

Генерация неравновесных фононов в полупроводниках и диэлектриках импульсно нагреваемой металлической пленкой: модель и эксперимент

© А.И. Шарков, А.Ю. Клоков, Т.И. Галкина

Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
117924 Москва, Россия

E-mail: shark@sci.lebedev.ru

(Поступила в окончательном виде 21 июля 2000 г.)

Рассмотрены характеристики фононного генератора — импульсно нагретой металлической пленки: зависимость температуры пленки от времени и кинетика ухода фононов из пленки в подложку. Рассчитаны зависимости температуры пленки от времени для подложек алмаза, кремния, теллурида кадмия. Показано, что времена остывания пленки значительно больше длительности импульса нагрева, и пленка продолжает генерировать фононы более низких частот после окончания импульса нагрева. Подчеркивается, что корректный учет остывания пленки необходим при исследованиях распространения неравновесных акустических фононов, особенно при исследовании фононных процессов в наноструктурах.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проекты № 99-02-17183 и 98-02-16892).

Бурно развивающаяся в последние три десятилетия физика наноструктур и широкие практические приложения сверхрешеток и квантовых ям в микро- и оптоэлектронике потребовали новых знаний в области электрон-фононного взаимодействия, особенностей фононного спектра и, наконец, специфики распространения акустических фононов в таких структурах.

Так, например, ограничивающим фактором в лазерах на квантовых точках и каскадных лазерах является релаксация носителей с испусканием оптических фононов; после их превращения в акустические транспорт акустических фононов является завершающей стадией процессов, протекающих в этих приборах [1,2].

С помощью фононных импульсов можно характеризовать качество поверхности и интерфейсов, поскольку длины волн фононов, используемых в технике тепловых (фононных) импульсов, сравнимы с масштабом неоднородностей наноструктур [3].

Надо подчеркнуть, что эксперименты по исследованию кинетики и динамики акустических фононов в наноструктурах (гетероструктурах, двойных ямах и сверхрешетках) требуют знания пространственно-временных характеристик фононного импульса, иначе все особенности рассеяния на интерфейсах, а тем более резонансные явления будут "замазаны", и полученные результаты не могут быть адекватно интерпретированы.

Цели данной работы состояли в следующем. 1) Рассчитать характеристики фононного генератора — нагретой металлической пленки — температуру (частоту фононов) и кинетику ухода фононов из пленки в образец. 2) Использовать эти характеристики генератора для моделирования процесса генерации фононов при расчете тепловых импульсов методом Монте-Карло; последнее необходимо для анализа экспериментальных тепловых импульсов.

1. Методика тепловых (фононных) импульсов

Практически единственной методикой, позволяющей экспериментально исследовать распространение неравновесных акустических фононов, является так называемая методика тепловых импульсов. Общая схема эксперимента методики тепловых импульсов и основные процессы с неравновесными фононами показаны на рис. 1.

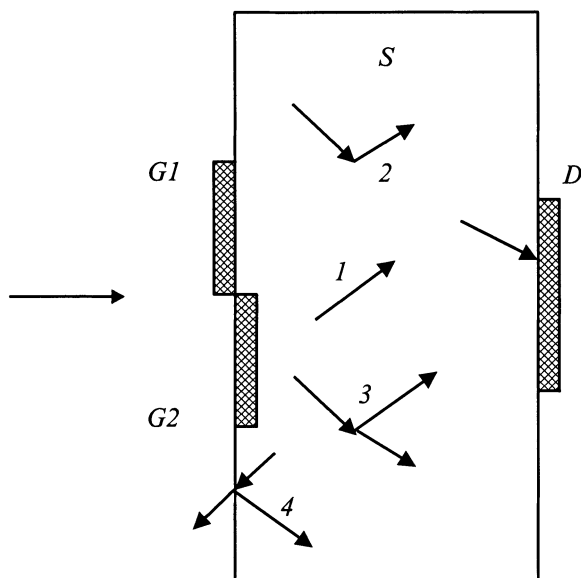


Рис. 1. Общая схема эксперимента в технике тепловых импульсов и основные процессы с неравновесными фононами. G1, G2 — генерация, D — детектирование, 1 — баллистическое распространение, 2 — упругое рассеяние, 3 — спонтанный распад, 4 — отражение от границы либо выход из образца.

