

01;05;06

## Генерация третьей гармоники в сильно анизотропных средах вблизи порога протекания

© А.А. Снарский, К.В. Слипченко, А.М. Сатанин

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 16 февраля 1999 г.)

Модель перколяционной среды была использована для расчета амплитуды третьей гармоники в перколяционной среде с сильно анизотропными свойствами. Рассмотрены случаи анизотропии формы включений и анизотропии локальной электропроводности. Получены критические индексы и значения кроссовера в указанных случаях.

Метод генерации нечетных гармоник является перспективным средством неразрушающего контроля, диагностики и исследования композитных материалов. За последние годы этому методу посвящено множество теоретических и экспериментальных исследований [1–6]. Амплитуда нечетной гармоники тем больше, чем больше неоднородность среды, и особенно велика в неоднородных средах с порогом протекания — расходуется степенным образом вблизи порога протекания. Механизм генерации состоит в том, что при пропускании переменного тока с частотой  $\omega$  через неоднородную среду за счет слабой нелинейности локальной проводимости фаз, например в результате локального перегрева, в спектре напряжения появляются гармоники с частотами  $3\omega, 5\omega, \dots$ . Их амплитуды зависят от микроструктуры композита и могут служить источником дополнительной информации о ней. В [1,2] была обнаружена связь между нелинейной проводимостью, коэффициентом  $1/f$  шума и генерацией третьей гармоники в слабо нелинейных средах. В работе [4] получено выражение для амплитуды  $n$ -й гармоники в двухфазной среде в приближении нулевого отношения проводимостей компонентов, т. е. при отсутствии проводимости по одной из фаз выше порога протекания. Расчет для амплитуды выше и ниже порога протекания и на самом пороге протекания — в области размазки дан для конечного соотношения сопротивлений фаз в [6]. Результаты экспериментальных исследований приведены в [2–5].

Цель данной работы — расчет амплитуды третьей гармоники в двухфазных средах с анизотропной проводимостью вблизи порога протекания. Выделим две группы таких сред: 1) композиты с сильно анизотропными проводимостями фаз, но изотропной формой включений, главные оси тензора локальной проводимости параллельны между собой; 2) композиты с сильно анизотропной формой включений, ориентированных в одном направлении и изотропных локально; эффективная проводимость таких сред вблизи порога протекания исследовалась в [7–9].

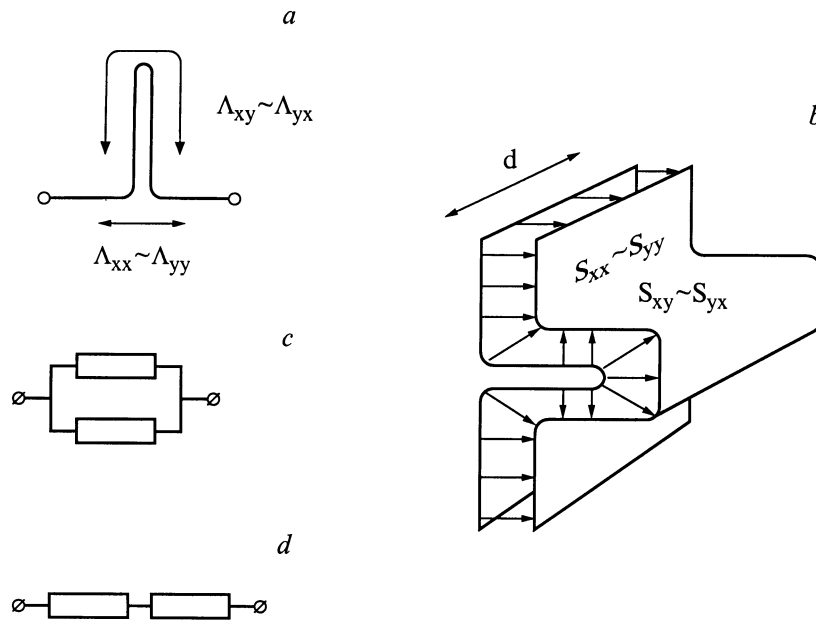
В работе рассматриваются геометрически анизотропные двухфазные среды с сильно анизотропным сопротивлением включений. При этом учитывается конечность

отношения сопротивлений составляющих фаз. Приведены выражения для амплитуды третьей гармоники выше и ниже порога протекания, дан анализ, предельные случаи и получено выражение для амплитуды третьей гармоники в области размазки. Рассмотрен случай анизотропии сильно анизотропной формы и проанализированы предельные случаи выражений.

