01;05

Электротепловая неустойчивость полярного полимерного диэлектрика за областью температуры стеклования

© *О.А. Емельянов*

С.-Петербургский государственный технический университет
E-mail: elmf-dean@servccphtf.stu.neva.ru

Поступило в Редакцию 21 марта 2001 г.

Рассмотрено стационарное температурное состояние полярных диэлектриков в условиях воздействия электрического поля. Особенностью указанного типа диэлектриков является наличие максимума фактора потерь $\varepsilon''(T)$ за областью температуры стеклования. На основе представлений, использующих формулу Кирквуда для $\varepsilon''(T)$, получены точные решения нелинейной модельной задачи. Показана множественность стационарных температурных состояний, поверхность которых в пространстве параметров нагрузки и температуры окружающей среды имеет топологическую особенность типа "сборка".

1. Известно, что тепловое состояние диэлектрика, находящегося под воздействием электрического поля E, может оказаться неустойчивым. Развитие указанной неустойчивости в области высоких температур заканчивается тепловым пробоем. При ограничении тока теплового пробоя в диэлектрических структурах возникают интересные электрокинетические явления, обусловливающие нелинейный характер вольт-амперных и вольт-фарадных характеристик (ВАХ, ВФХ) и т.д. [1]. Подобные диссипативные эффекты возникают вследствие сильной зависимости плотности объемного тепловыделения q_v от температуры T:

$$q_v = \omega\varepsilon_0\varepsilon'' E^2, \tag{1}$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon_0'' \exp(-W/kT), \tag{2}$$

где ω, E — соответственно частота и величина электрического поля, ε'' — фактор потерь, W — энергия активации, k — постоянная Больцмана. Феноменологическая теория электротеплового состояния сводится к решению нелинейной задачи теплопроводности с источником q_v. Известен ряд результатов в случае гладких зависимостей

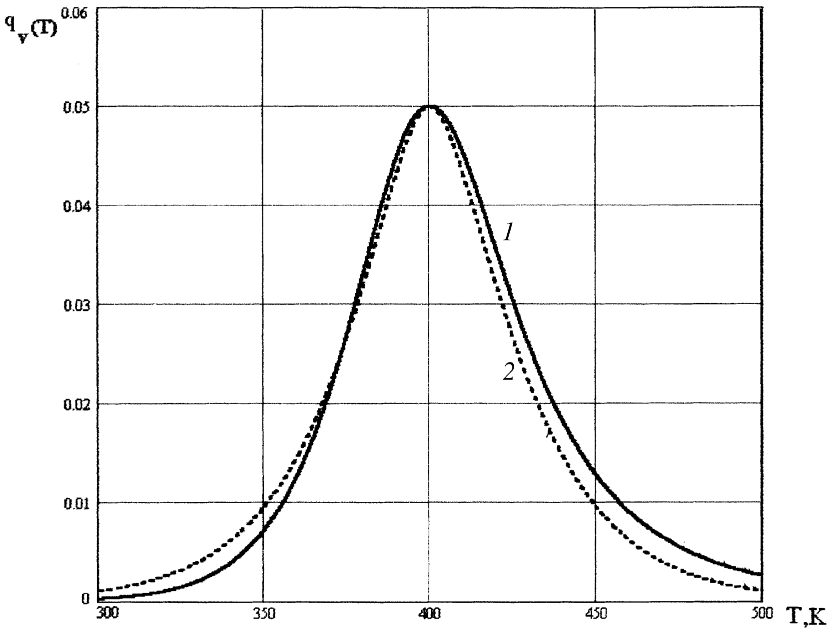

Рис. 1. Вид источников объемного тепловыделения в соответствии: *1* — с формулой Кирквуда (6) и *2* — модельного (7).

