

Внутризонное поглощение электромагнитного излучения квантовыми наноструктурами с параболическим потенциалом конфайнмента

© Н.Г. Галкин, В.А. Маргулис, А.В. Шорохов

Мордовский государственный университет,
430000 Саранск, Россия

E-mail: theorphysics@mrsu.ru

E-mail: margulis@mrsu.ru

(Поступила в Редакцию 11 августа 2000 г.)

Исследовано внутризонное поглощение электромагнитного излучения двумя типами квантовых наноструктур с цилиндрической симметрией: квантовым цилиндром (кольцом) и квантовой проволокой. Найдены аналитические выражения для коэффициентов поглощения высокочастотного электромагнитного излучения электронным газом наноструктур. Показано, что кривая поглощения содержит резонансные пики, причем в случае вырожденного газа на резонансных пиках имеются изломы.

Работа поддержана Министерством образования России (проект № 97-7.1-210) и программой "Университеты России — фундаментальные исследования" (проект № 53/33-98).

Одним из основных методов изучения спектральных свойств электронного газа и параметров латерального конфайнмента в различных низкоразмерных структурах является исследование внутризонных электронных переходов под действием электромагнитного излучения. Еще более важную роль это исследование играет для квантовых наноструктур, конфайнмент которых можно моделировать параболическим потенциалом, так как в этом случае в соответствии с обобщенной теоремой Кона электрон-электронное взаимодействие, как правило, не влияет на оптические свойства системы. Отметим, что параболическим потенциалом можно описывать различные низкоразмерные структуры. Так, в [1] показано, что параболический потенциал эквивалентен потенциалу, создаваемому бесконечным слоем с равномерно распределенным положительным зарядом. Причем в этом случае оптические свойства системы не будут зависеть ни от электрон-электронного взаимодействия, ни от числа электронов в слое. В настоящее время развитие нанотехнологий сделало возможным изготовление из слоев напряженного GaAs/GaAlAs поверхностей различной кривизны [2], и в частности цилиндрических поверхностей, физические свойства которых проявляют интересные особенности [3,4].

Другим типом структур, которые можно описывать с помощью модели параболического потенциала, являются квантовые проволоки. Недавно была разработана технология изготовления высокосоввершенных полупроводниковых квантовых проволок с профилем потенциала произвольной формы, в частности с параболическим потенциалом конфайнмента [5].

Оптические электронные переходы в различных квантовых наноструктурах широко изучаются в настоящее время. В частности, межзонные переходы в квантовых ямах рассмотрены в [6–8], в квантовых проволоках — в [9], в квантовых слоях — в [10], в массивах антипроволок — в [11]. Гибридно-фононный резонанс в квазидвумерной структуре исследован в [12]. Многофононный ре-

зонанс изучен в [13,14]. Оптические свойства квантового точечного контакта исследованы в [15]. В [16] рассмотрено влияние электронных корреляционных эффектов на оптическое поглощение квантовой точки. Теория магнитооптического поглощения параболическим квантовым каналом, расположенным в двумерном электронном газе, изложена в [17].

Цель настоящей работы — исследование поглощения электромагнитного излучения двумя квантовыми структурами, помещенными в продольное магнитное поле, а именно: квантовым слоем конечной толщины, свернутым в цилиндр, и трехмерной параболической квантовой проволокой. Кроме того, рассмотрено поглощение электромагнитного излучения квантовым кольцом конечной ширины, являющимся предельным случаем квантового цилиндра. Заметим, что приложенное к системе магнитное поле может связывать движения вдоль и поперек поля и приводить к гибридизации спектра. Это обстоятельство в свою очередь может приводить к интересным физическим эффектам. В частности, как показано далее, резонансное поглощение возникает не на циклотронной, а на гибридных частотах.

Поскольку в настоящей работе рассматриваются только модели систем, описываемых параболическим потенциалом конфайнмента, электрон-электронное взаимодействие не учитывается. Однако заметим, что теорема Кона не будет выполняться в двух принципиальных случаях: в мультикомпонентных системах, таких, например, как двойные квантовые ямы [18], и в случае непараболическости ямы [19]. В таких системах электрон-электронное взаимодействие может сильно сказываться на оптических свойствах электронов в системе.

В настоящей работе исследована зависимость коэффициента поглощения Γ от частоты излучения ω для вышеупомянутых структур. Для расчета $\Gamma(\omega)$ использован подход, развитый в [20,21]. Рассматриваются случаи как невырожденного, так и вырожденного электронного газа.

Как показано далее, зависимость поглощения электромагнитного излучения от частоты фотонов носит резонансный характер. Отметим, что резонансное поглощение будет иметь место только при условии достаточно слабого размытия электронных энергетических уровней температурой и рассеянием.

1. Квантовое кольцо конечной ширины и квантовый цилиндр конечной толщины

Мы будем моделировать тонкое квантовое кольцо и квантовый цилиндр с тонкими стенками, используя следующий подход. Рассмотрим $2D$ -электронный газ в квантовом канале с параболическим потенциалом конфайнмента. Если наложить на волновую функцию электрона периодические граничные условия в одном из направлений

$$\Psi(x, y) = \Psi(x + L, y), \quad (1)$$

где L — длина канала, то получим модель квантового кольца конечной ширины. При этом эффективная ширина кольца будет совпадать с шириной канала, $l_{\text{eff}} = \sqrt{\hbar/m^*\omega_0}$.

Модель квантового цилиндра конечной толщины получится, если добавить в электронный гамильтониан член, описывающий свободное движение вдоль оси z .

Ясно, что резонансный характер поглощения будет иметь место только для переходов с изменением дискретных квантовых чисел спектра (вектор поляризации фотона перпендикулярен оси z). Это обусловлено тем, что движение электронов вдоль оси z не влияет на резонансные оптические переходы. В пределе, когда высота цилиндра стремится к нулю, получается случай кольца, коэффициент поглощения для которого, как показано далее, такой же, как и для цилиндра.

В случае цилиндра невозмущенный гамильтониан H_0 одноэлектронных бесспиновых состояний будет иметь вид

$$H_0 = \frac{1}{2m^*} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \frac{m^*\omega_0^2 y^2}{2}, \quad (2)$$

где ω_0 — частота потенциала конфайнмента, m^* — эффективная масса, \mathbf{p} — импульс электрона.

