

05:07

## Поперечная структура жидкого кристалла в поле световой волны

© М.В. Гольдбурт, В.П. Романов, Д.О. Федоров

Санкт-Петербургский государственный университет,  
198904 Старый Петергоф, Россия

(Поступило в Редакцию 3 июня 1999 г.)

Рассмотрено изменение ориентации директора нематического жидкого кристалла в поле световой волны при равномерной освещенности. Для нормального падения получена система уравнений, описывающая распределение угла наклона директора с учетом конечной энергии взаимодействия нематика с подложкой. Исследована зависимость профиля распределения директора при полях значительно выше пороговых от интенсивности падающего света и энергии сцепления.

Замечательной особенностью жидких кристаллов является их способность переориентироваться в сравнительно слабых внешних полях [1]. Одним из таких эффектов является оптический эффект Фредерикса [1–5]. Он состоит в изменении ориентации директора в поле световой волны в нематических жидких кристаллах и может иметь как пороговый, так и беспороговый характер. Экспериментально это явление приводит к появлению интерференционных колец в поле световой волны достаточно большой интенсивности.

Особенно большой интерес проявляется к изучению этого эффекта в последние годы в связи с открытием нового явления — резкого снижения величины пороговой интенсивности при добавлении в жидкий кристалл очень небольшого количества красителей [6,7]. Физически это явление объясняется изменением потенциала взаимодействия возбужденной молекулы красителя с нематиком и, как следствие, появлением дополнительного ориентирующего момента [8,9]. В результате становятся доступными исследования в полях, существенно превышающих пороговые. Эта проблема рассматривалась в работах [2,10]. Однако задача решалась для упрощенной модели — в одноконстантном приближении и жестких граничных условиях.

Для количественного описания экспериментальных данных и определения параметров жидких кристаллов необходимо последовательное описание структуры жидкого кристалла в поле световой волны с учетом реальных граничных условий. Исследованию этого вопроса и посвящена настоящая работа.

Рассмотрим гомеотропно ориентированный образец нематического жидкого кристалла толщиной  $d$ . Будем считать, что он помещен между двумя плоскопараллельными пластинами. Свет, поляризованный в плоскости пластин, падает по нормали к их поверхности, совпадающей с осью  $z$ . Считается, что в плоскости  $xz$  слой бесконечен. Будем предполагать, что падающий свет создает равномерную освещенность (рис. 1).

При данных условиях эффект переориентирования директора в поле световой волны будет носить пороговый характер, величина порога зависит от параметров жидкого кристалла, толщины пластины и граничных

условий [2]. Нас будет интересовать распределение угла наклона директора в полях, значительно превышающих пороговые. Свободная энергия нематика записывается в виде

$$F = \int_V \left\{ \left[ \frac{K_1}{2} (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + \frac{K_2}{2} (\mathbf{n}, \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \frac{K_3}{2} [\mathbf{n}, \operatorname{rot} \mathbf{n}]^2 \right] + F_e \right\} d^3 \mathbf{r}. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{n}$  — вектор директора;  $K_i$ , ( $i = 1, 2, 3$ ) — модули Франка;  $F_e$  — вклад, обусловленный взаимодействием нематика с полем световой волны [2]

$$F_e = -\frac{S n_0}{c} (1 - p \sin^2 u(\mathbf{r}))^{-1/2}; \quad (2)$$

$S$  — проекция вектора Пойтинга на нормаль к слою жидкого кристалла;  $c$  — скорость света в вакууме;  $p = 1 - (n_0/n_e)^2$ ,  $n_0 = \sqrt{\varepsilon_\perp}$ ,  $n_e = \sqrt{\varepsilon_\parallel}$ ;  $\varepsilon_\perp$ ,  $\varepsilon_\parallel$  — диэлектрические проницаемости на оптической частоте вдоль и поперек оптической оси, совпадающей с направлением директора;  $u(\mathbf{r})$  — угол между направлением распространения световой волны и директором. В условиях равномерной освещенности образца задача становится одномерной, поскольку распределение директора в плоскости пластин будет однородным и останется зависеть только от  $z$ . Считаем, что свет поляризован вдоль

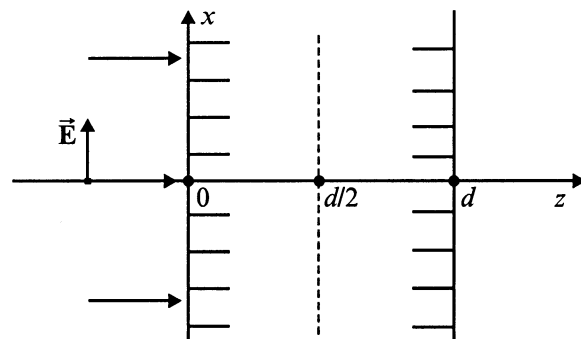


Рис. 1. Геометрия слоя жидкого кристалла с гомеотропной ориентацией в поле плоскополяризованной световой волны при нормальном падении с поляризацией вдоль оси  $x$ .