Неравновесные фононы генерируются в образце S в результате импульсного возбуждения P . Таким возбуждением является обычно нагрев светом либо током металлической пленки, нанесенной на поверхность образца (G_1), когда фононы проходят в образец через границу раздела, либо фотовозбуждением светом с энергией квантов больше ширины запрещенной зоны исследуемого материала (G_2), когда фононы рождаются непосредственно в образце. Образованные фононы распространяются по образцу (1), испытывая процессы упругого рассеяния (2), спонтанного ангармонического распада (3) и т.д. (рис. 1). Поглощаясь в детекторе D , они образуют сигнал. По виду разрешенного по времени сигнала судят об особенностях процессов, происходящих с неравновесными фононами и о режиме их распространения.

Анализ получаемых, разрешенных во времени откликов детектора является достаточно сложным. Одним из способов такого анализа является сравнение экспериментальных откликов с рассчитанными методом Монте-Карло [4–6]. В результате такого анализа оказывается возможным оценить особенности процессов, характеризующих распространение фононов, например интенсивность процессов упругого рассеяния неравновесных акустических фононов на точечных дефектах в исследуемом образце [7,8] характерные размеры зерен, из которых состоит образец [9], и т.д.

Однако при проведении подобных расчетов необходимо описание всех элементарных процессов, происходящих с неравновесными фононами. Теоретическое рассмотрение таких процессов как упругое рассеяние и распад фононов производилось неоднократно [10–12] и результаты расчетов по предложенным моделям подтверждены экспериментально. В то же время работы по экспериментальной проверке теоретических рассмотрений некоторых процессов, например рассеяния фононов на интерфейсах единичны [13].

Что же касается генерации фононов, то в данном случае ситуация усложнена тем, что экспериментально используются несколько методов генерации неравновесных фононов [14,15]. Коротко опишем физические различия этих методов генерации.

В случае фотовозбуждения образуются горячие носители, которые релаксируют к краям зоны проводимости за времена порядка 10^{-12} с с испусканием оптических фононов. Оптические фононы за времена порядка 10^{-10} с распадаются на продольные акустические (LA) приблизительно одинаковых энергий.

В случае импульсно нагреваемой металлической пленки, нанесенной на поверхность полупроводника, механизм генерации фононов несколько другой: энергия поглощается в металле, где из-за электрон-фононного взаимодействия быстро достигается квазиравновесное фононное распределение, а в образец фононы попадают через границу раздела.

Высокочастотные фононы, генерируемые в случае фотовозбуждения, интенсивно рассеиваются на точечных

дефектах, что позволяет определить константу упругого рассеяния фононов [7,8].

Более низкочастотные фононы, генерируемые металлической пленкой, имеют большие длины свободного пробега, что позволяет получать информацию о рассеянии фононов на интерфейсах [9]. Кроме того, изменяя параметры возбуждения (энергию, длительность импульса, площадь пятна возбуждения), можно варьировать частоты генерируемых металлической пленкой фононов в области 0.1–3 THz. Это особенно необходимо для исследования резонансного рассеяния фононов в сверхрешетках с квантовыми точками, так как характерные длины волн таких фононов ($\lambda = 600\text{--}20 \text{ \AA}$) совпадают с характерными размерами неоднородностей.

При моделировании процесса генерации фононов необходимо определить область пространства и время генерации фононов, а также распределение генерируемых фононов по энергии (частоте) и поляризации.

В случае фотовозбуждения с длительностью импульсов больше 10^{-10} с можно считать, что во время импульса генерируются LA -фононы с энергиями порядка половины энергии оптических фононов, что составляет, например, 20 THz для алмаза и 7.5 THz для кремния.

Для нагреваемой металлической пленки считается, что распределение фононов по поляризации пропорционально плотностям состояний [16], а частота фононов определяется температурой пленки. Поэтому необходимо уметь рассчитывать температуру и характерные времена остывания металлической пленки.

