

## Фотовозбуждение носителей с уровней в квантовых точках в состоянии континуума в процессе лазерной генерации

© Л.В. Асрян<sup>¶</sup>, Р.А. Сурис<sup>¶¶</sup>

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 7 августа 2000 г. Принята к печати 16 августа 2000 г.)

Дается теоретический анализ фотовозбуждения носителей с уровней в квантовых точках в состоянии непрерывного спектра в процессе лазерной генерации. Используется простейший подход, дающий верхнюю оценку коэффициента поглощения и сечения фотовозбуждения. Показано, что поглощение и сечение в процессе фотовозбуждения носителей существенно для работы лазера на квантовых точках только при очень низких полных потерях, например, в случае длинных резонаторов.

В статье оцениваются коэффициент поглощения и сечения фотовозбуждения носителей с уровней в квантовых точках (КТ) в состоянии непрерывного спектра в процессе лазерной генерации. Используется простейший подход, не учитывающий сложную структуру валентной зоны и взаимодействие  $s$ - и  $v$ -зон. Полученные таким образом значения дают верхнюю оценку коэффициента поглощения и сечения. Эта приближенная оценка необходима для понимания роли фотовозбуждения носителей в работе лазера.

Фотовозбуждение носителей с уровней в КТ в состоянии непрерывного спектра является аналогом процесса поглощения света на свободных носителях в объемном материале. Однако в отличие от этого процесса не требуется участия третьей частицы (одновременно с электроном (дыркой) и фотоном) для выполнения закона сохранения импульса при поглощении в КТ. Роль "третьего тела" играют границы трехмерной ямы КТ: передача необходимого импульса происходит за счет взаимодействия с ними.

Приведенный к одной КТ коэффициент поглощения при фотовозбуждении электрона с уровня в КТ в состоянии непрерывного спектра в зоне проводимости есть

$$\beta_{\text{ex,n}} = 4\pi^2 \frac{\alpha}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\hbar}{m_c^2 \omega} \langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k} \rho_c(\varepsilon_n + \hbar\omega) \times [f_n(\varepsilon_n) - f_n(\varepsilon_n + \hbar\omega)], \quad (1)$$

где  $\alpha = e^2/\hbar c$  — постоянная тонкой структуры,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $m_c$  — эффективная масса электрона,  $\hbar\omega = E_g + \varepsilon_n + \varepsilon_p$  — энергия поглощаемого фотона, равная энергии фотона, излучаемого при переходе с уровня размерного квантования электрона на уровень дырки в КТ (рис. 1),  $E_g$  — ширина запрещенной зоны материала КТ,  $\varepsilon_n$  и  $\varepsilon_p$  — энергии уровней размерного квантования электрона и дырки в КТ, отсчитываемые от краев зон (рис. 1),  $\varepsilon_n + \hbar\omega = \hbar^2 k^2 / (2m_c)$  — энергия электрона в состоянии непрерывного спектра в зоне проводимости,  $\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k}$  — квадрат абсолютной величины

матричного элемента импульса, усредненный по всем направлениям волнового вектора  $\mathbf{k}$  конечных состояний заданной энергии электрона,

$$\rho_c(\varepsilon_n + \hbar\omega) = (\sqrt{2}m_c^{3/2}/\pi^2\hbar^3) \sqrt{\varepsilon_n + \hbar\omega}$$

— плотность состояний непрерывного спектра в зоне проводимости, степень заполнения  $f_n$  задается функцией распределения Ферми-Дирака.

Можно записать  $\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k}$  в виде

$$\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k} = \frac{\hbar^2}{4\pi a^3} \times \iint \Psi_0(\mathbf{r}_1) \Psi_0^*(\mathbf{r}_2) k_x^2 \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\Omega_k, \quad (2)$$

где  $d\Omega_k = (\sin\theta)d\theta d\varphi$  — элемент телесного угла. Поскольку блоховские функции начального и конечного состояний уже учтены в соотношении (1) ( $1/m_c$  входит в (1) вместо  $1/m_0$ ), то соответствующие огибающие функции, т.е. волновая функция основного состояния в трехмерной прямоугольной яме  $\Psi_0(\mathbf{r})$  и плоская волна  $(1/a^{3/2})\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ , входят в (2). Поскольку энергия перехода намного превышает граничную энергию для перехода в непрерывный спектр ( $\hbar\omega \gg \Delta E_c - \varepsilon_n$ , где  $\Delta E_c$  — разрыв края зоны проводимости на гетерогранице КТ-(барьерная область)), пренебрегается отличием огибающей волновой функции состояния непрерывного спектра вблизи КТ от плоской волны. Здесь рассматриваются кубические КТ,  $a$  — размер КТ.