Выберем калибровку векторного потенциала в виде $\mathbf{A} = (-By, 0, 0)$. Тогда, наложив периодические граничные условия по оси x , получим энергетический спектр квантового цилиндра

$$\varepsilon_{mnp} = \hbar\Omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + \lambda m^2 + \frac{p^2}{2m^*}, \quad (3)$$

где $\Omega = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_0^2}$, $\omega_c = |e|B/m^*c$ — циклотронная частота, $\lambda = 2\pi\hbar^2\omega_0^2/m^*L^2\Omega^2$ — энергия размерного конфайнмента, p — импульс электрона вдоль направления поля, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $n = 0, 1, 2, \dots$.

Соответствующие (3) волновые функции можно записать в следующем виде:

$$\Psi_{mnp} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(\frac{ipz}{\hbar}\right) \frac{1}{2\pi R} \times \exp\left(\frac{imx}{R}\right) \Phi_n \left[\frac{1}{l} \left(y + \frac{\omega_c l^2}{\Omega R} m \right) \right]. \quad (4)$$

Здесь $l = \sqrt{\hbar/m^*\Omega}$, $L = 2\pi R$ — длина канала, $\Phi_n(x)$ — осцилляторные функции.

Коэффициент поглощения в случае невырожденного газа в первом порядке теории возмущений по константе электрон-фотонного взаимодействия описывается выражением, следующим из [20],

$$\Gamma^{\text{cyl}} = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{c\hbar N_f} \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{T}\right) \right] \times \sum_{mnp} \sum_{m'n'p'} f_0(\varepsilon_{mnp}) \left| \langle m, n, p | H_R | m', n', p' \rangle \right|^2 \times \delta(\varepsilon_{mnp} - \varepsilon_{m'n'p'} + \hbar\omega), \quad (5)$$

где $\varepsilon(\omega)$ — вещественная часть диэлектрической проницаемости, \mathbf{f} — волновой вектор фотона, $f_0(\varepsilon_{mnp})$ — электронная функция распределения, N_f — число фотонов в единице объема с частотой ω , а множитель $1 - \exp(-\hbar\omega/T)$ учитывает вынужденное испускание фотонов.

Нормировочная константа функции распределения в (5) находится из условия

$$\frac{L_z}{2\pi\hbar} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_0^{\text{cyl}}(\varepsilon_{mnp}) dp = N. \quad (6)$$

Здесь N — число электронов в единице объема, L_z — длина цилиндра по оси z .

Тогда функция распределения $f_0^{\text{cyl}}(\varepsilon_{mnp})$ будет иметь вид

$$f_0^{\text{cyl}} = \frac{4\pi N \sinh(\hbar\Omega/2T)}{\sqrt{2\pi m^* T} L_z \Theta_3[\exp(-\lambda/T)]} \times \exp\left\{ 1 - \frac{1}{T} \left[\hbar\Omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + \lambda m^2 + \frac{p^2}{2m^*} \right] \right\}, \quad (7)$$

где $\Theta_3(x)$ — тета-функция Якоби.

Выберем направление поляризации фотонов вдоль оси Oy . Тогда оператор электрон-фотонного взаимодействия запишется в виде

$$H_R = -\frac{ie\hbar}{m^*} \sqrt{\frac{2\pi\hbar N_f}{\varepsilon(\omega)\omega}} \frac{\partial}{\partial y}. \quad (8)$$

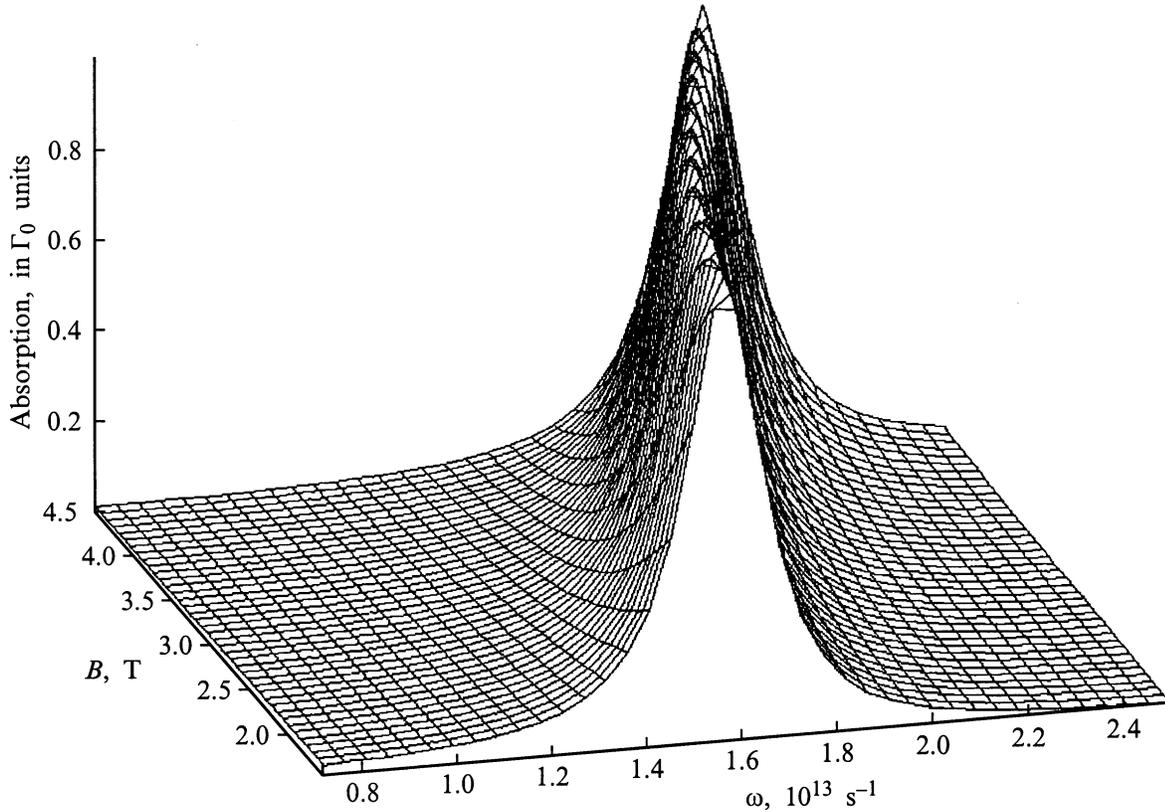


Рис. 1. Зависимость коэффициента поглощения квантового цилиндра в случае невырожденного газа от частоты электромагнитного излучения и от магнитного поля для $\omega_0 = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$, $\tau = 10^{-12} \text{ s}$.