2. Расчет временной зависимости температуры металлической пленки

Задача об определении температуры металлической пленки на диэлектрической (полупроводниковой) подложке при импульсном возбуждении ставилась неоднократно, однако алгоритма, который можно было бы использовать для моделирования процесса генерации фононов при расчетах методом Монте-Карло, насколько нам известно, в литературе не приводилось. В случае, когда требуется оценить частоту фононов, испускаемых пленкой в подложку, часто считают, что фононы инжектируются только во время импульса возбуждения, их частота находится из уравнения связи частоты, соответствующей максимуму планковского распределения

$$h\nu = 2.82k_B T, \quad (1)$$

а температура T пленки получается из каких-либо оценок.

Для того чтобы получить зависимость температуры металлической пленки на диэлектрической подложке необходимо решать уравнение баланса энергии. Для упрощения задачи можно принять следующие приближения.

1) Считать, что пленка "тонкая", т.е. время прогрева пленки меньше длительности импульса возбуждения. Это справедливо уже для импульсов с длительностью в

доли наносекунд, когда времена прогрева пленки меньше длительности импульса возбуждения. Время прогрева пленки не превышает $\tau^* \sim C\rho d^2/\kappa$ (C — теплоемкость, ρ — плотность, κ — коэффициент теплопроводности). Для золотой пленки толщиной $d = 1500 \text{ \AA}$ при 20 К получаем $\tau^* = 4.5 \cdot 10^{-12} \text{ s}$. Для меньших температур эта величина еще меньше.

2) Считать, что подложка "не греется" и все время имеет температуру окружающей среды T_0 . Это справедливо для большинства монокристаллов, где длины свободного пробега фононов тепловых частот при гелиевых температурах определяются рассеянием на границах образцов и дефектах решетки и составляют миллиметры, так что равновесная температура, большая, чем температура окружающей среды, не достигается. В противном случае будет необходимо оценить долю фононов, возвращающихся из подложки в пленку, и решать самосогласованную задачу.

3) Пренебречь теплопроводом из пленки в окружающую среду (например, в жидкий гелий). Это справедливо, если образец находится в вакууме, но даже если образец находится в гелии при больших уровнях возбуждения, когда температура пленки становится больше температуры кипения гелия, на границе пленка-гелий образуется "пузырь" газообразного гелия, препятствующий теплоотводу.

4) Пренебрегать прогревом пленки в поперечном направлении.

В общем виде при сделанных предположениях это уравнение имеет вид

$$SW(t) = (dS\rho)C(T)dT/dt + P(T, T_0), \quad (2)$$

где $W(t)$ — плотность мощности в импульсе возбуждения, d , S , ρ , $C(T)$ — толщина, облучаемая площадь, плотность и теплоемкость материала пленки, $P(T, T_0)$ — поток тепла из пленки в окружающую среду.

В приближении "коротких" импульсов возбуждения (адиабатическое приближение), когда можно считать, что введенная энергия не выходит из пленки ($P(T, T_0) = 0$), ее максимальная температура T_{AD} может быть оценена из условия

$$E_p = Sd\rho \int_{T_0}^{T_{AD}} C(T)dT, \quad (3)$$

где E_p , τ_p — энергия и длительность импульса возбуждения, а интеграл теплоемкости $C(T)$ берется от температуры окружающей среды T_0 до T_{AD} . При вычислении интеграла следует учитывать, что теплоемкость при низких температурах сильно зависит от температуры.

В приближении "длинных" импульсов возбуждения (стационарное приближение) установившаяся темпера-

