

Возникновение двойного предельного цикла при примесном электрическом пробое компенсированного полупроводника при закороченной эдс Холла

© К.М. Джандиери[¶], З.С. Качлишвили

Тбилисский государственный университет (Факультет физики),
380028 Тбилиси, Грузия

(Получена 24 ноября 1999 г. Принята к печати 25 ноября 2000 г.)

С помощью компьютерного моделирования исследованы нелинейные автоколебания при примесном пробое компенсированного полупроводника в классически сильном магнитном поле при условии закороченной эдс Холла. В результате установлено, что в некотором интервале изменения сопротивления нагрузки (включенного последовательно с образцом) и эдс источника питания постоянного тока на фазовой диаграмме системы появляется двойной предельный цикл. Этот эффект в принципе дает возможность создать такой высокочастотный генератор, который в одних и тех же внешних условиях будет работать в разных амплитудных режимах.

Низкотемпературный электрический пробой компенсированного полупроводника является одним из благоприятствующих условий возникновения колебательной неустойчивости. Этот вопрос интенсивно исследовался как экспериментально (см., например, [1]), так и теоретически (см., например, [2]). Исследования показали, что среди внешних параметров, от которых существенно зависит характер нелинейной динамики проводимости полупроводника, важную роль играет магнитное поле. В связи с этим естественно выделяются два случая: режим заданного направления тока (холловский ток $J_Y = 0$) и режим заданного направления поля (холловское поле $E_Y = 0$). В первом случае в динамике системы, наряду с диэлектрической релаксацией приложенного поля, важную роль играет и релаксация холловского поля [3,4]. Используя эту идею, в указанных работах получены регулярные и хаотические автоколебания в режиме заданного тока. В работе [3] были учтены основные и возбужденные уровни водородоподобной примеси, тогда как в работе [4] исследования проводились без учета возбужденного уровня, что дало возможность установить простой и наглядный аналитический критерий возникновения незатухающих автоколебаний. Результаты, полученные в работе [3,4], качественно одинаковы.

В настоящей работе с помощью компьютерного моделирования исследуются нелинейные автоколебания в однородном полупроводнике в режиме заданного направления поля.

Рассмотрим компенсированный полупроводник (для конкретности n -типа), включенный последовательно с сопротивлением нагрузки R и с источником постоянного тока с электродвижущей силой \mathcal{E} . На полупроводник перпендикулярно к направлению электрического поля \mathbf{E} приложено магнитное поле \mathbf{H} . Исследования проводились на основе математической модели, содержащей

следующие дифференциальные уравнения [5]:

$$\frac{dn}{dt} = (J_{\text{оп}} + A_T)(N_d - N_a - n) + A_1(N_d - N_a - n)n - B_T(N_a + n)n, \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4\pi L}{\varepsilon SR} \left[\zeta - E - \frac{eSR}{L} \mu n E \right], \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\theta - \theta_0(E)}{\tau_d}, \quad (3)$$

где n , N_d и N_a — концентрация свободных электронов, доноров и компенсирующих акцепторов соответственно; $J_{\text{оп}}$ и A_T — темпы световой и тепловой генерации с донорных уровней, а A_1 и B_T — коэффициенты ударной ионизации и тепловой рекомбинации соответственно; L , S и ε — длина, поперечное сечение вдоль тока и диэлектрическая проницаемость образца; $\zeta \equiv \mathcal{E}/L$; μ — подвижность свободных электронов; $\theta \equiv T_e/T$ — электронная температура, номинированная на температуру решетки T , а $\theta_0(E)$ — ее стационарное значение, которое для данного значения E определяется из уравнения баланса энергии; τ_d — время запаздывания, пропорциональное времени релаксации энергии [6].

Уравнение (1) описывает кинетические процессы, протекающие на водородоподобном донорном уровне. Уравнение (2) описывает диэлектрическую релаксацию электрического поля в полупроводнике; что касается уравнения (3), оно характеризует запаздывание электронной температуры относительно изменения электрического поля. Запаздывание обусловлено инертностью разогрева электронного газа. Такое уравнение впервые было использовано в работе [7] для описания запаздывания коэффициента ударной ионизации. В работе [8] это уравнение обобщено для описания релаксации средней энергии электронного газа.