$\varepsilon''(T)$, в том числе и в виде (2) [2,3]. Вместе с тем интересен анализ электротеплового режима диэлектрика в случае немонотонной зависимости $\varepsilon''\ (T)$ (наличие максимума), что характерно для большого класса полярных диэлектриков (например, полимеры ПЭТФ, ПВА и др.) (рис. 1). Немонотонный характер $\varepsilon''(T)$ обусловливает возникновение нескольких стационарных температурных состояний, переход между которыми в протяженных пленках диэлектрика может происходить по автоволновому механизму. Экспериментальные данные и их оценка получены в [4]. Устойчивые температурные состояния и автоволны температуры в этом случае представляют собой простейшие типы диссипативных структур [5]. Для конечной толщины диэлектрика (например, модель–плоский конденсатор) следует ожидать также множественности стационарных температурных состояний. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

2. В качестве одномерной модели примем тонкий плоский конденсатор, диэлектрик которого толщиной $2h$ обладает коэффициентом теплопроводности λ и находится под действием поля $E = E_0 \sin \omega t$, где частота $\omega > \omega_M$ ($\omega_M = \sigma/\varepsilon\varepsilon_0$ — максвелловская частота, σ — электропроводность диэлектрика). В этом случае $E(x) = \mathrm{const}$ (что следует из $\operatorname{div} j_n = \operatorname{div}(\sigma \cdot E(x)) = 0$, при этом j_n — полный ток в диэлектрике). Состояние стационарного температурного поля $T(x)$ системы определяется решением следующей нелинейной задачи:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dx}\lambda(T)\dfrac{dT}{dx} + q_v(T) = 0; \quad \left.\dfrac{dT}{dx}\right|_0 = 0, & (3) \\ \lambda(T)\left.\dfrac{dT}{dx}\right|_{\pm h} = \mp\alpha\left(T\big|_{\pm h} - T_0\right) \text{ (ГУ III рода)} & (4) \\ \text{или} & \\ T\big|_{\pm h} = T_0 \text{ (ГУ I рода).} & (5) \end{cases}$$

Здесь q_v определяется в соответствии с (1), α — коэффициент теплоотдачи, T_0 — температура окружающей среды.

Решения (3) с учетом соответствующих граничных условий (ГУ) I рода (5) или III рода (4) будут соответствовать стационарным состояниям системы.

Известно [6], что $\varepsilon''(T)$ для ряда полярных диэлектриков удовлетворительно описывается формулой Кирквуда:

$$\varepsilon''(T) = \frac{2\varepsilon''_{\max}}{(\omega\tau_p)^{\beta_p} + (\omega\tau_p)^{-\beta_p}} = \varepsilon''_{\max} \cdot \operatorname{sch}\left[\beta_p \ln(\omega\tau_p)\right], \qquad (6)$$

где ω — частота приложенного поля E, $\tau_p = \tau_0 \exp(W/kT)$ и β_p — время релаксации и параметр распределения, W — энергия активации. Существенная нелинейность $\varepsilon''(T)$ позволяет в первом приближении пренебречь более слабыми зависимостями λ и α от температуры. Используя разложение $\exp(W/kT)$ в (6) и учитывая асимптотику $\operatorname{sch}[\beta_p \ln(\omega\tau_p)]$ в области T_c (максимум $\varepsilon''(T)$), получаем следующее выражение для $\varepsilon''(T)$:

$$\varepsilon''(T) = \varepsilon''_{\max} \cdot \exp\bigl[-(\beta_p W/kT_c^2) \cdot |T - T_c|\bigr] \times \bigl[2 - \exp[(-(\beta_p W/kT_c^2) \cdot |T - T_c|\bigr]. \tag{7}$$

Используя следующие безразмерные параметры:

$$\beta = \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon''_{\max}(E \cdot 2h)^2}{\lambda} \cdot \frac{\beta_p \cdot W}{kT_c^2} \ \text{— параметр нагрузки}, \tag{8}$$

$$\vartheta = \frac{T - T_c}{kT_c^2} \cdot \beta_p \cdot W \ \text{— безразмерная температура}, \tag{9}$$

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha h}{\lambda} \ \text{— критерий Био}, \tag{10}$$

$$y = \frac{x}{h} \ \text{— безразмерная координата}, \tag{11}$$

приведем систему (3)–(5) к виду:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\vartheta}{dy^2} + \beta\exp(-|\vartheta|) \cdot (2 - \exp -|\vartheta|) = 0, & (12) \\ \dfrac{d\vartheta}{dy}\Big|_0 = 0 \qquad \dfrac{d\vartheta}{dy}\Big|_{\pm 1} = \mp\mathrm{Bi}(\vartheta\big|_{\pm 1} - V_0) \ \text{(ГУ III рода)}, & (13) \\ \text{или} & \\ \dfrac{d\vartheta}{dy}\Big|_0 = 0 \qquad \vartheta\big|_{\pm 1} = V_0 \ \text{(ГУ I рода)}. & (14) \end{cases}$$