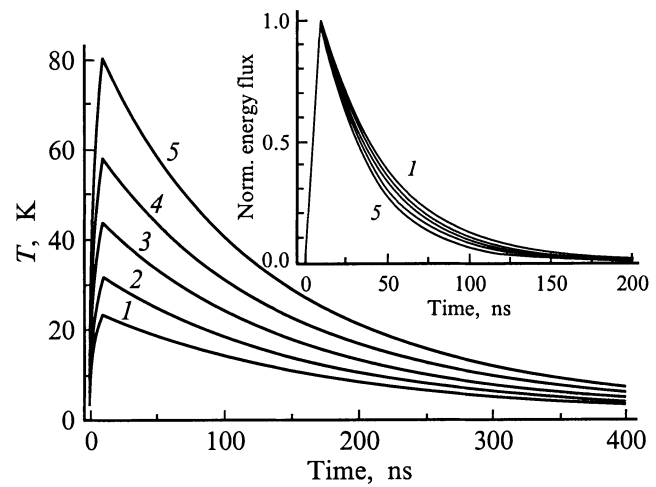


Рис. 2. Зависимости температуры золотой пленки толщиной 1500 \AA на алмазной подложке от времени для типичных энергий возбуждения ($E_p = 0.001$ (1), 0.003 (2), 0.01 (3), 0.03 (4), 0.1 (5) μJ). Длительность импульса возбуждения $\tau_p = 10 \text{ ns}$; диаметр пятна возбуждения $d_p = 50 \mu\text{m}$. На вставке показаны нормированные зависимости потока энергии от времени для этих плотностей энергии возбуждения.

тура пленки T_{ST} может быть оценена из условия

$$\frac{E_p}{\tau_p} = P(T_{ST}, T), \quad (4)$$

где $P(T_{ST}, T_0)$ — поток тепла из пленки в окружающую среду. В работе [17] было получено хорошее согласие экспериментально измеренных стационарных температур с рассчитанным по данному методу при расчете потока тепла по модели акустического согласования [18].

Тем не менее важно знать не только значение максимальной температуры пленки, но и зависимость температуры от времени, поскольку сравнительно более низкочастотные фононы, генерируемые остывающей пленкой, могут заметно менять суммарную картину распространения энергии. Для вычисления потока энергии из пленки в подложку использовалась теория акустического согласования [18]

$$P(T, T_0) = \frac{S\pi^2 k_B^4}{60\hbar^3} \left\{ \frac{\Gamma_L}{c_L^2} + \frac{2\Gamma_T}{c_T^2} \right\} (T^4 - T_0^4), \quad (5)$$

где k_B — постоянная Больцмана, \hbar — постоянная Планка, c_L , c_T — скорости продольного и поперечного звука в пленке, T , T_0 — температура в пленке и подложке соответственно, Γ_L , Γ_T — коэффициенты прохождения фононов через границу раздела.

Результатом решения уравнения (2) с начальным условием $T(t=0) = T_B$ являются зависимости температуры пленки и потока энергии из пленки в подложку от времени.

На рис. 2 представлены результаты расчета температуры золотой пленки на подложке из природного алмаза

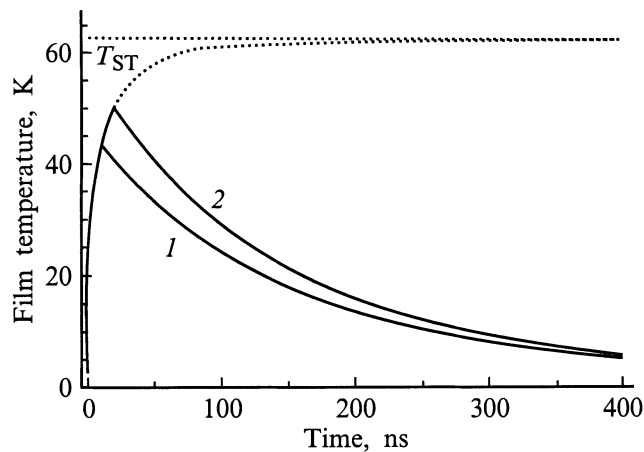


Рис. 3. Зависимости температуры золотой пленки толщиной 1500 \AA на алмазной подложке от времени для разных длительностей импульса возбуждения ($\tau_p = 10$ (1), 20 (2) ns) и их сравнение со стационарной температурой T_{ST} при одной и той же плотности мощности $E_p/(t_p \pi^2 d_p^2/4) = 2.0 \text{ kW/mm}^2$, что соответствует кривой 3 на рис. 2. Пунктиром показан дальнейший ход температуры в случае более длительного импульса возбуждения с той же плотностью мощности.

