

Контактные явления в 2D электронных системах с целочисленным фактором заполнения

© В.Б. Шикин, Ю.В. Шикина

Институт физики твердого тела Российской академии наук,
142432 Черногловка, Московская обл., Россия

(Поступила в Редакцию 12 января 2000 г.)

Предлагается описание имеющихся экспериментов по исследованию линейного электрооптического эффекта в замагниченных 2D электронных системах. Самосогласованная трактовка данных как для равновесных, так и для несущих транспортный ток Корбино- и холловских образцов возникает при учете контактных явлений, сопутствующих приготовлению образцов. Исследованы предельные случаи малой и большой по сравнению с циклотронной энергией контактной разности потенциалов.

Работа поддержана частично РФФИ (грант № 98-02-16640).

В работе [1] обсуждались емкостные возможности наблюдения "несжимаемых" областей в неоднородных 2D электронных системах с целочисленным фактором заполнения. Причиной неоднородности предполагались контактные явления, с большой вероятностью присутствующие в интересующих нас системах. В данной работе рассмотрены локальные свойства различных 2D систем в магнитном поле, доступные для наблюдения с помощью линейного электрооптического эффекта (см. [2–4]). Приведенный далее анализ данных из [3,4] свидетельствует о нарушении пространственной однородности электронной плотности в подобных экспериментах. Наиболее вероятной причиной такого нарушения представляются контактные явления.

1. Равновесный режим

1) Характерные распределения электропотенциала $\varphi(x)$ по сечению образца (как Корбино-образца, так и прямоугольного) в нормальном и целочисленном состояниях в отсутствие транспортного тока приведены на рис. 1. Нормальная часть рис. 1, A этого распределения изображена схематически. Картина рис. 1, B, названная условно аномальной, воспроизводит данные [3] для одного из сечений холловского образца (рис. 9). Качественно аналогичная зависимость имеет место и в Корбино-геометрии (рис. 2 из [4]).

Разница между нормальным и аномальным поведением $\varphi(x)$ легко объяснима для Корбино-образцов. Действительно, целочисленность фактора заполнения ведет к диэлектризации 2D электронной системы. Поэтому соответствующий электропотенциал $\varphi(x)$ должен монотонно понижаться от фиксированных на внешних электродах значений контактной разности потенциалов до своей минимальной величины в центре 2D системы, что и наблюдается.

В случае прямоугольной геометрии подобная мотивация недостаточна. Действительно, 2D образец $2l \times 2w$, $l \gg w$ имеет омические контакты вдоль своих торцов длины $2w$ и свободен от контактов вдоль двух других

сторон прямоугольника длины $2l$. В этих условиях при диэлектризации 2D системы ожидаемые неоднородности $\varphi(y)$ могут реализоваться лишь в направлении между торцами образца с характерной зависимостью $\propto y/l$, но не в "холловских" сечениях прямоугольника $-w \leq x \leq +w$. Это противоречит данным [3] (рис. 1, B), где четко видна неоднородность $\varphi(x)$ на холловских сечениях (т.е. на масштабах x/w), аналогичная данным для Корбино-конфигурации [4]. Поэтому предположение об однородности диэлектрического 2D состояния в экспериментах [3], выполненных для прямоугольной конфигурации, представляется несостоятельным.

Предположим неоднородность 2D системы в x -направлении. Тогда при частичной диэлектризации центральной