### Генерация третьей гармоники в двухфазной среде с сильной анизотропией локального тензора проводимости

Для расчета амплитуды третьей гармоники воспользуемся моделью перколяционной структуры типа Node-Link-Blob [10]. Рассмотрим сначала среду первого типа. Это могут быть включения сферической формы, проводимость которых сильно анизотропна, а главные оси тензора ориентированы в одном направлении, в матрице, проводящая свойства которой также сильно анизотропны. При этом, рассматривая трехмерный случай, будем полагать, что для главных компонент тензора удельного сопротивления выполняются условия  $\rho_{ix} \gg \rho_{iy} = \rho_{iz}$  и  $\partial\rho_{iy}/\partial T = \partial\rho_{iz}/\partial T$  ( $i = 1, 2$  — номер фазы). Таким образом, среда в среднем симметрична относительно оси  $X$ , в ней существуют два принципиально различных направления, которые будем обозначать  $X$  и  $Y$ . Другой случай сильной анизотропии, когда  $\rho_{ix} \ll \rho_{iy} = \rho_{iz}$ , не имеет принципиальных отличий от рассматриваемого, а выражения для амплитуды третьей гармоники отличаются лишь на несущественный множитель порядка единицы.

Представим модель в виде мостика из хорошо проводящей фазы и прослойки из плохо проводящей (рис. 1). Учитывая сильную анизотропию тензора удельного сопротивления фаз, разделим мостик и прослойку на части, где ток идет вдоль направлений с минимальной ( $\Lambda_x S_x$ ) и максимальной ( $\Lambda_y S_y$ ) проводимостью (рис. 1, *a, b*). Строго говоря, в трехмерном случае в мостике нужно учитывать дополнительную "шпильку" в направлении оси  $Z$ , а также часть прослойки, перпендикулярную  $Z$ .



**Рис. 1.** Модель перколяционной среды. *a* — представление мостика в анизотропной среде. Часть мостика  $\Lambda_{xx}$  проходит вдоль направления с большим сопротивлением, а часть  $\Lambda_{xy}$  вдоль направления с малым. *b* — прослойка в анизотропной среде. Аналогично мостику часть прослойки  $S_{xy}$  ориентирована в направлении с малым и часть  $S_{xx}$  в направлении с большим сопротивлением. Стрелками показано направление протекания токов через прослойку плохо проводящей фазы, рядом — включение размером  $d$ , указаны соответствующие разным направлениям компоненты тензора проводимости. *c* — соединение элементов выше порога протекания ( $R_\Delta$  — сопротивление мостика,  $R_s$  — сопротивление прослойки); *d* — ниже порога протекания.

Однако поскольку направления  $Y$  и  $Z$  идентичны, то для представления модели среды можно ограничиться показанными на рис. 1 элементами. Мостик и прослойка включены параллельно при  $p > p_c$  (*c, d*) и последовательно при  $p < p_c$  ( $p$  — концентрация хорошо проводящей фазы,  $p_c$  — порог протекания). Размеры мостиков и прослоек определим исходя из значений проводимости в первом приближении по отношению проводимостей фаз  $h$  [10]. Проводимость такой среды в целом слабо анизотропна [8]. Слабая анизотропия эффективной проводимости, несмотря на сильно анизотропные электрические свойства включений, обусловлена тем, что локальное направление тока в основном связано с перколяционной структурой. С приближением концентрации к порогу протекания происходит изотропизация эффективной проводимости. При этом учитывается, что в рассматриваемом случае степень неоднородности локальной проводимости гораздо больше степени анизотропии включений. Диагональные компоненты тензора эффективной проводимости в главных осях равны

$$\begin{aligned} \sigma_{\perp}^e &= \sigma_{1x} \tau^t (1 + k_{\perp} \tau^{\lambda_1}), & \sigma_{\parallel}^e &= \sigma_{1x} \tau^t (1 + k_{\parallel} \tau^{\lambda_1}), & p > p_c, \\ \sigma_{\perp}^e &= \sigma_{2y} |\tau|^{-q} (1 + k_{\perp} |\tau|^{\lambda_2}), & \sigma_{\parallel}^e &= \sigma_{2y} |\tau|^{-q} (1 + k_{\parallel} |\tau|^{\lambda_2}), \\ & & & & p < p_c, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\tau = (p - p_c)/p_c$  — близость к порогу протекания;  $t, q$  — критические индексы проводимости соответственно выше и ниже  $p_c$ .