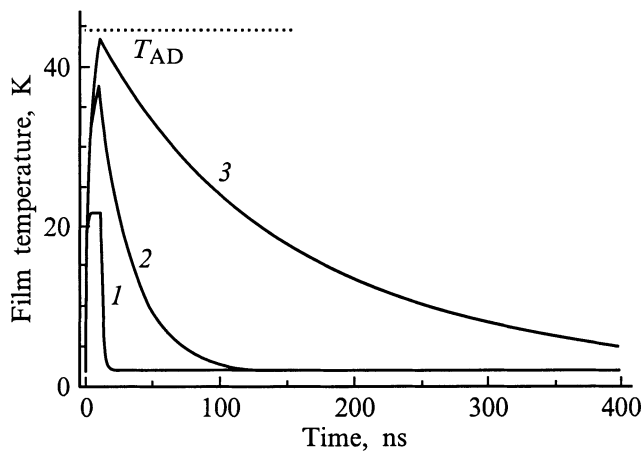


Рис. 4. Зависимости температуры золотой пленки, толщиной 1500 \AA для различных материалов подложки: CdTe (1), кремний (2) и алмаз (3). $\tau_p = 10 \text{ ns}$, $E_p = 0.01 \text{ \mu J}$, $d_p = 50 \text{ \mu m}$.

для типичных условий возбуждения в зависимости от энергии в импульсе. Можно видеть, как из-за сильной зависимости теплоемкости от температуры и 4-й степени температуры в формуле для потока энергии из пленки в подложку максимальная температура пленки слабо зависит от энергии возбуждения: например, энергия возбуждения для кривых 1 и 5 отличается в 100 раз, а максимальная температура — только в 3 раза.

На вставке к рис. 2 приведены зависимости величины потока энергии из пленки в подложку. Можно отметить, что времена остывания пленки значительны и составляют десятки наносекунд, и все это время пленка является генератором неравновесных фононов.

На рис. 3 представлено сравнение температуры пленки с величиной стационарной температуры T_{ST} , полученной из оценки по формуле (2). Видно, что температура, близкая к T_{ST} , для данного случая достигается на временах больших, чем 50 ns. Важно отметить, что на протяжении десятков наносекунд, когда испускание фононов еще заметно, пленка уже имеет температуру значительно ниже, чем оценочная, и, следовательно, генерирует большую долю неравновесных фононов низких частот, которые имеют значительно большие длины свободного пробега относительно упругого рассеяния на точечных дефектах и таким образом могут оказать существенное влияние на регистрируемые тепловые импульсы. Вот почему корректный учет остывания пленки при моделировании распространения неравновесных фононов для анализа экспериментальных откликов так важен.

На рис. 4 представлена зависимость температуры золотой пленки на разных подложках, наиболее часто используемых в экспериментах. Видны заметные различия в зависимостях температуры от времени. Следует отметить, однако, что в представленной модели не учитывался возврат фононов из подложки обратно в пленку, который может иметь место в реальности как результат их интенсивного рассеяния фононов в подложке на дефектах решетки или вследствие образования области локального теплового равновесия — "горячего фононного пятна" [19]. Влияние подобного рассеяния для таких материалов как кремний и алмаз, где длины свободного пробега фононов актуальных частот ($< 3 \text{ THz}$, что соответствует температурам $< 50 \text{ K}$) составляют сотни микрон, сравнительно мало; однако для бинарных соединений (например, CdTe), где длины свободного пробега фононов на несколько порядков меньше, это изменит динамику остывания пленки, что может привести как к повышению ее температуры, так и к увеличению времени ее остывания [20].

Хотелось бы подчеркнуть особо, что заранее нельзя сказать, какое приближение — стационарное или адиабатическое — дает наиболее правильную оценку максимальной температуры для данной пары материалов пленка/подложка или для данных условий возбуждения.