Как видим, задача рассматривается с использованием метода электронной температуры. Следовательно, все кинетические коэффициенты рассматриваются как

[¶] E-mail: faculty@tsu.ge

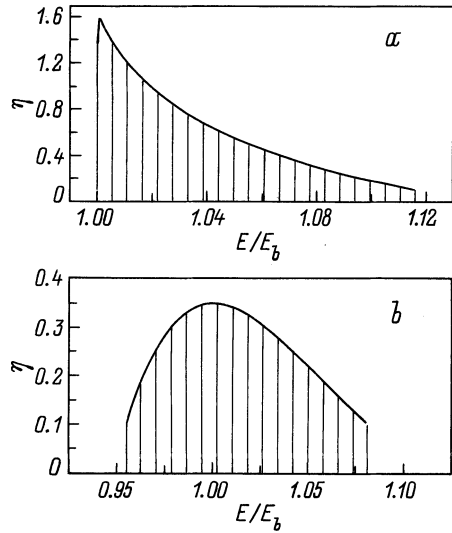


Рис. 1. Бифуркационные диаграммы для n -Ge на плоскости $(E/E_b, \eta)$. Расчетные параметры: температура $T = 4.2$ К, степень компенсации $c = 0.95$, $N_d = 5 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$; темп световой генерации J_{op} , с $^{-1}$: $a - 10^3$, $b - 10^8$.

функции величины θ . Для зависимостей $A_1(\theta)$ и $B_T(\theta)$ воспользуемся выражениями, данными в работах [9,10], где они вычислены с помощью сечения ионизации Дравина и исправленной теории каскадного захвата Лэкса соответственно. Подвижность носителей заряда имеет следующий вид [11,12]:

$$\mu = \frac{e}{m^*} \left\langle \frac{\tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \right\rangle, \quad (4)$$

где m^* — эффективная масса свободных носителей заряда, τ — время релаксации импульса, а $\omega_c = eH/m^*c_0$ — циклотронная частота (c_0 — скорость света в вакууме). В классически сильном магнитном поле ($\omega_c^2 \tau^2 \gg 1$) выражение (4) приобретает более простой вид

$$\mu = \frac{e}{m^* \omega_c^2} \left\langle \frac{1}{\tau} \right\rangle. \quad (5)$$

Отметим, что на основе вышеприведенной модели в работе [5] нами было получено необходимое и достаточное условие возникновения незатухающих автоколебаний, которое на основе ряда физических соображений и математических преобразований было доведено до сравнительно простого аналитического критерия. Из него следует, что появлению колебательной неустойчивости способствует большое значение концентрации доноров и высокая степень компенсации, а также классически сильное магнитное поле. Последнее является одним из важных благоприятных факторов обеспечения колебательной неустойчивости полупроводника, поскольку благодаря сильному магнитному полю кардинально изменяется характер зависимости подвижности от электронной температуры и при рассеянии на ионах примеси, согласно (5), вместо $\mu \propto \theta^{3/2}$ имеем $\mu \propto \theta^{-3/2}$. В результате

становится возможным насыщение дрейфовой скорости, что крайне важно для возникновения автоколебаний [7]. В рамках нашей математической модели влияние магнитного поля фактически существенно проявляется только в указанном изменении зависимости $\mu(\theta)$ (от магнитного поля конечно зависят и коэффициенты A_1 и B_T из-за зависимости θ от H , но не эта зависимость ответственна за качественное изменение поведения системы).

Для компьютерного моделирования параметры системы подбираются на основе полученного нами аналитического критерия.