В дипольном приближении для квадрата модуля матричного элемента H_R легко получить выражение

$$\begin{aligned} \left| \langle m, n, p | H_R | m', n', p' \rangle \right|^2 &= \frac{e^2 \hbar^2}{m^* 2 l^2} \left(\frac{2 \pi \hbar N_f}{\varepsilon(\omega) \omega} \right) \delta_{m, m'} \delta_{p, p'} \\ &\times \left(\frac{n+1}{2} \delta_{n, n'-1} - \frac{n}{2} \delta_{n, n'+1} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Как видно из (9), в дипольном приближении возможны переходы только между соседними уровнями $n' = n \pm 1$.

Подставив (9) в (5), получим коэффициент поглощения

$$\begin{aligned} \Gamma^{\text{cyl}}(\omega) &= 2 \hbar \left(\frac{\pi e}{m^* l} \right)^2 \frac{1 - \exp(-\hbar \omega / T)}{c \omega \sqrt{\varepsilon(\omega)}} \\ &\times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_0^{\text{cyl}}(\varepsilon_{mn0}) \left[(n+1) \delta(\omega - \Omega) - n \delta(\omega + \Omega) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (10) видно, что переходы происходят на резонансной частоте $\omega = \Omega$.

Для учета размытия резонанса рассеянием электронов введем лоренцево уширение дельтаобразных пиков по формуле

$$\delta_\tau = \frac{(\pi \tau)^{-1}}{\tau^{-2} + x^2}. \quad (11)$$

Здесь τ — феноменологическое время релаксации. Подставив (11) в (10), получим

$$\begin{aligned} \Gamma^{\text{cyl}}(\omega) &= \frac{\hbar N}{c \omega} \left(\frac{\pi e}{m^* l} \right)^2 \frac{1 - \exp(-\hbar \omega / T)}{2 \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sinh(\hbar \omega / 2T)} \\ &\times \left[\frac{(\pi \tau)^{-1}}{\tau^{-2} + (\omega - \Omega)^2} \exp(\hbar \Omega / 2T) \right. \\ &\left. - \frac{(\pi \tau)^{-1}}{\tau^{-2} + (\omega + \Omega)^2} \exp(-\hbar \Omega / 2T) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Учитывая то обстоятельство, что вероятность самопроизвольного испускания фотона экспоненциально мала и гибридная частота достаточно большая ($\hbar \Omega \gg T$), отбросим экспоненциально малые члены порядка $\exp(-\hbar \omega / T)$, $\exp(-\hbar \Omega / T)$ в (12). С учетом этого получаем оценку

$$\frac{\Gamma^{\text{cyl}}(\omega)}{\Gamma_0} = \frac{\Omega}{\omega} \frac{1}{1 + \tau^2 (\omega - \Omega)^2}, \quad (13)$$

где

$$\Gamma_0 = \frac{e^2 N \tau}{\sqrt{\varepsilon(\omega)} c m^*}. \quad (14)$$

Из (13) видно, что будет существовать единственный резонанс в точке $\omega = \Omega$. Это соответствует переходу между соседними гибридными уровнями.

Для вырожденного газа выражение для $\Gamma(\omega)$ получается из начального выражения (10) формальной заменой $f_0(\varepsilon_{mnp})$ на $f_0(\varepsilon_{mnp})[1 - f_0(\varepsilon_{mnp} + \hbar\omega)]$. Здесь $f_0(\varepsilon_{mnp})$ — функция распределения Ферми.

Тогда для коэффициента поглощения вырожденного газа получим оценку

$$\Gamma^{\text{cyl}}(\omega) = \frac{\Omega}{\omega} \frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \Omega)^2} \gamma_0(\omega), \quad (15)$$

где

$$\gamma_0(\omega) = \frac{2\pi e^2 \tau}{m^* c \sqrt{\varepsilon(\omega)}} \times \sum_{mnp} f_0(\varepsilon_{mnp}) [1 - f_0(\varepsilon_{mnp} + \hbar\omega)] (n+1), \quad (16)$$

а нормировочный объем взят равным единице.

Как видно из (15), отклик электронного газа на возмущение, создаваемое электромагнитным излучением, состоит из произведения двух множителей. Первый из них приводит к точке $\omega = \Omega$ к резонансному пику на кривой $\Gamma(\omega)$. Второй множитель $\gamma_0(\omega)$, как показано далее, дает изломы на резонансной кривой.

Зависимость $\Gamma^{\text{cyl}}(\omega)$ в случае невырожденного газа показана на рис. 1. Как следует из условия резонанса и рис. 1, положение пика на кривой $\Gamma(\omega)$ зависит от величины магнитного поля.

В случае когда высота цилиндра достаточно мала, волновая функция и спектр одноэлектронных состояний имеют вид

$$\Phi_{nm} = \frac{1}{2\pi R} \exp\left(\frac{imx}{R}\right) \Phi_n \left[\frac{1}{l} \left(y + \frac{\omega_c l^2}{\Omega R} m \right) \right] \varphi(z), \quad (17)$$

$$E_{nm} = \hbar\Omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + \lambda m^2, \quad (18)$$

где $\varphi(z)$ — часть волновой функции, описывающая движение по оси z .

Этот случай соответствует тонкому квантовому кольцу с эффективной шириной $\sqrt{\hbar/m^* \omega_0}$. Выражение для Γ^{ring} в случае невырожденного газа, как уже указывалось выше, совпадает с выражением для Γ^{cyl} .

2. Коэффициент поглощения квантовой проволоки

Рассмотрим квантовую проволоку с круговым сечением, помещенную в продольное магнитное поле с векторным потенциалом $\mathbf{A} = (-yB/2, xB/2, 0)$.

Потенциал конфайнмента мы моделируем с помощью суммы двух параболических потенциалов с одинаковой характеристической частотой. Запишем хорошо известное выражение для спектра параболической квантовой проволоки

$$E_{mnp} = \frac{\hbar\omega_c}{2} m + \frac{\hbar\Omega}{2} (2n + |m| + 1) + \frac{p^2}{2m^*}, \quad (19)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $n = 0, 1, 2, \dots$; p — импульс в направлении поля, $\Omega = \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_0^2}$, ω_0 — частота параболического потенциала.

Соответствующие (19) волновые функции в цилиндрических координатах будут иметь вид

$$|m, n, p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{ipz}{\hbar}\right) \exp(im\varphi) R_{m,n}(\rho), \quad (20)$$

где $R_{m,n}(\rho) = C_{mn} \rho^{|m|} \exp(-\rho^2/4l_0^2) L_n^{|m|}(-\rho^2/2l_0^2)$, $L_n^{|m|}$ — полином Лагерра, $l_0 = \sqrt{\hbar/m^* \Omega}$, $C_{mn} = (1/l_0^{|m|+1}) \sqrt{n!/2^{|m|} (n+|m|)!}$.