Приравнивая сопротивление корреляционного объема соответственно сопротивлению мостика для  $p > p_c$  и прослойки для  $p < p_c$ , получим характеристики элементов структуры

$$\begin{aligned} \Lambda_{xx} &= \Lambda_{yy} = a |\tau|^{-1} (1 - k_{\parallel} \tau^{\lambda_1}), \\ \Lambda_{xy} &= \Lambda_{yx} = a |\tau|^{-1} (1 - k_{\perp} \tau^{\lambda_1}), \\ S_{xy} &= S_{yx} = a |\tau|^{-q} (1 + k_{\parallel} \tau^{\lambda_2}), \\ S_{xx} &= S_{yy} = a |\tau|^{-q} (1 - k_{\perp} \tau^{\lambda_2}), \end{aligned}$$

где  $a$  — характерный размер включений;  $k_{\parallel, \perp}$  — некоторые константы.

Величины  $k_{\parallel, \perp} |\tau|^{\lambda_{1,2}} \ll 1$  обуславливают слабую анизотропию эффективной проводимости [8], в дальнейшем мы будем ими пренебрегать, тогда  $\Lambda_{xx} = \Lambda_{xy} = \Lambda$ ,  $S_{xy} = S_{yx} = S$ . Будем полагать, что изменение сопротивления в зависимости от тока происходит за счет локального перегрева. Запишем изменение сопротивления в элементах структуры с точностью до первого члена по величине плотности джоулева тепловыделения  $\rho_0 j^2$

$$\rho(T) = \rho_0 (1 + m \rho_0 j^2 \beta), \quad \beta = \frac{1}{\rho_0} \frac{\delta \rho}{\delta T}, \quad (3)$$

$m$  — константа, которая зависит от средней температуры и частоты, она связывает локальное превышение температуры над средним значением с плотностью тепловы-

деления и характеризует отвод тепла  $\delta T = m\rho_0 j^2$ ;  $\beta$  — температурный коэффициент сопротивления (ТКС).

Сопротивление элементов (рис. 1)

$$\begin{aligned} R_{\Lambda_{xx}} &= \frac{\Lambda}{a} \rho_{1x} \left( 1 + \frac{\partial \rho_{1x}}{\partial T} m \rho_{1x} j_{\Lambda_{xx}}^2 \right), \\ R_{\Lambda_{yy}} &= \frac{\Lambda}{a} \rho_{1y} \left( 1 + \frac{\partial \rho_{1y}}{\partial T} m \rho_{1y} j_{\Lambda_{yy}}^2 \right), \\ R_{S_{xx}} &= \frac{a}{S} \rho_{2x} \left( 1 + \frac{\partial \rho_{2x}}{\partial T} m \tilde{\rho}_{2x} j_{S_{xx}}^2 \right), \\ R_{S_{yy}} &= \frac{a}{S} \rho_{2y} \left( 1 + \frac{\partial \rho_{2y}}{\partial T} m \tilde{\rho}_{2y} j_{S_{yy}}^2 \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\rho_{1x}, \rho_{1y}$  — компоненты тензора удельного сопротивления хорошо проводящей фазы в главных осях;  $\rho_{2x}, \rho_{2y}$  — то же для второй плохо проводящей фазы;  $j_{\Lambda_{xx}}, j_{\Lambda_{yy}}, j_{S_{xx}}, j_{S_{yy}}$  — плотности тока в соответствующих элементах.

Введем отношения

$$\begin{aligned} \rho_{1x}/\rho_{2x} &= h_x \ll 1, \quad \rho_{1y}/\rho_{2y} = h_y \ll 1, \\ \rho_{1x}/\rho_{1y} &= \alpha_1^2 \gg 1, \quad \rho_{2x}/\rho_{2y} = \alpha_2^2 \gg 1, \end{aligned} \quad (5)$$

$h_i$  — характеризует неоднородность,  $\alpha_i$  — степень анизотропии.