Для удобства внесены следующие безразмерные переменные:

$$X \equiv (n - n^*)/n^*, \quad Y \equiv (E - E^*)/E^*, \quad Z \equiv (\theta - \theta^*)/\theta^*.$$

Здесь и далее везде знак "звездочка" указывает на равновесные значения соответствующих величин. Для расчетов мы пользовались следующими аппроксимированными выражениями:

$$A_1(\theta) = C_1 \theta^{C_2} \exp(-C_3 \theta), \quad B_T(\theta) = \frac{C_4}{\theta^{3/2}},$$

$$\mu_1(\theta) = C_5 \theta^{C_6}, \quad \theta_0(E) = C_7 E^{C_8},$$

где

$$C_1 = 7.2 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}, \quad C_2 = 2.86,$$

$$C_3 = 0.05, \quad C_4 = 2.12 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{с},$$

$$C_5 = 9.45 \cdot 10^5 \text{ см}^3/\text{с}, \quad C_6 = -1.013,$$

$$C_7 = 11.86, \quad C_8 = 0.87,$$

которые хорошо описывают реальные зависимости [9,10] в окрестности точки пробоя, где и ожидается возникновение нелинейных колебаний.

Бифуркационные диаграммы на плоскости $(E/E_b, \eta)$, где E_b — пробивное значение электрического поля, а $\eta \equiv E/(\zeta - E)$, приведены на рис. 1. Они построены для n -Ge при следующих условиях: $T = 4.2$ К, степень компенсации $c = 0.95$, $N_d = 5 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$. Заштрихованные области на диаграммах соответствуют точкам равновесия типа седло–фокус (неустойчивые точки другого типа в нашей конкретной задаче не существуют), т.е. незатухающим автоколебаниям в системе. Сравнение рис. 1, a и b показывает, что с возрастанием интенсивности подсветки заштрихованная область расширяется в сторону пробивных значений электрического поля.

В указанной области изучены колебания плотности тока при помощи компьютерного моделирования с применением численного метода Рунге–Кутты. В результате получено, что с уменьшением η при фиксированном значении электрического поля в полупроводнике амплитуда колебаний заметно возрастает (примерно в 8–10 раз), а частота слегка уменьшается (примерно вдвое). С возрастанием же электрического поля при фиксированном значении η амплитуда колебаний слегка уменьшается, а частота — слегка возрастает. Согласно обозначению,