оси  $x$ , тогда вектор директора будет иметь компоненты  $\mathbf{n} = (\sin u(z), 0, \cos u(z))$  и свободная энергия жидкого кристалла запишется в следующем виде:

$$F = \int_V \left( \frac{1}{2} K_1 \sin^2 u \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} K_3 \cos^2 u \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{S n_0}{c} \left( 1 - p \sin^2 u \right)^{-1/2} \right) d\mathbf{r}. \quad (3)$$

Минимизируя свободную энергию, получаем уравнение, описывающее распределение угла наклона директора при полях выше пороговых,

$$\frac{d^2}{\pi^2} \left( 1 + \delta \sin^2 u \right) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{d^2}{\pi^2} \delta \sin u \cos u \frac{\partial u^2}{\partial z} + \frac{S}{S_c} \sin u \cos u \left( 1 - p \sin^2 u \right)^{-3/2} = 0, \quad (4)$$

где  $\delta \equiv (K_1 - K_3)/K_3$ ,  $S_c = K_3 \pi^2 c / d^2 n_0 p$  — пороговая интенсивность при жестких граничных условиях ( $u(0) = u(d) = 0$ ).

Для удобства делаем замену переменных в уравнении (4)  $\tilde{z} = \pi z / d$ . Получаем

$$\left( 1 + \delta \sin^2 u \right) \frac{\partial^2 u}{\partial \tilde{z}^2} + \delta \sin u \cos u \left( \frac{\partial u}{\partial \tilde{z}} \right)^2 + \frac{S}{S_c} \sin u \cos u \left( 1 - p \sin^2 u \right)^{-3/2} = 0. \quad (5)$$

При полях, близких к пороговым, уравнение (5) решают путем разложения члена, отвечающего за взаимодействие с полем световой волны, в ряд по степеням  $u$ . Но в сильных полях при потоках электромагнитной энергии, значительно превышающей пороговой, необходимо искать точное решение. Его можно получить сведя уравнение (5) к линейному путем замены  $g = (\partial u / \partial z)^2$ . Получаем

$$1/2(1 + \delta \sin^2 u)g' + \delta \sin u \cos u g + \frac{S n_0 p \sin u \cos u^{3/2}}{(1 - p \sin^2 u)} = 0. \quad (6)$$

При решении этого уравнения учтем, что  $u(z)$  имеет максимум в центре слоя. Тогда

$$g(z = d/2) = \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = 0$$

и решение уравнения (6) запишется в виде

$$g(u) = \frac{2S/S_c}{p(1 + \delta \sin^2 u)} \times \left( \frac{1}{(1 - p \sin^2 a)^{1/2}} - \frac{1}{(1 - p \sin^2 u)^{1/2}} \right), \quad (7)$$

где  $a$  — угол наклона директора в точке  $z = d/2$ .

Для  $u(z)$  получаем

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \pm \sqrt{\frac{2S/S_c}{p(1 + \delta \sin^2 u)}} \times \left( \frac{1}{(1 - p \sin^2 a)^{1/2}} - \frac{1}{(1 - p \sin^2 u)^{1/2}} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Знак "плюс" относится к  $\tilde{z} < \pi/2$  и "минус" —  $\tilde{z} > \pi/2$ . Интегрируя уравнение (8), получаем интегральное уравнение на  $u$ . В силу симметрии задачи рассмотрим это уравнение в интервале  $0 \leq z \leq d/2$

$$\int_{u_s}^u f(u, a) du = \sqrt{\frac{2S/S_c}{p}} \tilde{z}, \quad (9)$$

где

$$f(u, a) \equiv \frac{\sqrt{1 + \delta \sin^2 u}}{\sqrt{\frac{1}{(1 - p \sin^2 a)^{1/2}} - \frac{1}{(1 - p \sin^2 u)^{1/2}}}},$$

$u_s$  — угол наклона директора на границе жидкокристаллического слоя.