Перейдя в (2) от переменных интегрирования  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  к  $\mathbf{r}(x, y, z)$  и  $\mathbf{R}(X, Y, Z)$ :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad \mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$$

и от  $\theta$  и  $\varphi$  к  $u$  и  $v$ :

$$u = k_y/k = \sin\theta \sin\varphi, \quad v = k_z/k = \sin\theta \cos\varphi,$$

получаем

$$\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k} = \frac{2\hbar^2 k^2}{\pi a^3} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x, k) dx, \quad (3)$$

<sup>¶</sup> В настоящее время: State University of New York at Stony Brook, Stony Brook, NY 11794-2350, USA

<sup>¶¶</sup> E-mail: suris@theory.ioffe.rssi.ru

где

$$G(x, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dydz \times \iint f_x(y, z, u, v) \exp[ikS_x(y, z, u, v)] dudv. \quad (4)$$

В соотношении (4) область интегрирования по  $u$  и  $v$  задается неравенствами  $u^2 + v^2 \leq 1$ ,  $u \geq 0$  и  $v \geq 0$ . Фазовая и предэкспоненциальная функции равны

$$S_x(y, z, u, v) = x\sqrt{1 - u^2 - v^2} + yu + zv, \\ f_x(y, z, u, v) = P(x, y, z)\sqrt{1 - u^2 - v^2},$$

где

$$P(x, y, z) = P(\mathbf{r}) = \int \Psi_0\left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2}\right) \Psi_0^*\left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right) d\mathbf{R}. \quad (5)$$

При больших  $k$  правую часть уравнения (4) можно аппроксимировать методом стационарной фазы для кратких интегралов [1] (гл. 3, разд. 2, уравнение (2.6)). В результате для главного члена асимптотического разложения  $G(x, k)$  по обратным степеням  $k$  получаем

$$G(x, k) = \frac{4\pi^2}{k^2} P(x, 0, 0) \exp(ikx). \quad (6)$$

С помощью (6) имеем

$$\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k} = \frac{8\pi\hbar^2}{a^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dY dZ \times \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(X, Y, Z) \exp(ikX) dX \right|^2. \quad (7)$$

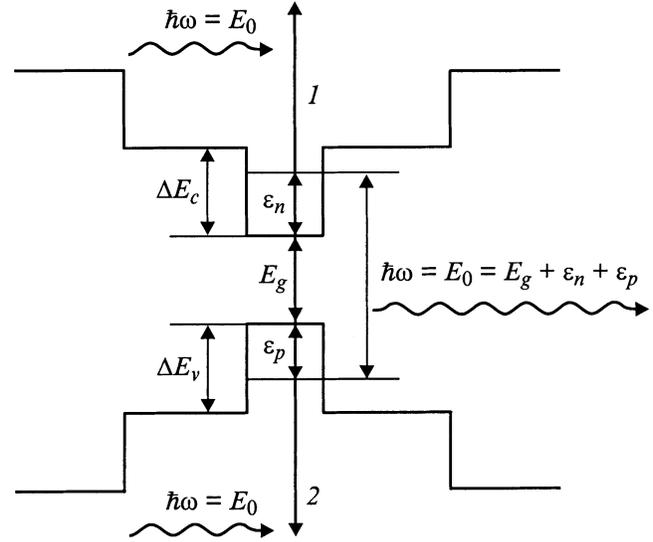
В (7) интеграл от  $\Psi_0(X, Y, Z)$  по  $X$  в свою очередь аппроксимируется методом стационарной фазы [1], что дает для главного члена разложения

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(X, Y, Z) \exp(ikX) dX = 2 \sin \frac{ka}{2} \left( \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial X^2} \Big|_{X=(a/2)+0} - \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial X^2} \Big|_{X=(a/2)-0} \right) \frac{1}{k^3}. \quad (8)$$

Исключив  $\partial^2 \Psi_0 / \partial X^2|_{X=(a/2)\pm 0}$  в (8) с помощью уравнения Шредингера, имеем

$$\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k} = 128\pi \frac{m_c^2 \Delta E_c^2}{\hbar^2} \frac{1}{a^3 k^6} \sin^2 \frac{ka}{2} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0^2\left(\frac{a}{2}, Y, Z\right) dY, dZ. \quad (9)$$

(Различием эффективной массы электрона в материалах КТ и барьерной области пренебрегается).



