## 01;03 Эффект снижения массообменных процессов в закрученных потоках

## © В.Л. Окулов, С.А. Мартемьянов

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск E-mail: okulov@itp.nsc.ru Laboratoire d'Etudes Thermiques UMR CNRS n 6608, ESIP, 40, avenue du Recteur Pineau 68022 Poitiers Cedex, France E-mail: martemianov@esip.univ-poitiers.fr

## Поступило в Редакцию 20 марта 2001 г.

Впервые предложена модель для описания массопереноса из закрученного потока к стенке цилиндрического реактора. С ее помощью дано объяснение возможности снижения массопереноса после закрутки потока.

Интенсификация массообменных процессов в гидродинамических потоках имеет большое значение для многих технических задач. Традиционно считалось, что использование закрутки потока всегда приводит к увеличению массообмена, за счет естественного увеличения длины траекторий и времени пребывания частиц в реакторе. Однако за последние десять лет были получены экспериментальные данные [1–3], в которых обнаружены режимы закрученных течений с меньшим массопереносом из потока к стенке, чем для поступательных (незакрученных) течений при том же значении расхода электролита в реакторе.

Для объяснения этого эффекта рассмотрим задачу о массопереносе в закрученном потоке в массообменной секции, представляющей собой цилиндр радиусом R и длиной L. С целью упрощения математической постановки задачи ограничимся исследованием стационарных осесимметричных режимов (будем пренебрегать влиянием турбулентных пульсаций и трехмерными эффектами). Пусть длина массообменной секции мала, так что развивающийся по длине этой секции пограничный слой имеет малую кривизну по сравнению с радиусом секции и не оказывает существенного влияния на невязкое течение в ядре потока. Предположим, что массоперенос не влияет на гидродинамику течения (число Шмидта *Sc* считается постоянным, и зависимость процессов

22

от него не обсуждается; оно достаточно велико, и диффузионный слой находится глубоко внутри пограничного слоя) и концентрация реагирующего на поверхности трубы вещества является постоянной и отличной от концентрации в ядре потока.

Расчет массообмена между стенкой и закрученным потоком будет проведен для течения, индуцированного осесимметричной вихревой структурой, которая определяет невязкое ядро потока в цилиндрической массообменной секции. Пусть ось вихря совпадает с осью цилиндра, а ядро вихря имеет радиус  $\varepsilon < R$  и состоит из винтовых вихревых линий постоянного шага  $2\pi l$  с постоянным значением осевой компоненты завихренности, которому соответствует простое поле скорости [4]:

$$w_{\varphi} = \frac{\Gamma}{r} \begin{cases} r^2/\varepsilon^2, & r < \varepsilon \\ 1, & r \geqslant \varepsilon \end{cases}; \qquad w_z = w_0 - \frac{\Gamma}{l} \begin{cases} r^2/\varepsilon^2, & r < \varepsilon \\ 1, & r \geqslant \varepsilon \end{cases}, \quad (1)$$

где  $\Gamma$  — циркуляция вихря;  $w_0$  — скорость на оси потока;  $w_z$  и  $w_{\varphi}$  — осевая и тангенциальная компоненты скорости невязкого течения (рис. 1). Выбранное решение уравнений Эйлера (1) хорошо описывает экспериментальные профили скоростей в различных закрученных течениях [4–6] и позволяет без привлечения каких-либо эмпирических гипотез рассчитать основные характеристики массопереноса (коэффициент массопереноса на поверхность цилиндрической трубы — k и число Шервуда — Sh). Наличие второй компоненты скорости в (1), связанной с закруткой потока, приводит к необходимости рассматривать уравнения 3-мерного пограничного слоя [7, с. 249] со следующими граничными условиями:

при y = 0: u = v = w = 0; при  $y = \infty$ :  $u = w_{\varphi}(R) \equiv V$ ;  $w = w_z(R) \equiv W$ ,

где u, v, w — компоненты скорости в пограничном слое; направление оси *x* совпадает с тангенциальным направлением; y = R - r — расстояние от стенки секции в радиальном направлении; ось *z* сохраняет свою ориентацию вдоль цилиндра (рис. 1). В силу предположения о неизменяемости невязкого течения (1) по всей длине массообменной секции, т. е. постоянства *V* и *W*, имеем  $\partial p/\partial z = 0$ . Это приводит к полному совпадению двух уравнений в системе для 3-мерного пограничного слоя, откуда следует, что v/w = V/W, причем оставшиеся два независимых



**Рис. 1.** Осесимметричная вихревая структура, индуцирующая закрученный поток в трубе, и система координат для пограничного слоя на стенке трубы (штриховая линия — форма винтовой вихревой линии в ядре вихря; сплошная линия — форма траектории движения частиц жидкости).