3. Эксперимент

Для проверки разработанной модели был проведен следующий эксперимент: на образец природного алмаза типа IIa был напылен болометр из золота в форме меандра с габаритными размерами $0.35 \times 0.50 \text{ mm}$ и толщиной 1500 \AA . Зависимость $R(T)$ болометра была линейной в диапазоне температур $4\text{--}330 \text{ K}$, величина dR/dT составляла $28.2 \text{ m}\Omega/\text{K}$. При температуре жидкого гелия $T = 4.2 \text{ K}$ болометр облучался импульсами УФ азотного лазера ЛГИ-21. При генерации фононов обычно стремятся уменьшить размер источника фононов, так что используют острую фокусировку луча возбуждения. Однако в связи с малой величиной dR/dT и в целях

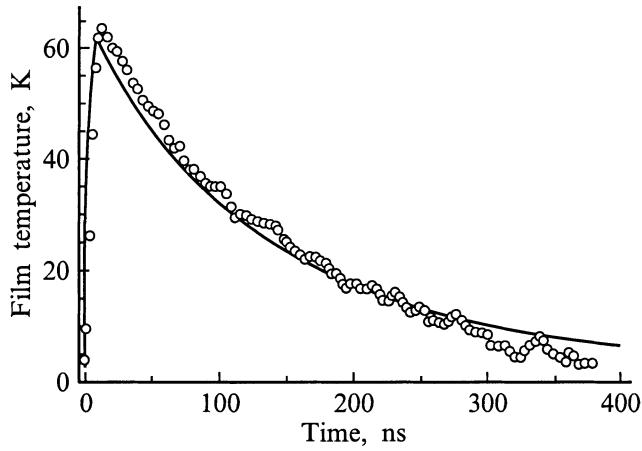


Рис. 5. Сравнение рассчитанной зависимости температуры золотой пленки с экспериментом. Параметры расчета и эксперимента: золотая пленка толщиной 1500 \AA на алмазной подложке, $\tau_p = 7.5 \text{ ns}$, $E_p = 3.6 \text{ \mu J}$, $d_p = 0.50 \text{ mm}$, $T_0 = 4 \text{ K}$.

достижения равномерной засветки болометра параметры этого эксперимента были выбраны иными: размеры пятна возбуждения увеличины до 0.5 mm , а энергия соответственно до 3.6 \mu J . Длительность импульсов составляла 7.5 ns .

На рис. 5 представлено сравнение расчетной зависимости температуры пленки с измеренной экспериментально. Можно отметить хорошее согласие как по временной зависимости, так и по абсолютной величине температуры, что, на наш взгляд, убедительно доказывает корректность проведенного выше рассмотрения.

4. Моделирование генерации неравновесных фононов методом Монте-Карло

Моделирование процесса генерации неравновесных фононов для дальнейших расчетов их распространения в образце методом Монте-Карло состоит в вычислении случайных координат x_i , y_i , z_i точки генерации i -го фонона, времени t_i его генерации, частоты ν_i и поляризации p_i , а также направления распространения. В случае, когда генератором фононов служит импульсно нагреваемая металлическая пленка, координаты x и y полагаются равномерно распределенными в заданной области возбуждения, координата z соответствует облучаемой границе образца, а распределения исходных фононов по частоте и времени их генерации должны быть выбраны таким образом, чтобы воспроизвести рассчитанные зависимости потока энергии из пленки в подложку и температуры пленки от времени.

Для построения алгоритма моделирования генерации неравновесных фононов исходными данными являются зависимости температуры пленки $T(t)$ и потока энергии в подложку $Q(t)$ от времени. Поскольку характерные

частоты генерируемых фононов пропорциональны температуре пленки, величина $N(t) = Q(t)/T(t)$ будет пропорциональна числу фононов, генерируемых в данный момент времени. Функция

$$p(t) = \int_0^t N(\tau) d\tau / \int_0^\infty N(\tau) d\tau$$

имеет смысл вероятности генерации фонона к моменту времени t , т.е. функции распределения времени генерации фононов. Тогда случайная величина $t_i = p^{-1}(r_i)$, где r_i — случайное число, равномерно распределенное в интервале $0-1$, будет являться временем генерации i -го фонона t_i , а зависимость $T(t)$ даст возможность получить температуру пленки T_i в этот момент времени. Эта температура T_i определяет распределение генерируемых пленкой фононов по частоте.