**Рис. 1.** Энергетическая зонная диаграмма лазерной структуры на квантовой точке. Стрелками 1 и 2 изображены переходы носителей с уровней размерного квантования в состояния непрерывного спектра при поглощении света.

В приближении экспоненциального спада волновой функции связанного состояния в барьерных областях непосредственно за границами КТ, интеграл в (9) равен квадрату волновой функции (на границе КТ) носителя в одномерной яме глубиной  $\Delta E_c$ ,  $\phi_0^2(a/2)$ . Воспользовавшись выражением для  $\phi_0^2(a/2)$  [2], для  $\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k}$  окончательно получим

$$\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k} = 256\pi \frac{m_c^2 \varepsilon_n^{(x)} \Delta E_c}{\hbar^2} \frac{1}{1 + 2/(a\kappa_n)} \frac{1}{a^4 k^6} \sin^2 \frac{ka}{2}, \quad (10)$$

где  $\varepsilon_n^{(x)}$  — энергия основного состояния в одномерной яме,  $\kappa_n = \sqrt{2m_c(\Delta E_c - \varepsilon_n^{(x)})}/\hbar$ . Осцилляционный характер зависимости  $\langle |M|^2 \rangle_{\Omega_k}$  от  $k$  является следствием резкой границы потенциальной ямы, использованной в наших расчетах.

С помощью (10), проведя усреднение (1) по КТ, учитывая фотовозбуждение одновременно электронов и дырок с уровнями КТ в состоянии непрерывного спектра в зоне проводимости и валентной зоне, получим для  $\beta_{\text{ex}}$  и сечения фотовозбуждения  $\sigma_{\text{ex}}$ :

$$\beta_{\text{ex}} = \frac{1}{a^3} \sigma_{\text{ex}} = C_n \langle f_n \rangle + C_p \langle f_p \rangle, \quad (11)$$

где  $C_{n,p}$  дается в виде

$$C_{n,p} = 128\sqrt{2}\pi \frac{\alpha}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\hbar^3 \varepsilon_{n,p}^{(x)} \Delta E_{c,v}}{m_{c,v}^{3/2} \bar{E}_0^{7/2}} \frac{1}{1 + 2/(\bar{a}\kappa_{n,p})} \frac{1}{\bar{a}^4} \langle \sin^2 \frac{ka}{2} \rangle, \quad (12)$$

где угловые скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по неоднородно уширенному ансамблю состояний в КТ,

$\bar{a}$  — средний размер КТ,  $\bar{E}_0$  — энергия перехода в КТ среднего размера. Поскольку нас интересуют максимальные значения потерь, обусловленных процессом фотовозбуждения, будем полагать множитель  $\langle \sin^2 ka/2 \rangle$  в выражении (12) равным своему максимальному значению, т. е. 1.

Уравнение (12) сходно с таковым для коэффициента поглощения при фотовозбуждении нейтрального водородного донора [3]. Рассмотрим слой с квантовыми точками, сформированный в области оптического ограничения лазерной структуры и функционирующий в качестве активной области [4–7]. Тогда мы можем записать следующее выражение для эффективного коэффициента поглощения области оптического ограничения для процесса фотовозбуждения электрона/дырки [4]:

$$\bar{\Gamma}_y N_S \bar{a}^2 \beta_{ex,n,p} = 128\sqrt{2} \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{\alpha}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\Delta E_{c,v}}{\bar{E}_0} \frac{\varepsilon_{n,p}^{(x)}}{\bar{E}_0} \left( \frac{\hbar^2}{m_{c,v} \bar{a}^2 \bar{E}_0} \right)^{3/2} \times \frac{1}{1 + 2/(\bar{a}\kappa_{n,p})} \langle f_{n,p} \rangle N_S \bar{a}^2, \quad (13)$$

где  $N_S$  — поверхностная концентрация КТ в слое с КТ,  $\bar{\Gamma}_y = \bar{a}/\mathcal{L}$  — коэффициент оптического ограничения в слое с КТ (в направлении, перпендикулярном слою),  $\mathcal{L}$  — характерная длина локализации волны в поперечном направлении в волноводе.