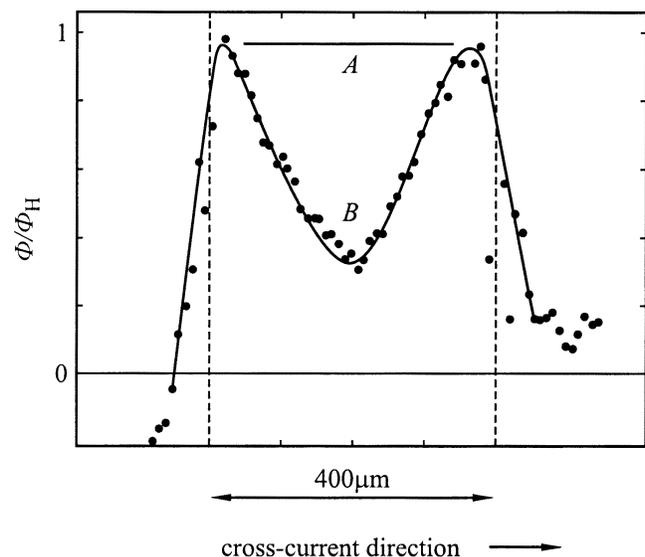


Рис. 1. Нормальное и аномальное поведение электропотенциала по сечению холловского образца. Линия A отвечает (схематически) нормальному поведению $\varphi(x)$, когда вся 2D система находится в хорошо проводящем состоянии, плавное поведение $\varphi(x)$ на концах 2D системы связано с конечностью радиуса лазерного пучка; линия B и экспериментальные точки вдоль этой линии отвечают данным [3] для холловского образца.

части прямоугольника его периметр (в том числе и свободные грани) остается в проводящем состоянии. Картина становится подобной реализующейся в Корбино-образце, а неоднородность $\varphi(x)$ вида x/w легко объясняется. Остается показать, что в прямоугольном образце контактная разность потенциалов на его торцах ведет к неоднородности электронной плотности и по сечению $-w \leq x \leq +w$.

Электростатическая часть задачи формулируется так:

$$e\varphi(x, y) = \frac{2e^2}{\varkappa} \int_{-l}^{+l} d\sigma \int_{-w}^{+w} ds \frac{\delta n(s, \sigma)}{\sqrt{(x-s)^2 + (y-\sigma)^2}}$$

$$= \text{const} = W,$$

$$-w \leq x \leq +w, \quad -l \leq y \leq +l; \quad (1)$$

$$\varphi(x, y) = 0, \quad -w \leq x \leq +w,$$

$$-\infty \leq y \leq -l \quad \text{или} \quad +l \leq y \leq +\infty. \quad (2)$$

$\delta n(x, y, t)$ есть отклонение электронной плотности от равновесного значения в отсутствие контактной энергии W , \varkappa — диэлектрическая постоянная, потенциалы металлических контактов для простоты одинаковы (и равны нулю).

Переходя в (1), (2) к Фурье-компонентам по переменной y , имеем

$$\delta n(x, y) \propto \delta n(x, q) \exp(iqy),$$

$$\varphi(x, y) \propto \varphi(x, q) \exp(iqy), \quad (3)$$

$$\varphi(x, q) = \text{const} = \frac{2e}{\varkappa} \int_{-w}^{+w} \delta n(s, q) K_0(q|x-s|) ds,$$

$$0 \leq |q| \leq 2\pi/l. \quad (4)$$

Здесь $K_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя.

В области малых значений аргумента функция $K_0(x)$ имеет логарифмическую особенность. Поэтому в центральной части 2D прямоугольника решение интегрального относительно $\delta n(x, q)$ уравнения (4) имеет вид, аналогичный решению задачи для бесконечной заряженной полоски шириной $2w$,

$$e\varphi(x) = \frac{2e^2}{\varkappa} \int_{-w}^{+w} \delta n(s) \ln|x-s| ds = \text{const}. \quad (5)$$

Решение задачи (5) дает для $\delta n(x)$ выражение

$$\delta n(x) \propto \frac{\text{const}}{\sqrt{w^2 - x^2}}. \quad (6)$$

Следовательно, и в нашем случае

$$\delta n(x, q)_{q \rightarrow 0} \propto \frac{\text{const}}{\sqrt{w^2 - x^2}}. \quad (7)$$

Предел $q \rightarrow 0$ предполагает реализацию неравенства $w \ll l$ и выбор сечения 2D прямоугольника, близкого к его середине. Вблизи торцов образца распределение электронной плотности должно отклоняться от асимптотики (7).