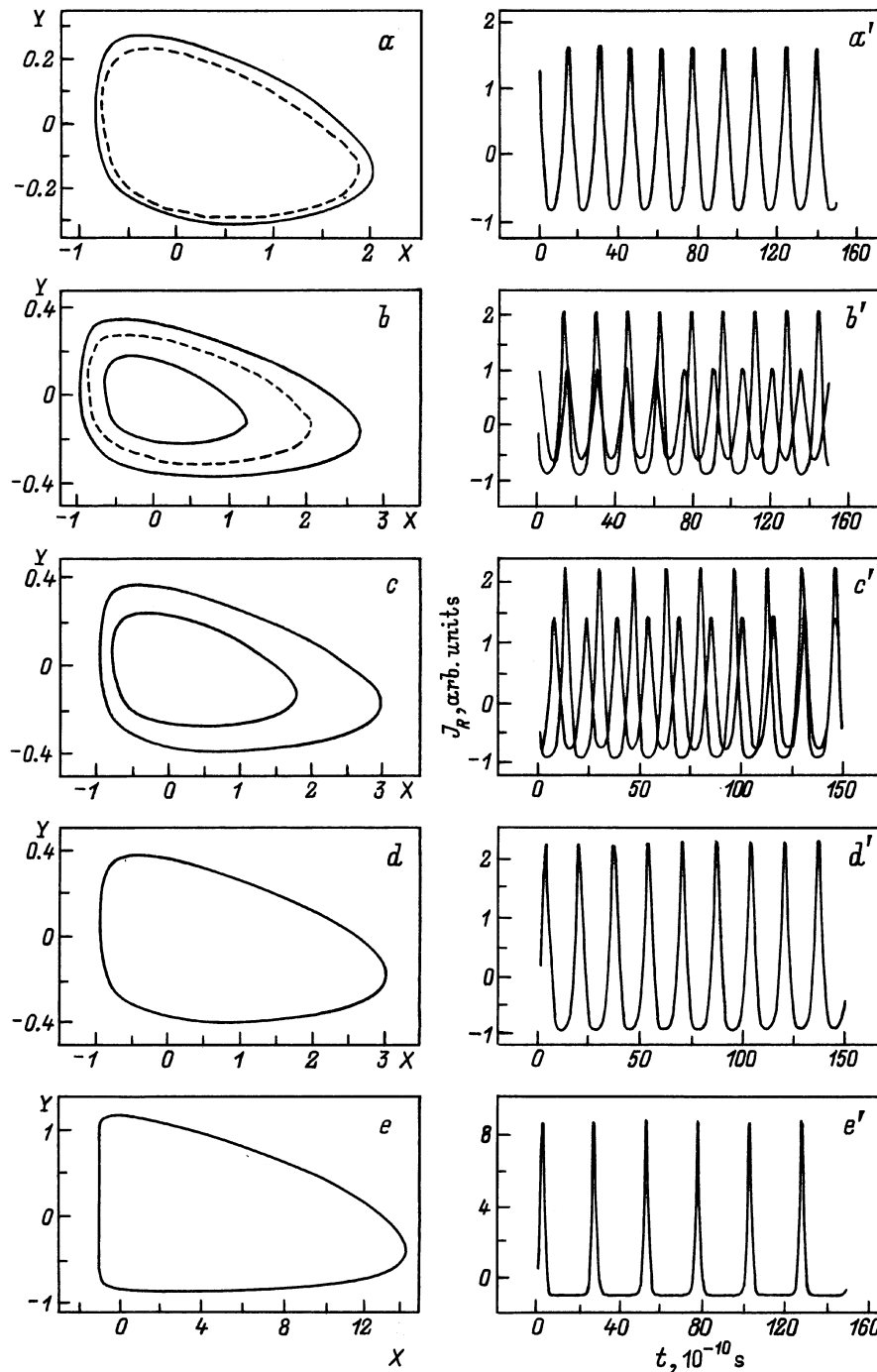


Рис. 2. Фазовые диаграммы ($a-e$) на плоскости (X, Y) и соответствующие зависимости $J_R(t)$ ($a'-e'$) для тех же значений небифуркационных параметров, что и на рис. 1, и для следующих значений бифуркационного параметра η : $a, a' - 1.2$, $b, b' - 1.1$, $c, c' - 1.06$, $d, d' - 1.05$, $e, e' - 0.03$.

η является отношением напряжений, приложенных к образцу и к сопротивлению нагрузки. Следовательно, вышеуказанное изменение бифуркационных параметров физически легко осуществить с помощью соответствующего изменения сопротивления нагрузки или же эдс источника питания.

Кроме того, в некотором интервале значений η появляется двойной предельный цикл [12], т. е. для фикси-

рованных значений параметров системы, в зависимости от начальных условий могут возникнуть колебания с разными амплитудами. Для иллюстрации вышесказанного на рис. 2 приведены фазовые диаграммы на плоскости (X, Y) , где $\mathbf{E} \parallel X$, $\mathbf{E} \times \mathbf{H} \parallel Y$, а также временная зависимость нормированной плотности тока $J_R \equiv (J - J^*)/J^*$ для фиксированного значения $E/E_b = 1.018$ и для разных значений η (фазовые диаграммы на других плос-

