0.1;0.3

Влияние переменного электрического поля на конвекцию жидкого диэлектрика в горизонтальном конденсаторе

© *Б.Л. Смородин*

Пермский государственный университет
E-mail: smorodin@psu.ru

Поступило в Редакцию 19 июля 2001 г.

На основе уравнений электрогидродинамики исследована электроконвективная неустойчивость слабопроводящей, неравномерно нагретой жидкости в переменном электрическом поле плоского горизонтального конденсатора. Рассмотрены произвольные частоты модуляции электрического поля и различные его формы: гармоническая и треугольная модуляция. В поле тяжести неустойчивость обусловлена взаимодействием диэлектрофоретического и термогравитационного механизмов неустойчивости. При нагреве слоя сверху возможна параметрическая неустойчивость. Численное решение задачи, найденное с помощью метода Флоке, в области низких частот хорошо согласуется с асимптотическими результатами.

Неоднородный нагрев слабопроводящих жидкостей, находящихся в электрическом поле, может приводить к неустойчивости равновесия и возникновению движения [1]. При нагреве сверху конвекция Рэлея–Бенара не возникает, однако неустойчивость может быть вызвана другими причинами, например диэлектрофоретическим механизмом неустойчивости [2]. Влияние электрических полей на движение жидкости используется в электрогидродинамических преобразователях энергии, осуществляющих прямое преобразование энергии электрического поля в кинетическую энергию потока жидкости. Другое техническое приложение связано с возможностью интенсифицировать или подавлять тепло и массоперенос в высоковольтных устройствах, а в некоторых случаях динамически управлять этими процессами [3].

Воздействие на конвекцию вибраций и модулированных тепловых полей исследовано в [4,5]. Существует и другой способ динамического воздействия на устойчивость равновесия жидкого диэлектрика. Использование переменных электрических полей конечной частоты [6] позволяет выяснить возможность резонансного возбуждения электроконвекции, что важно для разработки различного рода технологий и устройств с применением электрического поля.

В настоящей работе исследовано влияние периодического поля на конвекцию жидкого идеального диэлектрика в горизонтальном конденсаторе толщиной h с нагретыми до различных температур границами: $T(-h/2) = 0$; $T(h/2) = \Theta$. Потенциал верхней границы равен нулю, потенциал нижней изменяется со временем периодически: $\varphi(-h/2) = Uf(t)$; $f(t) = f(t + t_f)$, — с периодом t_f и частотой $\Omega = 2\pi/t_f$. Здесь U — эталонный уровень напряжения. Рассмотрены случаи различных форм приложенного напряжения. Для гармонической модуляции — $f(t) = \eta_1 + \eta_2 \cos(2\pi t/t_f)$. Амплитуда модуляции η_2 может изменяться непрерывно, η_1 принимает только два значения: $\eta_1 = 0$ для переменной разности потенциалов; $\eta_1 = 1$ соответствует модуляции на фоне постоянного поля. В случае модуляции треугольной формы:

$$f(t) = \begin{bmatrix} -1 + 2t/(0.9t_f), & 0 \leqslant t \leqslant 0.9t_f \\ 10(1.9 - 2t/t_f), & 0.9t_f \leqslant t \leqslant t_f \end{bmatrix} \tag{1}$$

напряжение растет по линейному закону на большей части периода, затем линейно убывает. Будем считать, что диэлектрическая проницаемость ε — линейная функция температуры: $\varepsilon = \varepsilon_0(1 - \beta_\varepsilon T)$, с положительным коэффициентом β_ε.

В случае, когда напряжение на конденсаторе не превышает некоторого критического значения, можно пренебречь инжекцией зарядов [7] и записать систему уравнений конвекции жидкого диэлектрика в гравитационном и электрическом полях и граничные условия к ней в безразмерном виде:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{P}(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}\right) = -\nabla p + \nabla^2\mathbf{v} + \mathrm{Ra}T\mathbf{e} - R_e' E^2 \nabla\varepsilon,$$

$$P\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T = \nabla^2 T, \quad \operatorname{div}\mathbf{v} = 0, \quad \operatorname{div}\varepsilon\mathbf{E} = 0,$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad \mathbf{e} = (0, 0, 1), \quad \varepsilon = 1 - S_\varepsilon T,$$