уравнения системы соответствуют уравнениям пограничного слоя для плоской пластины. Следовательно, напряжения трения на поверхности трубы будут иметь вид:

$$\tau_{\varphi} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} = 0.332 \sqrt{\frac{\mu \rho W}{z}} V, \ \tau_{z} = \mu \frac{\partial w}{\partial y}\Big|_{y=0} = 0.332 \sqrt{\frac{\mu \rho W}{z}} W; \ (2)$$

здесь  $\mu$  — динамическая вязкость,  $\rho$  — плотность жидкости. Переходя к рассмотрению массообменных процессов, заметим, что внутри тонкого

диффузионного слоя, лежащего глубоко внутри пограничного слоя, после разложения в ряд Тейлора и пренебрежения малыми величинами компоненты скорости могут быть представлены через компоненты трения на стенке (2):

$$u = -\frac{1}{2} y^2 \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{y=0}; \quad v = y \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=0}; \quad w = y \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad (3)$$

где формула для компоненты скорости *и* следует из уравнения неразрывности. Используя предположения задачи и соотношения (2) и (3), внутри тонкого диффузионного слоя уравнение стационарной диффузии примет вид

$$\frac{\tau_z}{\mu} y \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial \tau_z}{\partial z} y^2 \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\tau_\varphi}{\mu} y \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}, \tag{4}$$

с соответствующими поставленной задаче граничными условиями

 $c = c_{\infty}$  при z = 0 или  $y \to \infty$  и c = 0 при y = 0 и  $0 \le z \le L$ . (5)

Отсутствие зависимости граничных условий [5] от угловой координаты позволяет пренебречь зависимостью от координаты *x* в уравнении (4), что приводит к отсутствию конвективного массопереноса в тангенциальном направлении массообменной секции. В результате интегрирование уравнения (4) с граничными условиями (5) проводится аналогично задаче о диффузии к плоской пластине [8] и приводит к следующему соотношению для коэффициента массопереноса на поверхность цилиндра:

$$k(z) = -\frac{D}{c_{\infty}} \frac{\partial c}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{D}{\delta(z)}; \quad \delta(z) = 2.95 \cdot Sc^{-1/3} \left(\frac{\nu z}{W}\right)^{1/2}.$$
(6)

Соответственно осредненное по поверхности число Шервуда имеет вид

$$\overline{Sh} = \frac{1}{D} \int_{0}^{L} k(z) dz = 0.678 \cdot Sc^{1/3} \left(\frac{W \cdot L}{\nu}\right)^{1/2}.$$
(7)

Следовательно, в рамках рассмотренной осесимметричной модели течения влияние закрутки потока на характеристики массопереноса (6) и (7) может проявляться только через особенности поведения осевой

Интегральные параметры	G/RU	$Q/\rho UR^2$	$M/\rho U^2 R^3$	$J/\rho U^2 R^2$	$E/\rho U^3 R^2$	Относительная интенсивность
потока	0.212	3.142	0.444	4.224	3.236	массообмена
Параметры вихревых структур	$\Gamma/UR$	$2\pi l/R$	$\varepsilon/R$	$w_0/U$	$p_0/ ho U^2$	$\frac{\overline{Sh}_{swirl}}{\overline{Sh}_{axial}}$
Правовинтовая	0.212	0.879	0.623	2.4	0.07	0.84
Левовинтовая	0.212	-0.667	1.0	0.0	0.0	1.414

Сравнение интенсивности массообмена в закрученных потоках с разной винтовой симметрией поля завихренности