Уравнение (9) дает зависимость  $u$  от  $z$  при двух параметрах  $a$  и  $u_s$ . Связь  $u_s$  с  $a$  при заданном потоке электромагнитной энергии  $S$  задается уравнением

$$\int_{u_s}^a f(u, a) du = \sqrt{\frac{2S/S_c}{p}} \pi/2. \quad (10)$$

Для решения уравнения (9) необходимо в явном виде учесть граничные условия. Плотность поверхностной энергии запишем в виде потенциала Рапини [11]

$$F_{ss} = \frac{1}{2} W \sin^2 u_s, \quad (11)$$

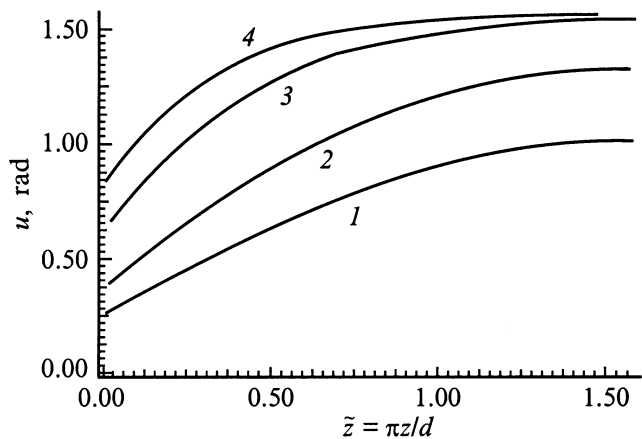
где  $u_s = u(0) = u(d)$  в предположении, что свойства обеих поверхностей одинаковы.

Вместе с тем имеется вклад в поверхностную энергию от объемной плотности упругой энергии, который в данном случае возникает при минимизации свободной энергии за счет поверхностных членов. В результате граничное условие примет вид

$$W \sin u_s \cos u_s \pm K_3 \left( 1 + \delta \sin^2 u_s \right) \frac{\partial u_s}{\partial z} = 0. \quad (12)$$

Подставляя вместо производной  $\partial u / \partial z$  ее выражение (8) получаем

$$1/2 \frac{W}{K_3} \sin 2u_s - \frac{\pi}{d} \left( 1 + \delta \sin^2 u_s \right) \sqrt{\frac{2S/S_c}{p(1 + \delta \sin^2 u_s)}} \times \left( \frac{1}{\sqrt{1 - p \sin^2 a}} - \frac{1}{\sqrt{1 - p \sin^2 u_s}} \right) = 0. \quad (13)$$



**Рис. 2.** Угловое распределение директора в слое жидкого кристалла толщиной  $d = 2 \times 10^2 \mu\text{m}$  при энергии сцепления  $W = 5 \times 10^{-4} \text{ erg/cm}^2$  для значений потока световой энергии  $S = 1.3\tilde{S}_c$  (1),  $2\tilde{S}_c$  (2),  $5\tilde{S}_c$  (3),  $8\tilde{S}_c$  (4),  $\tilde{S}_c = 0.72S_c$ .

Для получения порогового значения потока электромагнитной энергии делаем замену переменных в уравнениях (10) и (13)  $\sin u / \sin a = \sin x$ . Получаем

$$\sin a \int_{x_s}^{\pi/2} \frac{\sqrt{1 + \delta \sin^2 a \sin^2 x}}{\sqrt{\frac{1}{(1-p \sin^2 a)^{1/2}} - \frac{1}{(1-p \sin^2 a \sin^2 x)^{1/2}}}} \times \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin^2 a \sin^2 x}} dx = \sqrt{\frac{2S}{pS_c}} \pi/2, \quad (14)$$

$$\frac{W}{K_3} \sin x_s \sin a \left(1 - \sin^2 a \sin^2 x_s\right)^{1/2} - \frac{\pi}{d} \left(1 + \delta \sin^2 a \sin^2 x_s\right)^{1/2} \times \sqrt{\frac{2S}{pS_c}} \left( \frac{1}{(1-p \sin^2 a)^{1/2}} - \frac{1}{(1-p \sin^2 a \sin^2 x_s)^{1/2}} \right)^{1/2} = 0. \quad (15)$$

Устремляя величину  $a$  к нулю, получаем

$$\sqrt{S/S_c} \pi/2 = \pi/2 - x_s, \quad (16)$$

$$\text{tg}(x_s) = \frac{Wd}{\pi K_3} \sqrt{S/S_c}. \quad (17)$$

Исключая  $x$ , получаем условие, определяющее значение пороговой интенсивности [2],

$$\text{ctg} \left( \pi/2 \sqrt{\tilde{S}_c/S_c} \right) = \frac{\pi K_3}{Wd} \sqrt{\tilde{S}_c/S_c}. \quad (18)$$