Исходя из модели перколяционной среды при  $p > p_c$  (рис. 1, c) зависящую от тока поправку к сопротивлению корреляционного объема можно записать в виде

$$\begin{aligned} \delta R &= \frac{m \frac{a}{S} \left( \rho_{2y}^2 \beta_{2y} j_{S_{yy}}^2 + \alpha_2^{-4} \rho_{2x}^2 \beta_{2x} j_{S_{xx}}^2 \right)}{\left( 1 + \frac{1}{\alpha_2^2 h_x} \frac{a^2}{S \Lambda} \right)^2} \\ &+ \frac{m \frac{\Lambda}{a} \left( \rho_{1x}^2 \beta_{1x} j_{\Lambda_{xx}}^2 + \rho_{1y}^2 \beta_{1y} j_{\Lambda_{yy}}^2 \right)}{\left( 1 + \alpha_2^2 h_x \frac{S \Lambda}{a^2} \right)^2}, \end{aligned}$$

где

$$\beta_{ij} = \frac{1}{\rho_{ij}} \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial T}.$$

Учитывая, что корреляционная длина в такой среде равна  $\xi = a\tau^\nu$ , и выражая значения локальных плотностей токов через среднюю плотность тока, получим для поправки к эффективному удельному сопротивлению

$$\begin{aligned} \delta \rho_e &= \frac{m \frac{a \xi^2}{S^3} \left( \rho_{2y}^2 \beta_{2y} + \alpha_2^{-8} \rho_{2x}^2 \beta_{2x} \right)}{\left( 1 + \frac{1}{\alpha_2^2 h_x} \frac{a^2}{S \Lambda} \right)^4} \langle j \rangle^2 \\ &+ \frac{m \frac{\Lambda \xi^2}{a^3} \left( \rho_{1x}^2 \beta_{1x} + \rho_{1y}^2 \beta_{1y} \right)}{\left( 1 + \alpha_2^2 h_x \frac{S \Lambda}{a^2} \right)^4} \langle j \rangle^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Добавка к среднему полю  $\langle E \rangle$  имеет вид

$$\delta \langle E \rangle = \delta \rho_e \langle j \rangle. \quad (7)$$

Подставим в (7)  $\delta \rho_e$ , учитывая (2) и (5), а также положим, что внешний ток меняется по гармоническому закону  $\langle j \rangle = \langle j_0 \rangle \cos \omega t$ . Тогда, записывая

$$\cos^3 \omega t = \frac{3}{4} \cos(\omega t) + \frac{1}{4} \cos(3\omega t),$$

получим величину амплитуды третьей гармоники  $V_{3f}$ , которую удобно для дальнейшего нормировать на  $\langle j_0 \rangle^3$ ,

$$\begin{aligned} B_{3f} &= \frac{V_{3f}}{\langle j_0 \rangle^3} \approx \rho_{1x}^2 \left( \beta_{1x} \frac{m}{4} \right) \tau^{-(t+2\nu)} \left( 1 + \alpha_1^{-4} \frac{\beta_{1y}}{\beta_{1x}} \right) \\ &+ \rho_{2y}^2 (h_x \alpha_2^2)^4 \left( \beta_{2y} \frac{m}{4} \right) \tau^{-2\nu-4t-q} \left( 1 + \alpha_2^{-4} \frac{\beta_{2x}}{\beta_{2y}} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично, пользуясь моделью рис. 1, d для  $p < p_c$ , получим

$$\begin{aligned} B_{3f} &\approx \rho_{2y}^2 \left( \beta_{2y} \frac{m}{4} \right) |\tau|^{3q-2\nu} \left( 1 + \alpha_2^{-4} \frac{\beta_{2x}}{\beta_{2y}} \right) \\ &+ \rho_{1x}^2 \left( \beta_{1x} \frac{m}{4} \right) |\tau|^{-t-2\nu} \left( 1 + \alpha_1^{-4} \frac{\beta_{1y}}{\beta_{1x}} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Вначале рассмотрим два крайних случая сильной неоднородности. Первый имеет место выше  $p_c$ , когда вторая фаза вообще не проводит ток, т.е. является идеальным изолятором,