На рис. 2, *a* представлена универсальная зависимость безразмерных сечений фотовозбуждения электрона и дырки

$$\sigma_{ex,n,p} \left[ 128\pi \frac{\alpha}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\hbar^2}{m_{c,v} \bar{E}_0^{7/2}} (\Delta E_{c,v})^{5/2} \langle f_{n,p} \rangle \right]^{-1} \quad (13a)$$

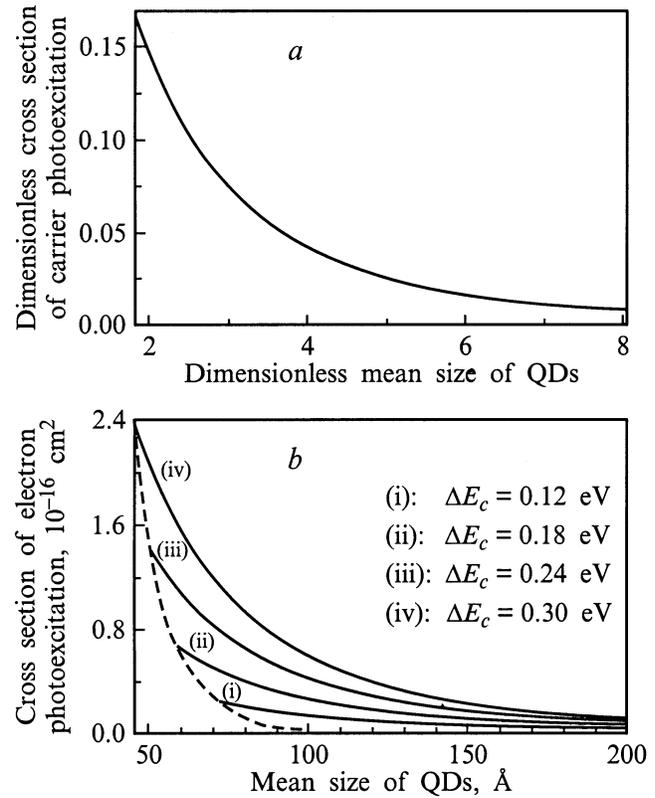
от безразмерного среднего размера КТ

$$\bar{a} \left( \frac{\hbar^2}{m_{c,v} \Delta E_{c,v}} \right)^{-1/2}. \quad (13b)$$

На рис. 2, *b* в качестве примера приведены зависимости сечения фотовозбуждения электрона от среднего размера КТ при различных глубинах потенциальной ямы  $\Delta E_c$ , полученные из вышеприведенной универсальной зависимости. Рассматриваются КТ InGaAs в матрице InGaAsP (см. [4–7]). Абсциссы точек пересечения каждой из сплошных кривых со штриховой кривой определяют минимальные размеры КТ, ниже которых не существуют связанные состояния для электрона в трехмерной потенциальной яме КТ. Условие существования связанного состояния в трехмерной потенциальной яме глубиной  $\Delta E_c$  и характерного размера  $\bar{a}$  может быть записано в виде

$$\left( \frac{m_c \Delta E_c \bar{a}^2}{\hbar^2} \right)^{1/2} \geq \zeta, \quad (14)$$

где  $\zeta$  — числовая константа. Точное значение  $\zeta$  определяется формой потенциальной ямы. Для оценки  $\zeta$  в



**Рис. 2.** *a* — универсальная зависимость безразмерных сечений фотовозбуждения носителей из квантовых точек [см. (13 *a*)] от безразмерного среднего размера квантовой точки [см. (13 *b*)], *b* — зависимости сечения фотовозбуждения электрона из квантовой точки  $\sigma_{ex,n}$  от среднего размера квантовой точки  $\bar{a}$  при различных глубинах потенциальной ямы  $\Delta E_c$ . Абсциссы точек пересечения каждой из сплошных кривых со штриховой кривой определяют минимальные размеры квантовых точек, ниже которых не существуют связанные состояния для электрона в трехмерной потенциальной яме квантовой точки.

случае кубической КТ трехмерная прямоугольная потенциальная яма заменялась эффективной сферической потенциальной ямой, получаемой при усреднении потенциальной ямы КТ по телесному углу. Далее численно решалось уравнение Шредингера с полученным эффективным сферическим потенциалом. В результате для кубической КТ получено значение  $\zeta \approx 1.83$ . В случае сферической КТ, вписанной в кубическую, хорошо известный результат есть  $\zeta = \sqrt{\pi^2/2} \approx 2.22$  [8].