Таким образом, прямоугольные 2D образцы, находящиеся в омическом контакте с металлическими управляющими электродами лишь на отдельных участках своего периметра, обнаруживают неоднородность в электронной плотности на всех холловских сечениях. Детали зависимости $\delta n(x)$, конечно, различны в Корбино-конфигурации и прямоугольной. Напомним, что в Корбино-диске при наличии контактных явлений

$$\delta n(x) \propto \frac{\text{const}}{(w^2 - x^2)}, \quad (8)$$

предполагается также возможность квазиодномерного описания 2D области (т.е. $(R_1 - R_2)/(R_1 + R_2) \ll 1$, где R_1, R_2 — внешний и внутренний радиусы 2D Корбино-диска). Качественная аналогия между возмущениями (7), (8) очевидна. Ясно также, что при включении магнитного поля образцы с возмущением плотности вида (7) или (8) не могут иметь на всей своей площади целочисленный фактор заполнения, о чем и свидетельствуют данные [3,4], качественно представленные на рис. 1, B.

2) Перейдем к обсуждению масштабов неоднородности 2D образцов. К сожалению, имеющиеся равновесные электрооптические данные [2-4] и, в частности, рис. 1, B, не дают абсолютных значений $\varphi(x)$, что существенно для проблемы в целом, а также описания деталей этого потенциала, зависящих от соотношения между энергиями $\hbar\omega_c$ и W (ω_c — циклотронная частота). В условиях $\hbar\omega_c \leq W$ центральная часть 2D канала занята в основном одной несжимаемой полосой шириной $2a \leq 2w$ с соответствующим распределением $\varphi(x)$. В случае $\hbar\omega_c \ll W$ 2D канал заполнен большим количеством несжимаемых полосок, так что усредненное поведение $\varphi(x)$ оказывается другим. В отсутствие абсолютных данных о $\varphi(x)$ ожидаемое различие в его поведении может быть полезным для диагностики 2D систем.

Задача об индивидуальном симметричном несжимаемом канале, рассмотренная в общем случае в [5] (см. также [1] в связи с деталями этой задачи при наличии контактных явлений), ведет к следующему определению $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) \propto (a^2 - x^2)^{3/2}, \quad -a \leq x \leq +a, \quad (9)$$

здесь $2a < 2w$ — ширина несжимаемой полосы. Ее максимальное значение для плотности электронов, имеющей структуру (8), равно

$$(a_{\text{max}}/w)^3 = \frac{3\pi\hbar\omega_c}{2W}. \quad (10)$$

Заметим, что ширина полосы довольно чувствительна к магнитному полю, варьируясь от нуля при ее зарождении до критических размеров (10), когда с ростом