Функция $n(u) = u^2 / (\exp(u) - 1)$, где $u = h\nu / k_B T_i$ пропорциональна плотности распределения числа фононов по частоте. Тогда частота i -го генерируемого фонона будет определяться выражением $\nu_i = u_i k_B T_i / h$, где $u_i = q^{-1}(r_i)$, r_i — случайное число, равномерно распределенное в интервале $0-1$, $q(u) = \int_0^u n(s) ds / \int_0^\infty n(s) ds$.

Ввиду сложного характера зависимостей $T(t)$, $Q(t)$ и т.д. интегрирование проводилось численно, результаты вычислений табулировались, а значения обратных функций находились путем интерполяции и также табулировались.

Поляризация фононов p_i выбиралась случайным образом с вероятностью, пропорциональной плотностям состояний. Углы Θ_i , ϕ_i , определяющие направление волнового вектора фонона, выбирались также случайным образом из равномерных распределений в интервалах $[0, \pi/2]$ и $[0, 2\pi]$ соответственно в полусферу. Кроме того, можно ввести дополнительную проверку, чтобы исключить ошибки такого типа как появление фононов с частотами, большими физически реализуемых.

Таким образом, результатом выполнения данного алгоритма является набор, состоящий из времени генерации i -го фонона t_i , его частоты ν_i , поляризации p_i , координат точки генерации x_i , y_i , z_i и направления волнового вектора Θ_i , ϕ_i .

На рис. 6 показано, насколько оказывается важен корректный учет особенностей генерации фононов. 1) Кругами показан экспериментальный тепловой импульс, измеренный в монокристалле природного алмаза типа Па при использовании в качестве генератора фононов импульсно нагреваемой золотой пленки со следующими условиями возбуждения: $E_p = 0.005 \text{ \mu J}$, $\tau_p = 7,5 \text{ ns}$, $d_p = 0.25 \text{ mm}$; оценки температуры пленки в этом случае дают значения $T_{AD} = 15.8$ и $T_{ST} = 25.1 \text{ K}$. 2) Пунктирной кривой показан тепловой импульс, рассчитанный методом Монте-Карло при предположении, что фононы генерируются только в течение импульса возбуждения и имеют частоту 0.93 THz (соответствует

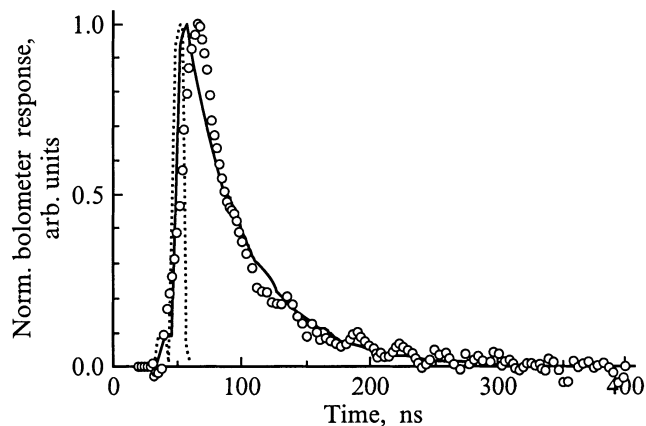


Рис. 6. Сравнение тепловых импульсов, рассчитанных для разных алгоритмов генерации фононов, с экспериментом. Кружки — экспериментальный отклик детектора (золотая пленка толщиной 1500 Å на алмазной подложке, $\tau_p = 7.5$ ns, $E_p = 0.005$ μ J, $d_p = 0.25$ mm, $T_0 = 2$ K); пунктиррасчетный отклик при генерации фононов с частотой 0.93 THz (соответствующей температуре $T_{AD} = 15.8$ K) в течение времени τ_p ; сплошная линия — расчетный отклик согласно предложенной модели генерации.