$$z = -1/2: \quad v = 0, \quad T = 0, \quad \varphi = f(t);$$

$$z = 1/2: \quad v = 0, \quad T = 1, \quad \varphi = 0, \tag{2}$$

где p, $\mathbf{v}$, φ, $\mathbf{E}$, T — поля давления, скорости, потенциала, напряженности электрического поля и температуры. $\mathrm{Ra} = g\beta\Theta h^3/\nu\chi$ — число Рэлея, $R'_e = \varepsilon_0 U^2/\nu\chi\rho$ — диэлектрофоретический аналог числа Галилея, $P = \nu/\chi$ — число Прандтля, $\omega = \Omega h^2/\nu$ — безразмерная частота модуляции, $S_\varepsilon = \beta_\varepsilon\Theta$ — параметр, характеризующий степень неоднородности диэлектрической проницаемости $(\rho, \nu, \chi, \beta$ — плотность жидкости, коэффициенты вязкости, температуропроводности, теплового расширения, g — ускорение свободного падения). Отметим, что случай $\mathrm{Ra} > 0$ в нашей постановке соответствует нагреву сверху. Для слабой зависимости диэлектрической проницаемости жидкости от температуры можно пренебречь пространственной неоднородностью электрического поля E_0 [2]. Квазиравновесие характеризуется следующим образом: $v_0 = 0$, $T_0 = 1/2 + z$, $\varphi = (1/2 - z) \cdot f(t)$, $E_0 = f(t)$.

Рассмотрим возмущения квазиравновесия вида $(\mathbf{v}, T, p, \mathbf{E}, \varphi) \sim \sim \exp(ik_x x + ik_y y)$. Здесь k_x, k_y — волновые числа, характеризующие периодичность возмущений в плоскости слоя $(k^2 = k_x^2 + k_y^2)$. Для амплитуд возмущений вертикальной скорости ω, температуры θ, потенциала φ получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами:

$$\frac{\partial \Delta w}{dt} = \Delta^2 w - \mathrm{Ra}k^2\theta + k^2 \cdot R_e \left(\theta \cdot f^2(\omega t) + \frac{\partial\varphi}{\partial z} f(\omega t)\right);$$

$$P\frac{\partial\theta}{\partial t} + w = \Delta\theta; \quad \Delta = \partial^2/\partial z^2 - k^2;$$

$$\Delta\varphi + \frac{\partial\theta}{\partial z} \cdot f(\omega t) = 0; \quad R_e = R'_e S_\varepsilon^2;$$

$$z = 0; 1, \quad w = 0, \quad w' = 0, \quad \theta = 0, \quad \varphi = 0; \tag{3}$$

здесь R_e — электрический аналог числа Рэлея. При произвольных значениях параметров R_e, Ra, ω, k, P решение системы (3) либо нарастает, либо затухает со временем. На границе устойчивости реализуется периодический режим. Для отыскания границ устойчивости применялся метод Флоке. Периодическое решение (3) находилось методом Галеркина–Канторовича. Пространственный базис строился с помощью собственных функций задачи о возмущениях в неподвижном слое [8].

Зависимости R_e от обратной частоты гармонической модуляции в периодическом и модулированном полях представлены на рис. 1 для нескольких значений уровня нагрева. Области неустойчивости расположены выше кривых. Сплошные линии представляют границы синхронных

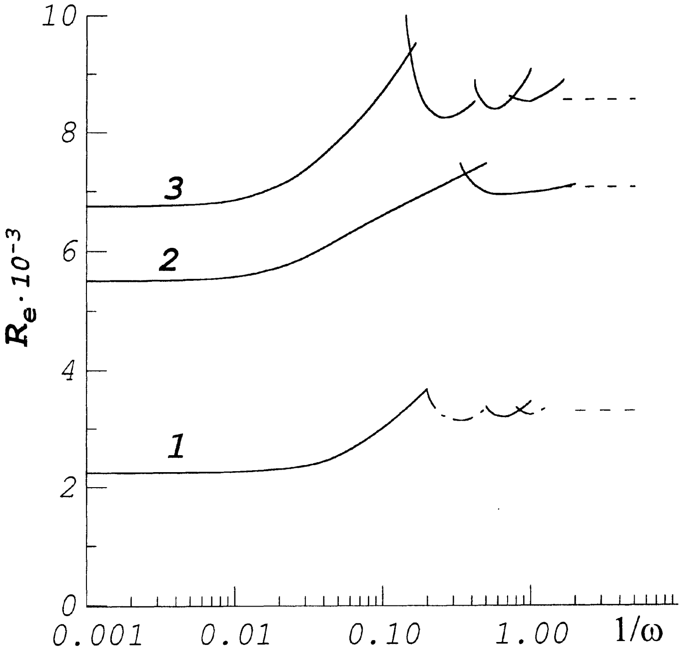

Рис. 1. Гармоническая модуляция. Границы устойчивости на плоскости $(R_e, 1/\omega)$; $P = 1$. Кривая *1* соответствует модулированному полю $\eta_1 = 1$, Ra=1000; кривые *2, 3* — переменному полю $\eta_1 = 0$ при Ra = 500, 1000 соответственно.