Коэффициент поглощения проволоки находится по формуле (5), в которой сделана замена ε_{mnp} на E_{mnp} .

Выберем направление поляризации электромагнитной волны вдоль оси Oy . Тогда оператор электрон-фотонного взаимодействия можно записать в следующем виде:

$$H_R = -\frac{ie\hbar}{m^*} \sqrt{\frac{2\pi\hbar N_f}{\varepsilon(\omega)\omega}} \left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{i}{2l_B^2} x \right), \quad (21)$$

где $l_B^2 = c\hbar/|e|B$. Переходя к цилиндрическим координатам, из (21) получим

$$H_R = -\frac{ie\hbar}{m^*} \sqrt{\frac{2\pi\hbar N_f}{\varepsilon(\omega)\omega}} \times \left(\sin\varphi \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\cos\varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{i}{2l_B^2} \rho \cos\varphi \right). \quad (22)$$

Матричные элементы H_R имеют вид

$$\langle m, n, p | H_R | m', n', p' \rangle = \frac{e\hbar}{2m^*} \sqrt{\frac{2\pi\hbar N_f}{\varepsilon(\omega)\omega}} \times \left[\delta_{m,m'+1} \left\langle R_{m,n} \left| -\frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{m'}{\rho} - \frac{\rho}{2l_B^2} \right| R_{m',n'} \right\rangle + \delta_{m,m'-1} \left\langle R_{m,n} \left| \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{m'}{\rho} - \frac{\rho}{2l_B^2} \right| R_{m',n'} \right\rangle \right] \delta_{pp'}. \quad (23)$$

Множители, стоящие перед $\delta_{m,m'+1}$ и $\delta_{m,m'-1}$ в (23), удобно вычислять по отдельности. При этом, поскольку в выражение для $R_{m,n}$ входит модуль m , необходимо рассматривать три случая: $m \geq 1$, $m \leq -1$, $m = 0$. После длинных преобразований найдем выражение для квадратов матричных элементов H_R (см. Приложение).

Рассмотрим вначале случай невырожденного электронного газа. Вычислив нормировочную константу из условия, аналогичного (6), получим

$$f_0^{\text{wire}} = \frac{4\pi\hbar N}{\sqrt{2\pi m^* T} L_z} \left(\cosh \frac{\hbar\Omega}{2T} - \cosh \frac{\hbar\omega_c}{2T} \right) \times \exp(-E_{mnp}/T). \quad (24)$$

Удобно записать выражение для коэффициента поглощения в виде суммы трех членов $\Gamma^{\text{wire}}(\omega) = \Gamma^{(+)} + \Gamma^{(-)} + \Gamma^{(0)}$, где $\Gamma^{(+)}$ соответствует случаю $m \geq 1$,

$$\begin{aligned} \Gamma^{(+)} = & A \sum_{mnp} f_0(E_{mnp}) \left[(n+m) \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \right. \\ & \times \delta \left(\omega + \frac{1}{2}(\omega_c + \Omega) \right) + (n+1) \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \\ & \times \delta \left(\omega + \frac{1}{2}(\omega_c - \Omega) \right) + 4(m+1)^2 \\ & \times \sum_{n'} \frac{n'!(n+m)!}{n!(n'+m+1)!} \left[\frac{\theta(n'-n)}{l_0^2} - \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right]^2 \\ & \left. \times \delta \left(\omega - \Omega(n'-n) - \frac{1}{2}(\omega_c + \Omega) \right) \right], \quad (25) \end{aligned}$$

$\Gamma^{(-)}$ соответствует случаю $m \leq -1$,

$$\begin{aligned} \Gamma^{(-)} = & A \sum_{snp} f_0(E_{snp}) \left[(s+n) \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \right. \\ & \times \delta \left(\omega + \frac{1}{2}(\omega_c - \Omega) \right) + (n+1) \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \\ & \times \delta \left(\omega - \frac{1}{2}(\omega_c + \Omega) \right) + 4(s+1)^2 \\ & \times \sum_{n'} \frac{n'!(n+s)!}{n!(n'+s+1)!} \left[\frac{\theta(n'-n)}{l_0^2} + \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right]^2 \\ & \left. \times \delta \left(\omega - \Omega(n'-n) + \frac{1}{2}(\omega_c - \Omega) \right) \right]. \quad (26) \end{aligned}$$

Здесь $s = |m|$, $E_{snp} = \hbar\Omega(n+1/2) + \hbar(\Omega - \omega_c)s/2 + p^2/2m^*$. И наконец, $\Gamma^{(0)}$ соответствует случаю $m = 0$,

$$\begin{aligned} \Gamma^{(0)} = & 4A \sum_{nn'p} f_0(E_{0np}) \frac{1}{n'+1} \left[\left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right)^2 \right. \\ & \times \delta \left(\omega - \frac{1}{2}(\omega_c + \Omega) - \Omega(n'-n) \right) + \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right)^2 \\ & \left. \times \delta \left(\omega + \frac{1}{2}(\omega_c - \Omega) - \Omega(n'-n) \right) \right]. \quad (27) \end{aligned}$$

В (25)–(27)

$$A(\omega) = \frac{\pi^2 e^2 \hbar l_0^2 (1 - e^{-\hbar\omega/T})}{2m^* c \sqrt{\varepsilon(\omega)} \omega}, \quad \theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

Как следует из (25)–(27), имеются четыре типа точек резонанса

$$\omega_{1,2} = \frac{\Omega \mp \omega_c}{2}, \quad \omega_{3,4} = \frac{\Omega \mp \omega_c}{2} + \Omega(n'-n), \quad n' > n. \quad (28)$$

Перегруппируем слагаемые в $\Gamma^{\text{wire}}(\omega)$ в соответствии с особенностями в точках резонанса. В результате получим $\Gamma^{\text{wire}} = \Gamma^{(1)} + \Gamma^{(2)} + \Gamma^{(3)} + \Gamma^{(4)}$, где член, содержащий особенности первого типа, имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma^{(1)} = & A \left[\sum_{mnp} f_0(E_{mnp}) (n+1) \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \right. \\ & + 4 \sum_{s,n,p} f_0(E_{snp}) (s+1)^2 \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{(-1)^n}{l_B^2} \right)^2 \frac{1}{n+s+1} \\ & + 4 \sum_{n,p} f_0(E_{0np}) \frac{1}{n+1} \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{(-1)^n}{l_B^2} \right)^2 \left. \right] \\ & \times \delta \left(\omega + \frac{\omega_c - \Omega}{2} \right), \quad (29) \end{aligned}$$