температуре 15.8 K), а рассеяние фононов происходит только на изотопах; в этом случае длины свободного пробега фононов составляют десятки сантиметров и кажется, что тепловой импульс должен быть очень резким. Однако учет того обстоятельства, что пленка остывает значительное время и все это время является генератором фононов, дает совершенно другие результаты. 3) Сплошной линией на рис. 6 показаны результаты моделирования распространения неравновесных фононов с учетом алгоритма генерации, описанного выше. Видно хорошее согласие результатов моделирования с экспериментом.

Необходимо отметить, что попытки объяснить наблюдаемую длительность теплового импульса как-нибудь иначе, например, рассеянием на точечных дефектах, дают очень большие величины константы упругого рассеяния, которые являются, конечно же, ошибочными.

Авторы благодарны А.А. Гиппиусу и Р.А. Хмельницкому за предоставленные образцы природного алмаза.

Список литературы

- [1] P. Hawker, A.J. Nemin. *Physica* **B263–264**, 514 (1996).
- [2] W.S. Capinski, H.J. Maris. *Physica* **B219–220**, 699 (1996).
- [3] A.G. Kozorezov, J.K. Wigmore, T. Miyasato, K. Strickland. *Physica* **B219–220**, 748 (1996).
- [4] М.М. Бонч-Осмоловский, Т.И. Галкина, А.Ю. Клоков, А.И. Шарков, Д.В. Казаковцев. *ФТТ* **38**, 4, 1051 (1996).
- [5] Sh. Tamura. *Phys. Rev.* **B48**, 18, 13 502 (1993).
- [6] Б.А. Данильченко, Д.В. Казовцев, И.А. Обухов. *ЖЭТФ* **106**, 5(11), 1439 (1994).
- [7] Т.И. Галкина, А.Ю. Клоков, Р.А. Хмельницкий, А.И. Шарков, В.А. Дравин, А.А. Гиппиус. *Proc. SPIE* **3484**, 222 (1998).
- [8] S. Tamura, J.A. Shields, M.T. Ramsbey, J.P. Wolfe. *Proc of VII Int. Conf. on Phonon Scatt. in Cond. Matt.* (1992). P. 79.
- [9] А.И. Шарков, Т.И. Галкина, А.Ю. Клоков, Р.А. Хмельницкий, В.А. Дравин, А.А. Гиппиус, В.Г. Ралченко, А.В. Карabutov. *Diamond & Related Materials* **9**, 3–6, 1100 (2000).
- [10] В.М. Могилевский, А.Ф. Чудновский. *Теплопроводность полупроводников*. М. (1972). 536 с.
- [11] A. Berke, A.P. Mayer, R.K. Wehner. *Sol. Stat. Commun.* **54**, 5, 395 (1985); H. Schwartz, K.F. Renk, A. Berke, A.P. Mayer, R.K. Wehner. *Proc. 5th Int. Conf. on Phonon Scat. in Cond. Matter*. Springer-Verlag, Berlin, West Germany (1986). P. 362.
- [12] Sh. Tamura. *Phys. Rev.* **B31**, 4, 2574 (1985).
- [13] W.S. Kapinski, M. Cardona, D.S. Hatzler, H.J. Maris, K. Ploog, T. Ruf. *Physica* **B263–264**, 530 (1999).
- [14] Т.И. Галкина, А.Ф. Клоков, А.И. Шарков. *Письма в ЖТФ* **21**, 17, 5 (1995).
- [15] Т.И. Галкина, А.И. Шарков, А.Ю. Клоков, М.М. Бонч-Осмоловский, Р.А. Хмельницкий, В.А. Дравин, А.А. Гиппиус. *Письма в ЖЭТФ* **64**, 4, 270 (1996).
- [16] O. Weis, *Z. Angew. Phys.* **26**, 5, 325 (1969).
- [17] O. Weis. *Journ. de Phys.* **33**, C4, 48 (1972).
- [18] W.A. Little. *Can. J. Phys.* **37**, 334 (1959).
- [19] Д.В. Казанцев, И.Б. Левинсон. *ЖЭТФ* **88**, 6, 2228 (1985).
- [20] D.V. Kazakovtsev, Y.B. Levinson. *Phys. Stat. Sol. (b)* **136**, 425 (1986).