$$\begin{aligned} B_{3f}(p > p_c) &= \frac{V_{3f}}{\langle j \rangle^3} \\ &= \rho_{1x}^2 \left( \beta_{1x} \frac{m}{4} \right) \tau^{-t-2\nu} \left( 1 + \alpha_1^{-4} \frac{\beta_{1y}}{\beta_{1x}} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Второй случай при  $p < p_c$ , когда металл является идеальным проводником, т.е. падением напряжения на первой фазе можно пренебречь,

$$B_{3f}(p < p_c) = \rho_{2y}^2 \left( \beta_{2y} \frac{m}{4} \right) |\tau|^{3q-2\nu} \left( 1 + \alpha_2^{-4} \frac{\beta_{2x}}{\beta_{2y}} \right). \quad (11)$$

Как видно из (10), в случае, если  $\beta_{1y}/\beta_{1x} \sim \alpha_1^4 \gg 1$  или

$$\frac{\partial \rho_{1y}}{\partial T} / \frac{\partial \rho_{1x}}{\partial T} \sim \rho_{1x}/\rho_{1y},$$

параметр анизотропии  $\alpha_1$  может значительно изменить величину амплитуды третьей гармоники. В противоположном случае  $\alpha_1$  практически не сказывается на значении  $B_{3f}$ . Аналогичное условие ниже  $p_c$ , как следует из (11),  $\beta_{2x}/\beta_{2y} \sim \alpha_2^4 \gg 1$  или

$$\frac{\partial \rho_{2x}}{\partial T} / \frac{\partial \rho_{2y}}{\partial T} \sim (\rho_{2x}/\rho_{2y})^3.$$

При выводе (8) и (9) учитывалось, что одновременно с (5) должно выполняться  $(\alpha_1^2 h_y) = (\alpha_2^2 h_x) = \rho_{1x}/\rho_{2y} \ll 1$ , т.е. максимальное сопротивление мостика гораздо меньше минимального сопротивления прослойки, что является необходимым условием применения перколяционного подхода [8].

Из (8) и (9) следует, что смена критического поведения (кроссовер) происходит для  $p > p_c$ , когда второе слагаемое в (8) сравнивается с первым,

$$\tau_c = \left[ (\alpha_2^2 h_x)^2 \frac{\beta_{2y}}{\beta_{1x}} \left( \frac{1 + \alpha_2^{-4} \beta_{2x} / \beta_{2y}}{1 + \alpha_1^{-4} \beta_{1y} / \beta_{1x}} \right) \right]^{\frac{1}{3t+q}}, \quad p > p_c \quad (12)$$

и для  $p < p_c$  при

$$|\tau_c| = \left[ (\alpha_1^2 h_y)^2 \frac{\beta_{1x}}{\beta_{2y}} \left( \frac{1 + \alpha_1^{-4} \beta_{1y} / \beta_{1x}}{1 + \alpha_2^{-4} \beta_{2x} / \beta_{2y}} \right) \right]^{\frac{1}{t+3q}}, \quad p < p_c \quad (13)$$

в случае

$$\alpha_1^{-4} \frac{\beta_{1y}}{\beta_{1x}} \ll 1 \quad \text{и} \quad \alpha_2^{-4} \frac{\beta_{2x}}{\beta_{2y}} \ll 1$$

(12) и (13) упрощаются и принимают вид

$$\tau_c = \left[ (\alpha_2^2 h_x)^2 \frac{\beta_{2y}}{\beta_{1x}} \right]^{\frac{1}{3t+q}} = \left( (\alpha_2^2 h_x)^3 \frac{\partial \rho_{1x}}{\partial T} / \frac{\partial \rho_{2y}}{\partial T} \right)^{\frac{1}{3t+q}}, \quad p > p_c, \quad (14)$$

$$|\tau_c| = \left[ (\alpha_1^2 h_y)^2 \frac{\beta_{1x}}{\beta_{2y}} \right]^{\frac{1}{t+3q}} = \left( \alpha_1^2 h_y \frac{\partial \rho_{1x}}{\partial T} / \frac{\partial \rho_{2y}}{\partial T} \right)^{\frac{1}{t+3q}}, \quad p < p_c. \quad (15)$$