а член, содержащий особенности второго типа, запишется в виде

$$\begin{aligned} \Gamma^{(2)} = & A \left[\sum_{snp} f_0(E_{snp}) (n+1) \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \right. \\ & + 4 \sum_{m,n,p} f_0(E_{mnp}) (m+1)^2 \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{(-1)^n}{l_B^2} \right)^2 \frac{1}{n+m+1} \\ & + 4 \sum_n f_0(E_{0np}) \frac{1}{n+1} \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{(-1)^n}{l_B^2} \right)^2 \left. \right] \\ & \times \delta \left(\omega - \frac{\omega_c + \Omega}{2} \right). \quad (30) \end{aligned}$$

Член, содержащий особенности третьего типа, имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma^{(3)} = & 4A \left[\sum_{snp} f_0(E_{snp}) (s+1)^2 \right. \\ & \times \sum_{n'>n} \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right)^2 + \frac{n'!(n+s)!}{n!(n'+s+1)!} \\ & + \sum_{n,n'>n,p} f_0(E_{0np}) \frac{1}{n'+1} \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right)^2 \left. \right] \\ & \times \delta \left(\omega + \frac{\omega_c - \Omega}{2} - \Omega(n'-n) \right), \quad (31) \end{aligned}$$

и, наконец, член, содержащий особенности четвертого типа, описывается выражением

$$\begin{aligned} \Gamma^{(4)} = & 4A \left[\sum_{mnp} f_0(E_{mnp})(m+1)^2 \right. \\ & \times \sum_{n'>n} \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right)^2 + \frac{n'!(n+m)!}{n!(n'+m+1)!} \\ & + \sum_{n,n'>n,p} f_0(E_{0np}) \frac{1}{n'+1} \left. \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right)^2 \right] \\ & \times \delta \left(\omega - \frac{\omega_c + \Omega}{2} - \Omega(n' - n) \right). \end{aligned} \quad (32)$$

Заметим, что в $\Gamma^{(3)}$ и $\Gamma^{(4)}$ выполняется неравенство $n' > n$, поскольку $\omega_c < \Omega$.

В окрестности точки резонанса, где ω удовлетворяет условию $(2\omega \mp \omega_c - \Omega)/2\Omega$ — целое число, основной вклад в $\Gamma^{(3)}$ и $\Gamma^{(4)}$ будет вносить только одно слагаемое суммы по n' . Введем обозначение

$$N^\pm = \left[\frac{2\omega \pm \omega_c - \Omega}{2\Omega} \right], \quad (33)$$

где плюс соответствует $\Gamma^{(3)}$, а минус — $\Gamma^{(4)}$, целая часть числа x обозначена $[x]$. Тогда n' запишется как $n' = N^\pm + n$.

Чтобы учесть размытие уровней, введем лоренцево уширение дельтообразных пиков $\delta_\tau(\Delta\omega_i)$, где расстройка резонанса $\Delta\omega_i = \omega - \omega_i$, $i = 1, 2, 3, 4$.

Подставив в (29)–(32) функцию распределения (24) и отбросив экспоненциально малые слагаемые того же порядка, что и в (12), получим окончательное выражение для Γ^{wire} . Для члена, имеющего точки резонанса первого типа, получим

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma^{(1)}}{\Gamma_0} = & 4 \frac{\Omega}{\omega} \left[\sum_{s,n} g_{sn}(s+1)^2 \left(1 + \frac{(-1)^n \omega_c}{\Omega} \right)^2 \frac{1}{n+s+1} \right. \\ & + \sum_n g_{0n} \left. \left(1 - \frac{(-1)^n \omega_c}{\Omega} \right)^2 \frac{1}{n+1} \right] \frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \omega_1)^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

Для члена, имеющего точки резонанса второго типа, найдем

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma^{(2)}}{\Gamma_0} = & 4 \frac{\Omega}{\omega} \left[\sum_{m,n} g_{mn}(m+1)^2 \left(1 - \frac{(-1)^n \omega_c}{\Omega} \right)^2 \frac{1}{n+m+1} \right. \\ & + \sum_n g_{0n} \left. \left(1 + \frac{(-1)^n \omega_c}{\Omega} \right)^2 \frac{1}{n+1} \right] \frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \omega_2)^2}. \end{aligned} \quad (35)$$

Член, имеющий точки резонанса третьего типа, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma^{(3)}}{\Gamma_0} = & 4 \frac{\Omega}{\omega} \left[\sum_{s,n} g_{sn}(s+1)^2 \left(1 + \frac{(-1)^{n+N^+} \omega_c}{\Omega} \right)^2 \right. \\ & \times \frac{(n+N^+)!(n+s)!}{n!(n+N^++s+1)!} + \sum_n g_{0n} \frac{1}{n+N^++1} \\ & \times \left. \left(1 - \frac{(-1)^{n+N^+} \omega_c}{\Omega} \right)^2 \right] \frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \omega_3)^2}. \end{aligned} \quad (36)$$

И наконец, для $\Gamma^{(4)}$ получим

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma^{(4)}}{\Gamma_0} = & 4 \frac{\Omega}{\omega} \left[\sum_{m,n} g_{mn}(m+1)^2 \left(1 - \frac{(-1)^{n+N^-} \omega_c}{\Omega} \right)^2 \right. \\ & \times \frac{(m+1)^2(n+N^-)!(n+m)!}{n!(n+m+N^-+1)!} + \sum_n g_{0n} \frac{1}{n+N^-+1} \\ & \times \left. \left(1 + \frac{(-1)^{n+N^-} \omega_c}{\Omega} \right)^2 \right] \frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \omega_4)^2}. \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь $g_{mn} = \exp[-(\hbar(\omega_c + \Omega)m + 2\hbar\Omega n)/2T]$, $g_{sn} = \exp[-(\hbar(\Omega - \omega_c)s + 2\hbar\Omega n)/2T]$, $\omega_1 = (\Omega - \omega_c)/2$, $\omega_2 = (\Omega + \omega_c)/2$, $\omega_3 = \Omega N^+ - (\omega_c - \Omega)/2$, $\omega_4 = (\Omega + \omega_c)/2 + \Omega N^-$.

Таким образом, в случае квантовой проволоки резонансные точки определяются общей формулой $\omega = \Omega(k + 1/2) \pm \omega_c/2$ ($k = 0, 1, 2, \dots$).

Зависимость $\Gamma^{\text{wire}}(\omega)$ в случае невырожденного газа показана на рис. 2.

