.I. Belitsky, M. Cardona, I.G. Lang, S.T. Pavlov. Phys. Rev. **B46**, 24, 15767 (1992).
- [32] И.Г. Ланг, С.Т. Павлов, А.В. Прохоров. ЖЭТФ **106**, 1(7), 244 (1994).
- [33] I.G. Lang, A.V. Prokhorov, V.I. Belitsky, A. Cantarero, S.T. Pavlov, M. Cardona. J. Phys.: Cond. Matter **8**, 6769 (1996).