компоненты скорости в невязком течении. Но именно ее поведение имеет неоднозначный характер. Действительно, в закрученных потоках существует по крайней мере два принципиально разных режима течения: с право- и левовинтовыми вихрями, генерирующими потоки со струеподобными (с максимумом на оси) и со следоподобными (с минимумом на оси) профилями осевой компоненты скорости [4]. Возможность реализации обоих режимов на примере распада вихря для широкого диапазона изменения среднерасходного числа Рейнольдса (от 1500 до 300 000) была установлена экспериментально в [9-11], а в [5] это явление было объяснено как возможность существования двух вихревых структур с разной винтовой симметрией при одних и тех же интегральных характеристиках потоков. В самом деле, если не принимать в расчет потери в тонком пограничном слое, то для закрученных течений в цилиндрических трубах должны сохраняться интегральные характеристики потока: расход — Q; циркуляция скорости — Г; осевые потоки момента количества движения — М, количества движения — J и энергии — Е. Расчеты [5-6] подтвердили, что при одинаковых интегральных характеристиках, зафиксированных на входе в рабочий участок, для всех режимов течений с распадом вихря [9–11] существует две разные вихревые структуры (1): до распада в закрученном потоке присутствует правый винтовой вихрь (1 — положительно), а после распада — левый (*l* — отрицательно).

Для анализа массообмена рассмотрим пример двух вихревых структур с разной винтовой симметрией, существующих при одних и тех же интегральных параметрах течения (см. таблицу). Чтобы исключить



**Рис. 2.** Профили скоростей, нормированные на среднерасходную скорость *U*, для течений с разной симметрией поля завихренности при одинаковых интегральных характеристиках течения (штриховая линия — правый, а сплошная линия —левый вихри; штрихпунктирная линия — профиль осевой скорости в незакрученном потоке).

разный вклад от тангенциальной компоненты скорости, влияние которой модель (7) не учитывает, обе структуры имеют одинаковые значения этой компоненты на стенке трубы, но значения осевой компоненты скорости для них различны (рис. 2). Дополнительно в последней колонке таблицы приведены отношения чисел Шервуда (7) к соответствующим числам Шервуда, рассчитанным для незакрученного ламинарного потока при том же расходе [8]. Для течений с правовинтовыми вихрями массоперенос оказался меньше, чем для течений с левовинтовыми вихрями вихрями. Причем он оказался существенно меньше и по сравнению с чисто осевым, незакрученным потоком (значение отношения чисел Шервуда в таблице меньше единицы).

Таким образом, в данной работе впервые построена математическая модель массопереноса в простейшем закрученном незатухающем потоке. С ее помощью доказана возможность реализации разного массопереноса в течениях с разной винтовой симметрией поля завихренности. Причем в случае возникновения в потоке вихря с правовинтовой симметрией завихренности в ядре (генерирующего струеподобный профиль осевой скорости) массоперенос из потока к стенке будет меньше, чем в чисто осевом, незакрученном течении.

Работа частично финансировалась в рамках проекта РФФИ 00-05-65463.

## Список литературы

- Legentilhomme P., Aouabed A., Legrand J. // Chem. Eng. J. 1993. V. 52. P. 137–147.
- [2] Yapici S., Patrick M.A., Wragg A.A. // J. Appl. Electrochem. 1995. V. 25. P. 15–22.
- [3] Sa M.S. de, Shokry E., Soegiarto I.V. // Canadian J. Chem. Eng. 1991. V. 69. P. 294–299.
- [4] Alekseenko S.V. et al. // J. Fluid Mech. 1999. V. 382. P. 195-243.
- [5] Окулов В.Л. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22 (19). С. 47-54.
- [6] Мурахтина Т.О., Окулов В.Л. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26 (10). С. 66-72.
- [7] Schlichting H. Boundary-Layer Theory (7<sup>th</sup> edition). McGraw-Hill, Inc, 1979.
- [8] Levich V.A. Physicochemical Hydrodynamics. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York, 1962.
- [9] Leibovich S. // Ann. Rev. of Fluid Mech. 1978. V. 10. P. 221-246.
- [10] Escudier M. // Prog. Aerosp. Sci. 1988. V. 25. P. 189–229.
- [11] Sarpkaya T., Novak F. // AIAA Paper N 99-0135. P. 1-19.