В случае вырожденного газа удобно записать коэффициент поглощения в виде, аналогичном невырожденному случаю. Для этого преобразуем интеграл по импульсу в $\Gamma(\omega)$ в ряд, суммируя вычеты в простых полюсах,

$$\begin{aligned} \frac{L_z}{2\pi\hbar} \int f_0(E_{mnp}) [1 - f_0(E_{mnp} + \hbar\omega)] dp \\ = \frac{L_z}{8\hbar} \sqrt{\frac{m^*T}{2}} \frac{\exp(-\hbar\omega/2T)}{\sinh(\hbar\omega/2T)} I_{mn}, \end{aligned} \quad (38)$$

где

$$\begin{aligned} I_{mn} = & \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(\mu - \varepsilon_{mn})/T}{\{(\mu - \varepsilon_{mn})^2/T^2 + \pi^2(2k+1)^2\}^{3/4}} \right. \\ & - \left. \frac{(\mu - \varepsilon_{mn} - \hbar\omega)/T}{\{(\mu - \varepsilon_{mn} - \hbar\omega)^2/T^2 + \pi^2(2k+1)^2\}^{3/4}} \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

Заметим, что в связи с методом вычисления выражение (38) верно только при $T > 0$. В этом случае коэффициент поглощения $\Gamma^{\text{wire}} = \Gamma^{(1)} + \Gamma^{(2)} + \Gamma^{(3)} + \Gamma^{(4)}$ будет иметь тот же вид, что и в невырожденном случае, если в выражениях (34)–(37) формально заменить Γ_0 на Γ'_0 и g_{mn} на I_{mn} , где $\gamma'_0 = \pi\tau L_z e^2 \sqrt{m^*T}/16\sqrt{2} m^* c \sqrt{\varepsilon} \hbar$.

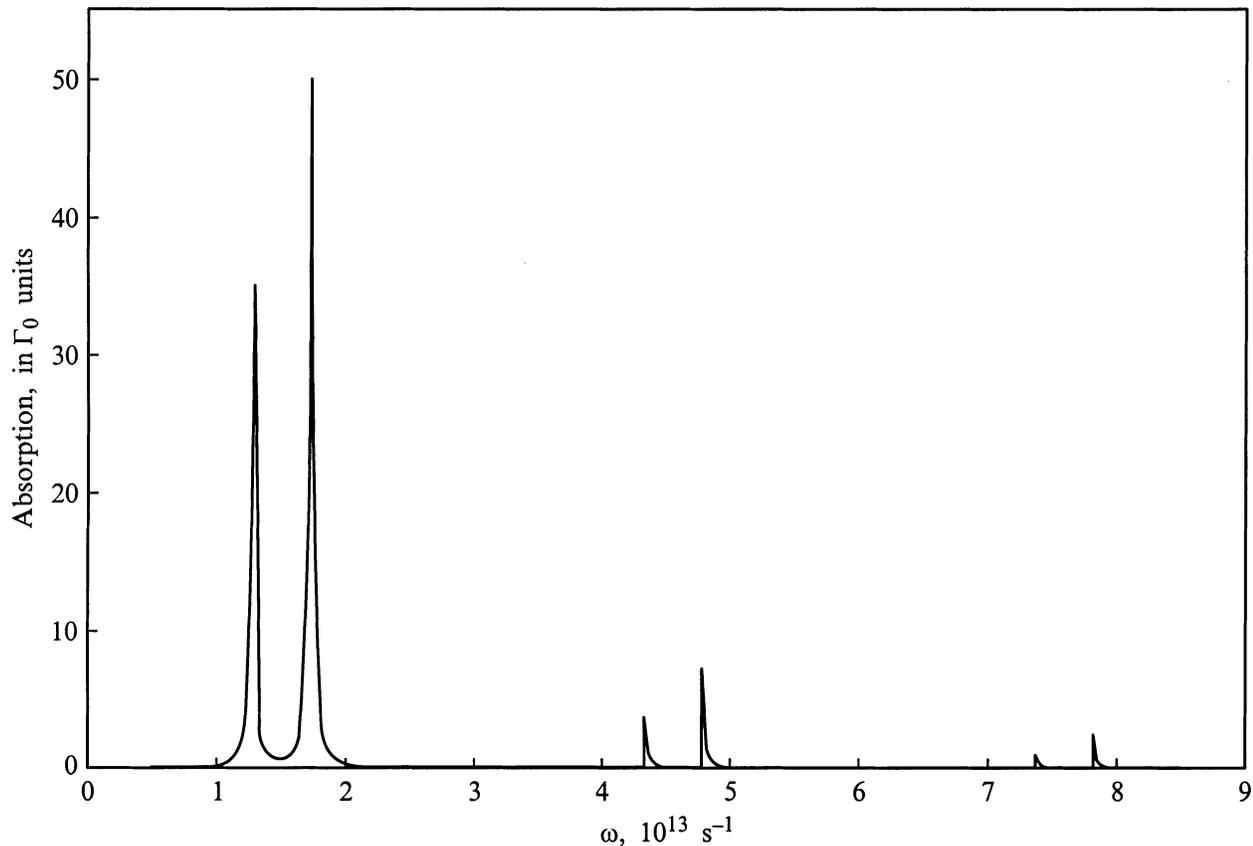


Рис. 2. Зависимость коэффициента поглощения квантовой проволоки в случае невырожденного газа от частоты электромагнитного излучения для $\omega_0 = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$, $\tau = 5 \cdot 10^{-12} \text{ s}$, $B = 1.5 \text{ T}$, $T = 100 \text{ K}$.

3. Обсуждение результатов

В настоящей работе выражения для коэффициентов поглощения высокочастотного электромагнитного излучения рядом квантовых наноструктур с параболическим потенциалом конфайнмента: квантовым кольцом конечной ширины, квантовой проволокой и квантовым цилиндром конечной толщины. Для каждой из этих структур кривая поглощения содержит резонансные пики, обусловленные переходами между соответствующими электронными энергетическими уровнями. В случае квантового кольца и цилиндра существует лишь одна точка резонанса $\omega = \Omega$ на кривой $\Gamma(\omega)$, связанная с электронными переходами между соседними уровнями $n \rightarrow n + 1$. Переходы с изменением квантового числа m запрещены. Отметим, что для кольца и цилиндра в случае невырожденного газа коэффициенты поглощения будут одинаковыми, что связано с тем, что движение электронов вдоль оси z не влияет на рассматриваемые переходы электронов.