костях не приведены из-за экономии пространства, тем более что они ничего принципиально нового не дают). Как видно из этого рисунка, для значений η , близких к бифуркационному, появляются один устойчивый (сплошная линия) и один неустойчивый (штриховая линия) предельные циклы (рис. 2, *a*). С уменьшением η , при $\eta \approx 1.1$, происходит первая бифуркация — появляется второй предельный цикл сравнительно меньших размеров (рис. 2, *b*) почти с такой же частотой колебания, что и большой устойчивый цикл. С последующим уменьшением η , при $\eta \approx 1.06$, происходит вторая бифуркация — неустойчивый предельный цикл сливается с большим устойчивым циклом (рис. 2, *c*), после чего малейшее уменьшение η приводит к исчезновению малого устойчивого цикла и в конечном счете большой предельный цикл остается в качестве единственной устойчивой замкнутой траектории на фазовой диаграмме (рис. 2, *d*). После этого поведение системы с уменьшением η не испытывает качественных изменений, только колебания становятся более ангармоничными (рис. 2, *e'*). Очевидно, что ситуация, показанная на рис. 2, *c*, неустойчива и не может быть реализована в эксперименте. Она просто показывает путь, по которому происходит переход между двухцикловым и одноцикловым устойчивыми состояниями.

На основе вышеприведенных результатов в принципе можно создать такой высокочастотный полупроводниковый генератор, который для разных значений параметров электрической цепи (сопротивления нагрузки, эдс источника питания) может работать в следующих трех разных режимах.

1-й режим: в системе незатухающие колебания или вообще не возникают или возникают колебания с фиксированной амплитудой (в зависимости от того, соответствующая начальная точка на фазовой диаграмме рис. 2, *a* лежит внутри или вне неустойчивого предельного цикла). "Включение" или "выключение" генератора можно обеспечить с помощью внешнего импульса прямого или противоположного направления соответственно.

2-й режим: в системе возникают колебания с малой (если соответствующая начальная точка на фазовой диаграмме рис. 2, *b* лежит внутри неустойчивого предельного цикла) или со сравнительно большой амплитудой. Переключение между этими двумя состояниями генератора можно осуществить с помощью прямого или обратного внешнего импульса.

3-й режим: для любых начальных условий в системе возникают незатухающие колебания с фиксированной амплитудой.

В заключение отметим, что по сравнению с уравнениями (1) и (2) уравнение (3) характеризуется гораздо меньшим временем. По-видимому, это и является причиной того, что в нашей теоретической трактовке задачи хаотические колебания не возникают, т. е. система устойчива к случайным, неуправляемым процессам.

Список литературы

- [1] R.P. Huebener, J. Peinke, J. Parisi. Appl. Phys. A, **48**, 107 (1989).
- [2] E. Schöll. Appl. Phys. A, **48**, 95 (1989).
- [3] G. Hupper, E. Schöll. Phys. Rev. Lett., **66** (18), 2372 (1991).
- [4] З.С. Качлишвили, К.М. Джандиери. Письма ЖЭТФ, **67** (5), 340 (1998).
- [5] К.М. Джандиери, З.С. Качлишвили. Письма ЖТФ, **23** (16), 62 (1997).
- [6] Z.S. Kachlishvili, K.M. Jandieri. Bull. of Georgian Academy of Sciences, **154**, 208 (1996).
- [7] В.В. Владимиров, В.Н. Горшков. ФТП, **14**, 417 (1980).
- [8] E. Schöll. Sol. St. Electron., **31**, 539 (1988).
- [9] Z.S. Kachlishvili. Phys. St. Sol. (b), **48**, 65 (1971).
- [10] З.С. Качлишвили, В.Г. Джакели, Т.А. Гегечкори. Сообщ. АН ГССР, **3**, 565 (1981).
- [11] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. *Физика полупроводников* (М., Наука, 1990).
- [12] А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. *Теория колебаний* (М., Физматгиз, 1959).

Редактор Т.А. Полянская

A double maximum cycle at the impurity breakdown of a compensated semiconductor in the absence of Hall field

K.M. Jandieri, Z.S. Kachlishvili

Tbilisi State University,
380028 Tbilisi, Georgia

Abstract Non-linear auto-oscillations at the impurity breakdown of a compensated semiconductor in the classical strong magnetic field in the absence of Hall field have been investigated. It has been established that in a certain range of the load resistance (connected in series with the sample) and the emf of a dc battery, a double maximum cycle appears on the phase diagram of the system. This, in principle, gives the possibility to create a high-frequency generator which will be able to work in different amplitudinal regimes for the same external conditions.