При  $\hbar\omega \gg \varepsilon_n$  коэффициент поглощения  $\beta_{ex}$ , сечение фотовозбуждения носителей  $\sigma_{ex}$ , а также высокочастотная проводимость  $(\sqrt{\epsilon}/4\pi)c\beta_{ex}$ , обусловленная процессом фотовозбуждения, убывают как  $\omega^{-7/2}$  в ростом  $\omega$ .

Величина

$$\bar{\Gamma}_y N_S \bar{a}^2 \beta_{ex} = (1/\mathcal{L}) N_S \sigma_{ex}$$

намного меньше, чем потери в резонаторе лазера. При типичных значениях  $N_S$  порядка  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$  и  $\bar{\Gamma}_y$  — нескольких процентов, величина  $\bar{\Gamma}_y N_S \bar{a}^2 \beta_{ex}$  — меньше

или порядка  $0.1 \text{ см}^{-1}$ , в то время как типичные потери в резонаторе порядка  $10 \text{ см}^{-1}$ . Таким образом, учет поглощения света в процессе фотовозбуждения носителей с уровней в КТ в состоянии непрерывного спектра необходим только при очень низких полных потерях ( $\beta < 1 \text{ см}^{-1}$ ), например, в случае длинных резонаторов.

При расчете  $\beta_{\text{ex}}$  и  $\sigma_{\text{ex}}$  не учитывалась сложная структура валентной зоны, а также взаимодействие  $c$ - и  $v$ -зон. Из (12) нетрудно видеть однако, что  $\sigma_{\text{ex},n,p} \propto m_{c,v}^{-5/2}$ , т. е. дырочный вклад в рассматриваемый процесс пренебрежим по сравнению с электронным. Учет взаимодействия зон в рамках кэйнской модели (необходимость которого обусловлена сопоставимостью энергии перехода электрона в рассматриваемом процессе с шириной запрещенной зоны) привел бы к эффективному увеличению  $m_c$ . Таким образом, полученные выражения дают несколько завышенные значения для  $\beta_{\text{ex},n}$  и  $\sigma_{\text{ex},n}$ .

Таким образом, в статье дан теоретический анализ фотовозбуждения носителей с уровней в квантовых точках в состоянии непрерывного спектра в процессе лазерной генерации. Показано, что поглощение света в процессе фотовозбуждения носителей существенно для работы лазера на квантовых точках только при очень низких потерях, например, в случае длинных резонаторов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-02-16796) и программы "Физика твердотельных наноструктур" Министерства науки и технической политики России (грант № 99-1106 и № 97-1035).

## Список литературы

- [1] М.В. Федорюк. *Асимптотика: Интегралы и ряды* (М., Наука, 1987).
- [2] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика. Квантовая механика (нерелятивистская теория)* (М., Наука, 1989) т. 3.
- [3] В.К. Ridley. *Quantum Processes in Semiconductors* (Oxford, Clarendon Press, 1982).
- [4] L.V. Asryan, R.A. Suris. *Semicond. Sci. Technol.*, **11**, 554 (1996).
- [5] L.V. Asryan, R.A. Suris. *IEEE J. Select. Topics Quant. Electron.*, **3**, 148 (1997).
- [6] L.V. Asryan, R.A. Suris. *Electron. Lett.*, **33**, 1871 (1997).
- [7] L.V. Asryan, R.A. Suris. *IEEE J. Quant. Electron.*, **34**, 841 (1998).
- [8] K.J. Vahala. *IEEE J. Quant. Electron.*, **24**, 523 (1988).

Редактор Т.А. Полянская

## Carrier photoexcitation from levels in quantum dots to states of the continuum during laser operation

L.V. Asryan, R.A. Suris

Ioffe Physicotechnical Institute,  
Russian Academy of Sciences,  
194021 St. Petersburg, Russia

**Abstract** A theoretical analysis of carrier photoexcitation from levels in quantum dots to continuous-spectrum states during the laser operation is presented. The simplest approach is employed, which gives upper estimates of both the absorption coefficient and the cross section for photoexcitation. The light absorption in the process of carrier photoexcitation is shown to be essential in the quantum dot laser operation only at very low total losses, e. g., in the case of long-cavities.