В случае квантовой проволоки ситуация значительно сложнее: в дипольном приближении возможны только переходы, обусловленные изменением обоих квантовых чисел m и n . Как следует из выражений для $g_{mn}(\omega)$

и $g_{sn}(\omega)$, в этом случае большую амплитуду имеют пики с резонансными частотами $(\Omega + \omega_c)/2$ и $(\Omega - \omega_c)/2$. Амплитуда пиков с частотами $\omega = \Omega(k + 1/2) \pm \omega_c/2$ ($k = 1, 2, \dots$) резко уменьшается с ростом частоты (рис. 2).

Как следствие сказанного выше на кривой зависимости $\Gamma(\omega)$ возникает серия пиков, имеющих в общем случае дублетную структуру, причем пики, составляющие дублет, располагаются на расстоянии ω_c друг от друга (рис. 2). Дублеты располагаются периодически с периодом Ω , причем высота пиков резко уменьшается с увеличением ω . Отметим, что при частоте $\Omega = 2\omega_c$ расстояние между пиками будет одинаковым, и, следовательно, дублетная структура будет отсутствовать. Как видно из рис. 2, пики, составляющие дублетную структуру, будут асимметричны. Существование резонанса не зависит от вида статистики электронов, поэтому формула для коэффициента поглощения в вырожденном случае будет иметь те же резонансные точки, что и для невырожденного случая. Однако в случае вырожденного газа могут возникать особенности, обусловленные вырождением газа: в этом случае на графике $\Gamma(\omega)$ имеются изломы. Это связано с тем, что при достаточно

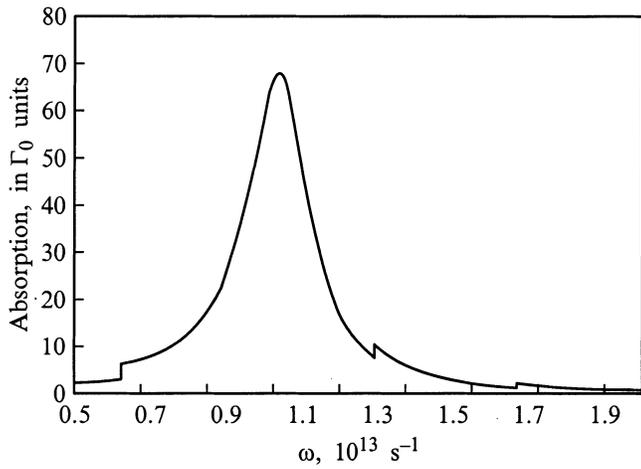


Рис. 3. Зависимость коэффициента поглощения квантового цилиндра в случае вырожденного газа от частоты электромагнитного излучения для $\omega_0 = 10^{13} \text{ s}^{-1}$, $\tau = 10^{-12} \text{ s}$, $B = 1 \text{ T}$, $T = 0 \text{ K}$, $\mu = 10^{-13} \text{ erg}$.

низкой температуре в поглощении участвуют только электроны, энергия которых E больше пороговой энергии ($E > E_{\text{th}} = \mu - \hbar\omega$). В связи с этим, когда энергия фотона $\hbar\omega$ достигает такого значения, что $\mu - \hbar\omega$ пересекается с энергетическим уровнем

дискретной составляющей спектра, происходит резкий скачок в плотности состояний, и, следовательно, возникает излом. Заметим, что наиболее четко изломы видны только в окрестности резонанса. На рис. 3 и 4 показаны изломы кривой $\Gamma(\omega)$ для цилиндра и проволоки соответственно.

В случае цилиндра для невырожденного газа легко оценить высоту пика. В точке резонанса $\omega = \Omega$ и, следовательно, $(\Gamma^{\text{cyl}})_{\text{max}} = \Gamma_0$. Отметим, что в этом случае высота пика не зависит от величины магнитного поля и от температуры. Заметим также, что в случае проволоки с ростом поля расстояние между пиками, составляющими дублет, увеличивается.

Характерной особенностью данного типа резонанса, отличающей его от обычного циклотронного, является возможность наблюдения резонансных пиков при нулевом магнитном поле. Причина этого лежит в гибридизации магнитного и размерного квантования, вследствие чего в формуле для энергетических уровней электрона вместо ω_c входит гибридная частота Ω . Как следствие этого, расстояние между уровнями может иметь достаточную для наблюдения резонанса величину даже в пределе нулевого магнитного поля, разумеется, при условии, что размерное квантование достаточно сильное.