Величина области размазки в рассматриваемом случае равна

$$\Delta = \left( \frac{\rho_{1x}}{\rho_{2y}} \right)^{\frac{1}{t+q}} = (h_x \alpha_2^2)^{\frac{1}{t+q}} [8].$$

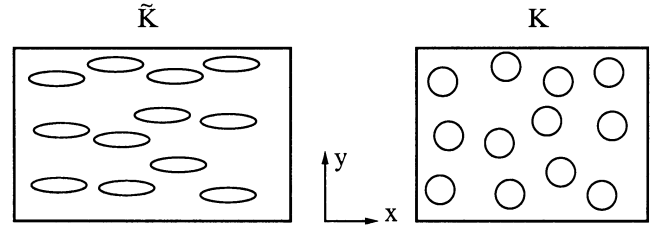
Подставляя это выражение в любую из формул (8) или (9), получим для амплитуды третьей гармоники в области размытия перехода металл–диэлектрик следующие выражения:

$$B_{3f} = \rho_{2y}^2 \left( \beta_{2y} \frac{m}{4} \right) (h_x \alpha_2^2)^{\frac{3q-2\nu}{t+q}} \left( 1 + \alpha_2^{-4} \frac{\beta_{2x}}{\beta_{2y}} \right) + \rho_{1x}^2 \left( \beta_{1x} \frac{m}{4} \right) (h_x \alpha_2^2)^{\frac{t+2\nu}{t+q}} \left( 1 + \alpha_1^{-4} \frac{\beta_{1y}}{\beta_{1x}} \right). \quad (16)$$

## Генерация третьей гармоники в геометрически анизотропной среде

Обратимся теперь к случаю включений с изотропной проводимостью, имеющих сильно анизотропную форму. Будем считать, что в нашем случае включения имеют форму эллипсов с главными осями  $a$  и  $b$  (рис. 2), причем  $a/b = \alpha \ll 1$ . Как впервые показал Шкловский [7], используя преобразования координат

$$x = \frac{\tilde{x}}{\sqrt{\alpha}}, \quad y = \tilde{y} \sqrt{\alpha}, \quad (17)$$



**Рис. 2.** Переход от среды с локально анизотропными  $\rho_{xx} \neq \rho_{yy}$  включениями геометрически изотропной формы к среде с изотропными включениями геометрически изотропной формы  $\tilde{\rho}_{xx} = \tilde{\rho}_{yy} = \rho$ .

можно перейти от геометрически анизотропной среды с изотропной локальной проводимостью фаз к среде с симметричной формой включений и сильно анизотропной проводимостью  $\rho_{1x}/\rho_{1y} = \rho_{2x}/\rho_{2y} = \alpha^2 \ll 1$ , при этом сохраняется объем включений, а следовательно, и величина  $\tau$ . Именно такая среда рассматривалась выше, поэтому, используя уже известные параметры мостиков и прослоек и учитывая (15), сразу же находим эти параметры до преобразования

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}_{xx} &= \tilde{\Lambda}_{xy} = \sqrt{\alpha} \Lambda_{xx}, & \tilde{\Lambda}_{yx} &= \tilde{\Lambda}_{yy} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \Lambda_{xx}, \\ \tilde{S}_{xx} &= \tilde{S}_{xy} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} S_{xx}, & \tilde{S}_{yx} &= \tilde{S}_{yy} = \sqrt{\alpha} S_{xx}. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь, как и раньше, мы пренебрегаем малыми добавками порядка  $k_{\parallel, \perp} \tau^{\lambda_{1,2}}$  (см. (2) и ниже). Для корреляционного размера, который теперь будет различным в разных направлениях, получим  $\tilde{\xi}_x = \sqrt{\alpha} \xi = a \tau^{-\nu}$ ,  $\tilde{\xi}_y = (1/\sqrt{\alpha}) \xi = b \tau^{-\nu}$ . Используя (16), с помощью рассуждений, аналогичных предыдущему разделу, получим значения для амплитуд гармоник, когда внешний ток направлен вдоль  $x$  или вдоль  $y$ . Выше порога протекания имеем

$$\begin{aligned} B_x &= \rho_1^2 \left( \beta_1 \frac{m}{4} \right) \tau^{-(t+2\nu)} \left( 1 + (\alpha^2 h)^2 \frac{\beta_2}{\beta_1} \tau^{-(3t+q)} \right), \\ B_y &= \alpha^4 B_x, \quad p > p_c. \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\rho_2^2}{\alpha^4} \left( \beta_2 \frac{m}{4} \right) |\tau|^{3q-2\nu} \left( 1 + (\alpha^2 h)^2 \frac{\beta_1}{\beta_2} |\tau|^{-(t+3q)} \right), \\ B_y &= \alpha^4 B_x, \quad p < p_c. \end{aligned} \quad (20)$$