с внешним воздействием, нарастающих возмущений; штрихпунктирные линии — границы субгармонических режимов. Предел высоких частот наступает в случае $\omega \geqslant 100$. При конечных частотах модуляции ω неустойчивость связана с параметрическим резонансом. Для Ra = 500 минимум первой резонансной области в переменном поле ($\eta_1 = 0$) соответствует частоте $\omega = 1.56$ при критическом значении электрического числа Рэлея $R_e = 6931$. Как и в постоянном электрическом поле, рост числа Рэлея [2] приводит к увеличению порогов неустойчивости. Одновременно с этим эффекты параметрического возбуждения неустойчивости проявляются сильнее. Число областей неустойчивости

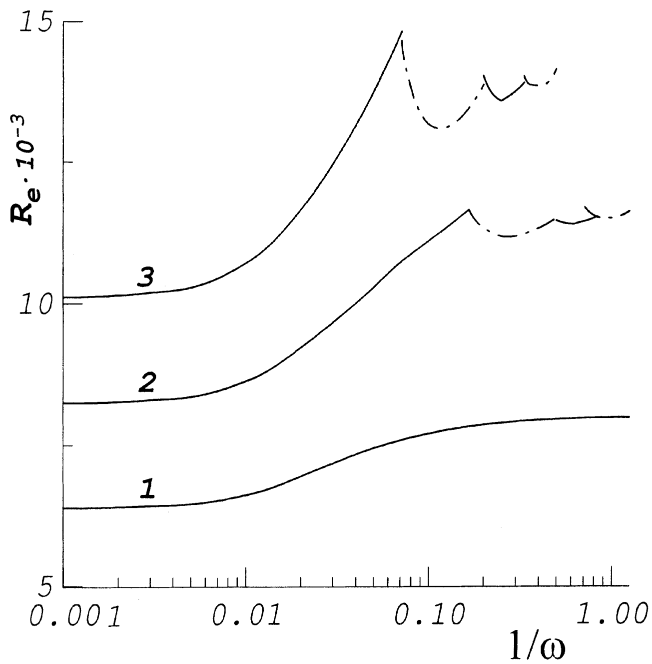

Рис. 2. Треугольная модуляция. Кривые *1–3* представляют границы устойчивости на плоскости $(R_e, 1\omega)$ для Ra = 0, 500, 1000; $P = 1$.

увеличивается. Резонансные частоты растут с увеличением Ra. В модулированном поле $(\eta_1 = 1)$ пороги высокочастотной и параметрической мод лежат ниже, чем в переменном поле $(\eta_1 = 0)$.

Рассматривая предельный случай низких частот, заметим, что в нулевом по ω порядке получается семейство "замороженных" квазистатических полей, а граница устойчивости находится из интегрального соотношения:

$$\int_0^{2\pi} \lambda_r(R_e, \eta_1 + \eta_2 f(\tau)) d\tau = 0, \tag{4}$$

где λ_r — вещественная часть комплексного декремента наиболее опасной моды в задаче устойчивости диэлектрической жидкости в постоянном поперечном поле горизонтального конденсатора [2]. Декремент λ также находился с помощью метода Галеркина. Границы неустойчивости в низкочастотном пределе ($\omega \to 0$) представлены горизонтальными штриховыми линиями.

Переменное поле треугольной формы, так же как и гармоническое модулированное поле $\eta_1 = 1$, приводит к тому, что на карте устойчивости появляется чередование областей синхронного и субгармонического отклика на изменение внешнего поля рис. 2. При этом граница устойчивости R_e для треугольной модуляции расположена выше, чем в гармоническом переменном поле. Это объясняется тем, что начало конвекции в переменном поле определяется параметром $R_{eff} = R_e\langle f(\omega t)^2\rangle$. В гармоническом поле $\langle f(\omega t)^2\rangle = 1/2$, в поле треугольной формы $\langle f(\omega t)^2\rangle = 1/3$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 01–01–00515).

Список литературы

[1] *Gross M.J., Porter J.E.* // Nature. 1966. V. 212. P. 1343–1345.
[2] *Turnbull R.J., Melcher J.R.* // Phys. Fluids. 1969. V. 12. N 6. P. 1160–1166.
[3] *Kosvintsev S.R., Velarde M.G.* // Proc. Int. Workshop on Electrical Conduction. Convection and Breakdown in Fluids. Sevilla, 1998. P. 109–114.
[4] *Гершуни Г.З., Келлер И.О., Смородин Б.Л.* // Докл. РАН. 1996. Т. 348. N 2. С. 194–196.
[5] *Смородин Б.Л., Шавкунов В.С.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 3. С. 1–5.
[6] *Smorodin B.L., Velarde M.G.* // J. Electrostat. 2000. V. 48. N 3–4. P. 261–277.
[7] *Жданов С.А., Косвинцев С.Р., Макарихин И.Ю.* // ЖЭТФ. 2000. Т. 117 (2). С. 398–406.
[8] *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.