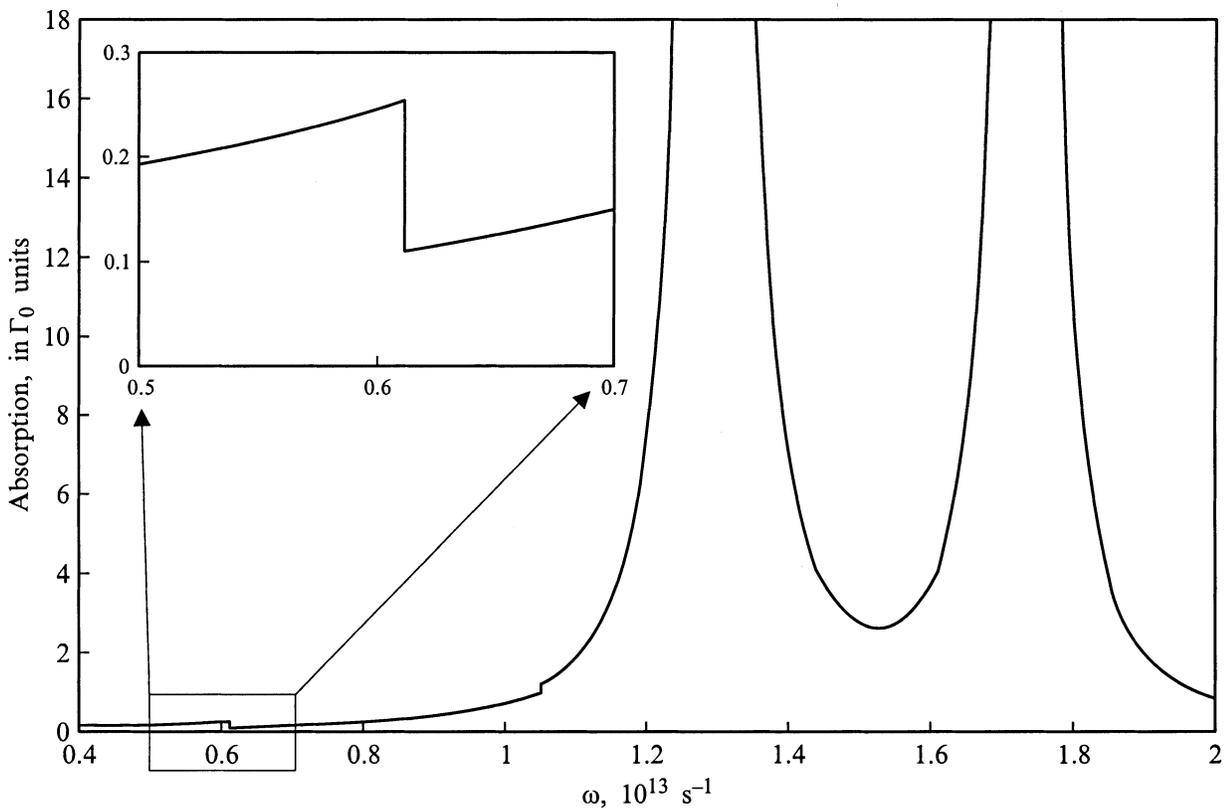


Рис. 4. Зависимость коэффициента поглощения квантовой проволоки в случае вырожденного газа от частоты электромагнитного излучения для $\omega_0 = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$, $\tau = 5 \cdot 10^{-12} \text{ s}$, $B = 1.5 \text{ T}$, $T = 0 \text{ K}$, $\mu = 10^{-13} \text{ erg}$.

Приложение

Значения квадрата матричного элемента возмущения для разных значений m :

1) $m \geq 1$

$$\begin{aligned} \left| \langle m, n, p | H_R | m', n', p' \rangle \right|^2 &= D^2 \delta_{p,p'} \left\{ \frac{l_0^2}{2} \delta_{m,m'+1} \left[(n+m) \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \delta_{n,n'} + (n+1) \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \delta_{n,n'-1} \right] + 2l_0^2 \delta_{m,m'-1} \right. \\ &\times \left. \frac{n!(n+m)!}{n!(n'+m+1)!} (m+1)^2 \left[\frac{\theta(n'-n)}{l_0^2} - \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right]^2 \right\}; \quad (\text{П.1}) \end{aligned}$$

2) $m \leq -1$ ($s = |m|$)

$$\begin{aligned} \left| \langle m, n, p | H_R | m', n', p' \rangle \right|^2 &= D^2 \delta_{p,p'} \left\{ \frac{l_0^2}{2} \delta_{m,m'-1} \left[(n+s) \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left(\frac{1}{l_0^2} + \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \delta_{n,n'} + (n+1) \left(\frac{1}{l_0^2} - \frac{1}{l_B^2} \right)^2 \delta_{n,n'-1} \right] + 2l_0^2 \delta_{m,m'+1} \right. \\ &\times \left. \frac{n!(n+s)!}{n!(n'+s+1)!} (s+1)^2 \left[\frac{\theta(n'-n)}{l_0^2} + \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right]^2 \right\}; \quad (\text{П.2}) \end{aligned}$$

3) $m = 0$ ($s = 0$)

$$\begin{aligned} \left| \langle m, n, p | H_R | m', n', p' \rangle \right|^2 &= D^2 \frac{2l_0^2}{n'+1} \delta_{p,p'} \left\{ \left[\frac{\theta(n-n)}{l_0^2} \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right]^2 \delta_{0,m'-1} + \left[\frac{\theta(n'-n)}{l_0^2} - \frac{(-1)^{n'}}{l_B^2} \right]^2 \delta_{0,m'+1} \right\}. \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

Здесь

$$D = \frac{e\hbar}{2m^*} \sqrt{\frac{2\pi\hbar N_f}{\varepsilon(\omega)\omega}}.$$

Список литературы

- [1] L. Brey, N. Johnson, B.J. Halperin. Phys. Rev. **B40**, 10 647 (1989).
- [2] V.Ya. Prinz, V.A. Seleznev, V.A. Samoylov, A.K. Gutakovsky. Microelectr. Eng. **30**, 439 (1996); V.Ya. Prinz, V.A. Seleznev, A.K. Gutakovsky. 24th Conf. on Semiconductor Physics. Abstract. Jerusalem (1998).
- [3] В.А. Гейлер, В.А. Маргулис, А.В. Шорохов. ЖЭТФ **115**, 1450 (1999).
- [4] Л.И. Магарил, А.В. Чаплик. ЖЭТФ **115**, 1478 (1999).
- [5] W. Geiselbrecht, U. Sahr, A. Masten, O. Gräbner, U. Klütz, M. Forkel, G.H. Döhler, K. Campman, A.C. Gossard. Physica **E2**, 106 (1998).
- [6] Э.П. Синявский, С.М. Соковнич. ФТТ **42**, 9, 1685 (2000).
- [7] Rui Q. Yang, J.M. Xu. Phys. Rev. **B50**, 7474 (1994).
- [8] L.V. Butov, A.A. Shashkin, V.T. Dolgoplov, K.L. Campman, A.C. Gossard. Phys. Rev. **B60**, 8753 (1999).
- [9] S. Blom, L.Y. Gorelik, M. Jonson, R.I. Shekhter, A.G. Scherbakov, E.N. Bogachek, Uzi Landman. Phys. Rev. **B58**, 16 305 (1998).
- [10] Yu.A. Uspenskii, B.N. Harmon. Phys. Rev. **B61**, 10 571 (2000).
- [11] D. Huang, G. Gumbs, N. Horing. Phys. Rev. **B49**, 11 463 (1994).
- [12] В.А. Маргулис. ЖЭТФ **111**, 1092 (1997).
- [13] Jai Yon Ryu, Y. Hu, R.F. O'Connell. Phys. Rev. **B49**, 10 437 (1994).
- [14] Э.П. Синявский, С.М. Соковнич. ФТТ **42**, 9, 1695 (2000).
- [15] A. Grincwajg, M. Jonson, R.I. Shekhter. Phys. Rev. **B49**, 7557 (1994).
- [16] V. Halonen, P. Pietilainen, T. Chakraborty. Europhys. Lett. **33**, 377 (1996).
- [17] L. Wendler, V.G. Grigoryan. Physica **B245**, 127 (1998).
- [18] Yu.B. Vasilyev, K.V. Klitzing, K. Eberl. Physica **E2**, 116 (1998).
- [19] A.H. Mac Donald, C. Kallin. Phys. Rev. **B40**, 5795 (1989).
- [20] Ф.Г. Басс, И.Б. Левинсон. ЖЭТФ **49**, 914 (1965).
- [21] Р.К. Баканас. ФТТ **12**, 11, 3409 (1970).