Вид модельного источника $q_v(T)$ с учетом (7) при $\beta = \varepsilon_{\max}$ приведен на рис. 1. В этой системе (12)–(14) решение $\vartheta \leqslant 0$ соответствует температурным состояниям слева от $T_c(T \leqslant T_c)$, $\vartheta \geqslant 0$, соответственно — $T \geqslant T_c$, V_0 — безразмерная температура поверхности диэлектрика. Таким образом, решение $\vartheta(x)$ для ГУ I рода зависит от двух параметров: нагрузки β и температуры поверхности диэлектрика V_0: $\vartheta = \vartheta(x, \beta, V_0)$. В случае ГУ III рода в зависимость ϑ добавляется безразмерный параметр Bi.

3. Систему (12)–(14) удается проинтегрировать до конца и выписать точное решение для обоих типов ГУ. Приведем решение температурного поля $\vartheta(x)$ для ГУ I рода:

3.1. $V_0 \leqslant \vartheta < \vartheta_m \leqslant 0$

$$\vartheta(x) = \ln \frac{4-a^2}{2 + a \cdot \mathrm{ch}(y\sqrt{\beta}\sqrt{4-a^2})}. \tag{15}$$

3.2. $V_0 \leqslant 0$, $\vartheta_m \geqslant 0$, $\vartheta(x) \leqslant 0$; для $\vartheta(x) \geqslant 0$ решение соответствует (19).

Для $\vartheta_m \leqslant -\ln(2-\sqrt{2})$:

$$\vartheta(x) = \ln \frac{4-c^2}{2 + c \cdot \mathrm{ch} Y}, \quad Y = \Big(\big(y\sqrt{\beta} - A\big)\sqrt{4-c^2}\Big) - \ln B. \tag{16}$$

Для $\vartheta_m \geqslant -\ln(2-\sqrt{2})$:

$$\vartheta(x) = \ln \frac{4+c^2}{2 + c \cdot \mathrm{sh}\, Y}. \tag{17}$$

Значение A в обоих случаях:

$$A = \frac{1}{\sqrt{4-b^2}} \arccos \frac{2-b^2}{b}, \quad B = \frac{c}{\sqrt{4 \mp c^2}\sqrt{1 \mp c^2} + 2 \mp c^2}. \tag{18}$$

Знак "–" в (18) соответствует решению (16), а "+" — соответственно (17).

3.3. $V_0 \geqslant 0$

$$\vartheta(x) = \ln \frac{2 + b \cdot \cos(y\sqrt{\beta}\sqrt{4-b^2})}{4-b^2}. \tag{19}$$

Для всех случаев $\vartheta(x)$:

$$\begin{cases} a = 2 - \exp(\vartheta_m), \\ b = 2 - \exp(-\vartheta_m), \quad \vartheta_m \text{ — максимальная безразмерная температура} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{(в центре диэлектрика)}, \\ c^2 = |b^2 - 2|. \end{cases}$$

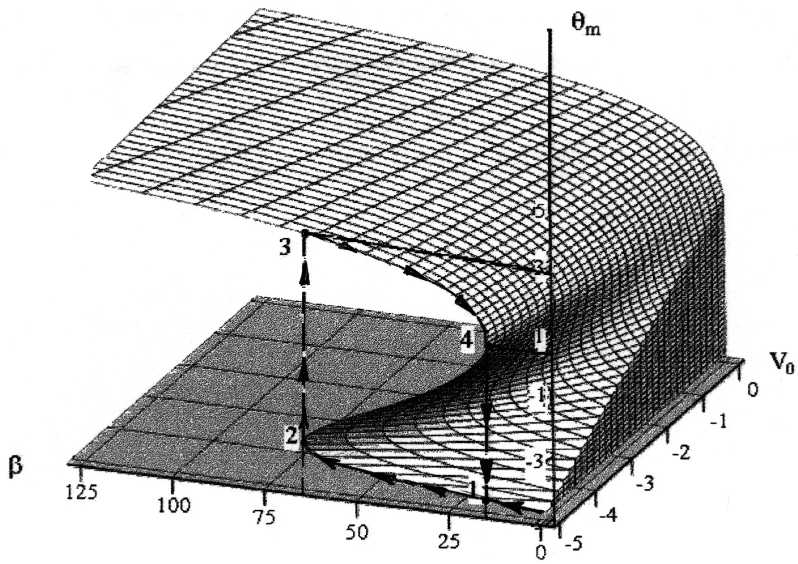

Рис. 2. Температура центра диэлектрика ϑ_m в пространстве параметров (β, V_0). $V_0^* = -5$.