Величина области размазки  $\Delta = (h \alpha^2)^{\frac{1}{t+q}}$ . Подставляя это выражение вместо  $\tau$  в (19) или (20), получим амплитуду третьей гармоники в области размазки

$$B_x = \rho_1^2 \left( \beta_1 \frac{m}{4} \right) (\alpha^2 h)^{\frac{-t-2\nu}{\varphi}} + \alpha^{-4} \rho_2^2 \left( \beta_2 \frac{m}{4} \right) (\alpha^2 h)^{\frac{3q-2\nu}{\varphi}}, \quad B_y = \alpha^4 B_x, \quad (21)$$

где  $\varphi = t + q$ .

Для амплитуды третьей гармоники, так же как и для проводимости, сильная анизотропия наблюдается для анизотропии формы включений. Заметим, что в случае анизотропии локальной проводимости величина амплитуды третьей гармоники практически не зависит от направления. Значение кроссовера в первом случае

$$\tau_c = \left( (\alpha^2 h)^2 \frac{\beta_2}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{3r+q}}, \quad p > p_c;$$

$$\tau_c = \left( (\alpha^2 h)^2 \frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^{\frac{1}{r+3q}}, \quad p < p_c. \quad (22)$$

В обоих случаях значение кроссовера не зависит от направления.

Из (19) и (20) видно, что амплитуды гармоник в различных направлениях различаются только множителем  $\alpha$ . Следовательно, в таком приближении степень анизотропии третьей гармоники определяется только степенью анизотропии формы включений и не зависит от близости к порогу протекания. Наконец, можно сделать вывод, что следует ожидать критического поведения величины амплитуды третьей гармоники на пороге протекания. Значение  $V_{3f}$  резко расходится при  $p \rightarrow p_c$ . Аналогично ситуации с эффективной проводимостью в среде с локальной анизотропией электропроводности происходит изотропизация амплитуды третьей гармоники. Выражения для ее значений как в среде первого, так и второго типов содержат не только коэффициент температурного сопротивления, но и отношения компонент тензора удельного сопротивления фаз. Из вышеизложенного можно заключить, что измерения значения амплитуды третьей гармоники позволяют получить дополнительную информацию о локальных характеристиках исследуемой сильно неоднородной среды.

Работа частично поддержана РФФИ (грант № 97-02-16923а и 97-02-18397).

## Список литературы

- [1] *Dubson M.A., Hui Y.C., Weissman M.B., Garland J.C.* // Phys. Rev. 1989. Vol. B39. P. 6807–6815.
- [2] *Yagil Y., Deutscher G.* // Phys. Rev. 1992. Vol. B46, P. 16115–16121.
- [3] *Yagil Y., Deutscher G., Bergman D.J.* // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 69. P. 1423–1426.
- [4] *Yagil Y., Deutscher G., Bergman D.J.* // Int. J. of Mod. Phys. 1993. Vol. B7. P. 19–23.
- [5] *Ye G.X., Wang J.S., Xu Y.Q.* et al. // Phys. Rev. 1994. Vol. B50. P. 18–22.
- [6] *Снарский А.А.* // Письма в ЖТФ. Т. 21. Вып. 1. С. 1–7.
- [7] *Шкловский Б.И.* // Письма в ЖТФ. Т. 7. Вып. 5. С. 21–25.
- [8] *Shklovskii B.I.* // Phys. St. Sol. (b). 1978. Vol. 85. P. K111–K114.
- [9] *Carmona F., Amarti A.E.* // Phys. Rev. 1987. Vol. B35. P. 3284–3290.
- [10] *Snarskii A., Setenko M., Bezoudnov I.* // Int. J. Electron. 1994. Vol. 77. P. 1–7.