При стремлении  $W \rightarrow 0$  из (18) получаем

$$\tilde{S}_c = \frac{2Wd}{K_3 \pi^2} S_c.$$

Таким образом, при слабом сцеплении жидкого кристалла с подложкой пороговое значение потока электромагнитной энергии оказывается пропорциональным энергии сцепления

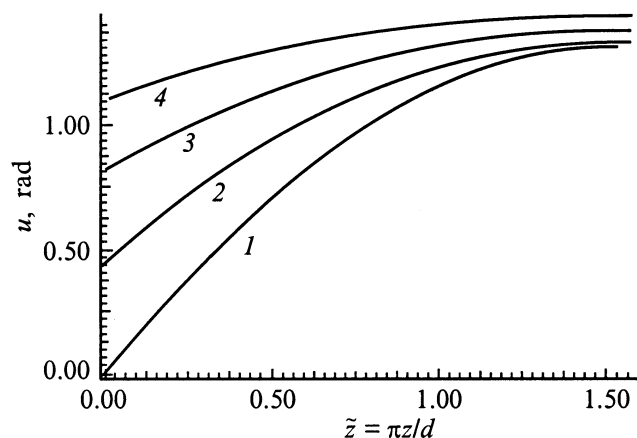
$$\tilde{S}_c \sim W, \quad W \rightarrow 0.$$

Задавая параметры системы  $\delta$  и  $p$ , а также интенсивность падающего света и энергию сцепления с поверхностью, мы рассчитали из системы уравнений (10) и (13) значение угла наклона директора на поверхности  $u_s$  и в центре слоя  $a$ , а затем из уравнения (9) определили поперечную структуру нематика выше порога. При расчетах принимались следующие значения параметров нематического жидкого кристалла:  $K_1 = 6.95 \cdot 10^{-7} \text{ din}$ ,  $K_3 = 8.99 \cdot 10^{-7} \text{ din}$ ,  $n_0 = 1.544$ ,  $n_e = 1.758$ . Результаты расчетов показаны на рис. 2, 3.

Из рис. 2 видно, что по мере роста интенсивности толщина пристеночного слоя уменьшается, а форма кривой распределения углов отклонения от гомеотропной ориентации заметно отличается от синусоидальной, которая наблюдается в сравнительно слабых полях. Также видно, что при конечной энергии сцепления отклонение директора происходит не только в объеме, но и на поверхности.

На рис. 3 показано распределение угла отклонения директора при различных значениях энергии сцепления для фиксированной интенсивности излучения. Обращает внимание очень сильная зависимость результатов от значения  $W$ .

Их приведенных рисунков следует, что изменение локального направления оптической оси чувствительно к значениям интенсивности излучения и параметрам нематика. Это позволяет, в частности, из зависимости интерференционной картины от интенсивности излучения определять параметры жидкого кристалла и прежде всего энергию сцепления с подложкой.



**Рис. 3.** Угловое распределение директора при разных энергиях сцепления для  $S = 2\tilde{S}_c$ ;  $W = 5 \cdot 10^{-2}$  (1),  $4 \cdot 10^{-4}$  (2),  $2 \cdot 10^{-4}$  (3),  $1.5 \cdot 10^{-4} \text{ erg/cm}^2$  (4); толщина слоя  $d = 2 \cdot 10^2 \mu\text{m}$ .

## Список литературы

- [1] Зельдович Б.Я., Табирян Н.В. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. Вып. 6. С. 2388–2397.
- [2] Ong H.L. // Phys. Rev. A. 1983. Vol. 28. N 4. P. 2393–2407.
- [3] Аракелян С.М., Ляхов Г.А., Чилингарян Ю.С. // УФН. 1980. Т. 131. Вып. 1. С. 3–44.
- [4] Золотько А.С., Китаева В.Ф., Кроо Н., Соболев Н.Н., Чаллаг Л. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. Вып. 2. С. 170–174.
- [5] Романов В.П., Федоров Д.О. // Опт. и спектр. 1995. Т. 78. Вып. 2. С. 274–280.
- [6] Janossy I., Csillag L., Lloyd A.D. // Phys. Rev. A 1991. Vol. 44. N 12. P. 8410–8413.
- [7] Janossy I., Lloyd A.D., Wherrett B.S. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1990. Vol. 179. P. 1.
- [8] Marrucci L., Paparo D. // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56. N 2. P. 1765–1772.
- [9] Золотько А.С. // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 68. Вып. 5. С. 410–414.
- [10] Marquis F., Meystre P., Wright E.M. // Phys. Rev. A 1987. Vol. 36. P. 875–887.
- [11] Rapini A., Papoular M. // J. Phys. (Paris). 1959. Vol. 30. C4–54.