Из условия $\sqrt{\beta} = \int\limits_{V_0}^{\vartheta_m} \frac{d\vartheta}{\sqrt{\int\limits_{\vartheta}^{\vartheta_m} q_v(U)dU}}$ имеем неявную зависимость $\vartheta_m = f(\beta, V_0)$.

4. Решение для наиболее интересного случая $V_0 < 0$, $\vartheta_m > 0$ (т. е. распределение $T(x)$ охватывает зону максимума $\varepsilon''(T)$ в области T_c в соответствии с п. 3.2) имеет вид

$$\sqrt{\beta} = \frac{1}{\sqrt{4-b^2}} \arccos \frac{2-b^2}{b} - \frac{1}{\sqrt{2+b^2}}$$

$$\times \ln\left(\frac{(\sqrt{2+b^2}\sqrt{b^2-1}+b^2)\exp(V_0)}{\sqrt{2+b^2}\sqrt{(2-\exp(V_0))^2+b^2-2}+2+b^2-2\exp(V_0)}\right). \quad (20)$$

На рис. 2 представлен вид поверхности $\vartheta_m = \vartheta_m(\beta, V_0)$, являющейся многозначной функцией своих параметров. Рассмотрим сечение ϑ_m для фиксированной температуры поверхности диэлектрика V_0^*. Восходящие ветви ϑ_m отвечают устойчивым температурным состояниям системы, а нисходящая — неустойчивому. При плавном увеличении нагрузки β, например за счет увеличения рабочего напряжения $U = E \cdot 2h$, система из состояния (1) скачком переходит в состояние (2). Далее, уменьшая нагрузку, осуществляется обратный переход из состояния (3) в (4).

В данном случае имеется гистерезис, что наблюдалось экспериментально при исследовании работоспособности ПЭТФ конденсаторов в условиях больших значений реактивной мощности $\omega c U^2$. При значении параметра $V_0 \geqslant 0$ $(T_0 \geqslant T_c)$ многозначность ϑ_m исчезает. В соответствии с теорией катастроф поверхность $\vartheta_m(\beta, V_0)$ имеет типичную особенность типа "сборка"–A_3 [7].

Представляющий интерес анализ динамики рассмотренных переходов 1–2–3–4 выходит за рамки настоящей статьи.

Выводы

1. На основе соотношения Кирквуда, удовлетворительно описывающего зависимость $\varepsilon''(T)$ для широкого класса полярных диэлектриков, получены точные решения нелинейной модельной задачи тепловой устойчивости диэлектрика в переменном электрическом поле.

2. Показано, что при определенных значениях параметров задачи: температуры стенки плоского конденсатора V_0 и параметра нагрузки β, возможна множественность стационарных температурных состояний системы.

3. В пространстве указанных параметров температура в центре диэлектрика ϑ_m характеризуется многозначной поверхностью $\vartheta_m(V_0, \beta)$, имеющей топологическую особенность типа "сборка".

Список литературы

[1] *Харитонов Е.В., Ермолина Э.И.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. В. 7. С. 1279–1287.
[2] *Харитонов Е,В., Ермолина Э.И.* // ЖТФ. 1987. Т. 29. В. 4. С. 977–984.
[3] *Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П.* // Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987. 480 с.

[4] *Бондаренко П.Н., Емельянов О.А., Койков С.Н.* // ЖТФ. 1989. Т. 15. В. 16. С. 45–50.
[5] *Кернер Б.С., Осипов В.В.* // УФН. 1990. Т. 160. В. 9. С. 1–73.
[6] *Сажин Б.И.* // Электрические свойства полимеров. Л.: Химия, 1986. 224 с.
[7] *Арнольд В.И.* // Теория катастроф. М.: Наука, 1990. С. 128.