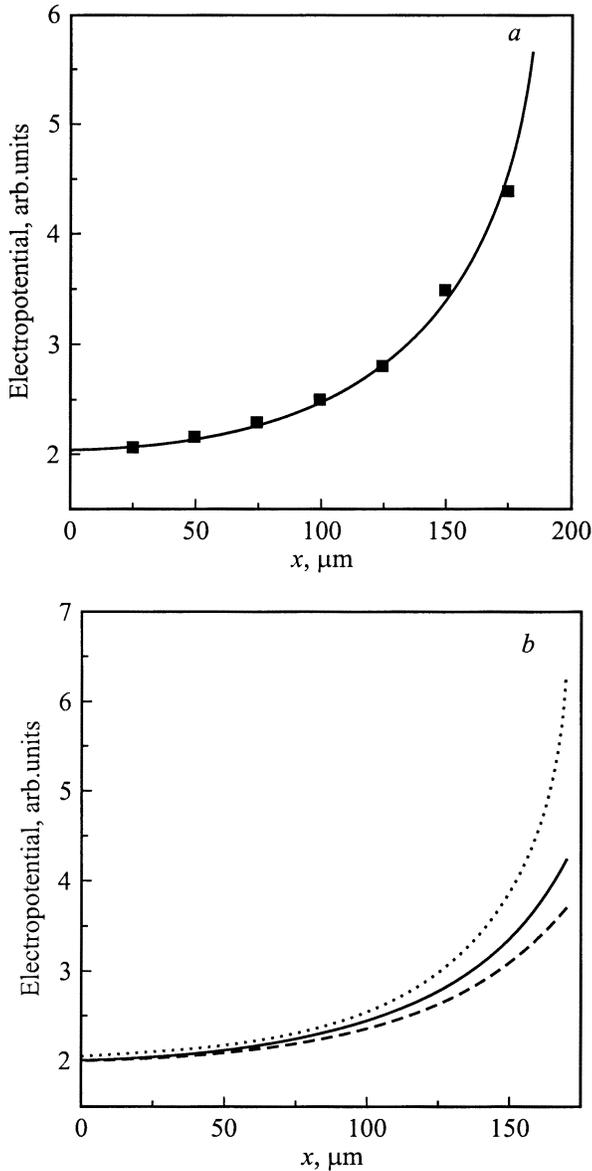


Рис. 2. *a* — координатная зависимость потенциалов (12), (11), (8). Сплошная линия отвечает параметрам $R = 50 \mu\text{m}$, $\omega = 250 \mu\text{m}$. Экспериментальные точки из [4]. *b* — степень чувствительности потенциалов (12), (11), (8) к вариациям радиуса R . Точки — $R = 75 \mu\text{m}$, сплошная линия — $R = 50 \mu\text{m}$, штриховая — $R = 5 \mu\text{m}$.

магнитного поля максимальное значение потенциала (9) в центре канала достигает значения $\hbar\omega_c$, после чего полоска раздваивается (детали этого процесса см. в [5]).

В условиях $\hbar\omega_c \ll W$ становится возможным образование большого числа несжимаемых полосок, и формулы (9), (10) теряют смысл. Необходим формализм, учитывающий большое число полосок и их взаимодействие между собой. Такая возможность существует, если учесть, что каждая полоска имеет на своих берегах разность потенциалов $\hbar\omega_c$. Следовательно, локальное значение электропотенциала в задаче с большим коли-

чеством полосок можно представить в виде

$$e\varphi(x) \simeq \hbar\omega_c \nu(x), \quad \nu(x) = \pi l_H^2 n(x), \quad (11)$$

здесь $\nu(x)$ — локальный фактор заполнения.

Согласно (11), в пределе $\hbar\omega_c \ll W$ электропотенциал воспроизводит в среднем локальное поведение электронной плотности.

3) Располагая соотношениями (7)–(11), обратимся к имеющимся [3,4] экспериментальным данным относительно равновесного распределения $\varphi(x)$ в Корбино- и прямоугольных образцах.

Качественно наиболее интересными являются результаты рис. 1, *B* из [3], свидетельствующие о неоднородности в распределении электронной плотности холловского образца. К сожалению, соответствующие данные содержат ряд неопределенностей, затрудняющих их интерпретацию: отчетливо видна асимметрия, обусловленная, по-видимому, влиянием соседних каналов; кроме того, положение самого сечения, выбранное авторами из соображений удобства его реализации, находится на близком и плохо определенном расстоянии от торца $2D$ системы, что усложняет описание деталей $\varphi(x)$.

Более поддается интерпретации информация, полученная для Корбино-диска. Сравнение данных [4] с двумя вариантами распределения $\varphi(x)$: многоканальным (11) и одноканальным (9) приведено на рис. 2, 3. Расчетные кривые $\phi(x)$ строились с помощью алгоритма

$$\phi(x) = \frac{1}{2R} \int_{x-R}^{x+R} \varphi(s) ds. \quad (12)$$

Здесь R определяет радиус лазерного пучка, используемого в экспериментах [3,4]. Кривые привязывались к

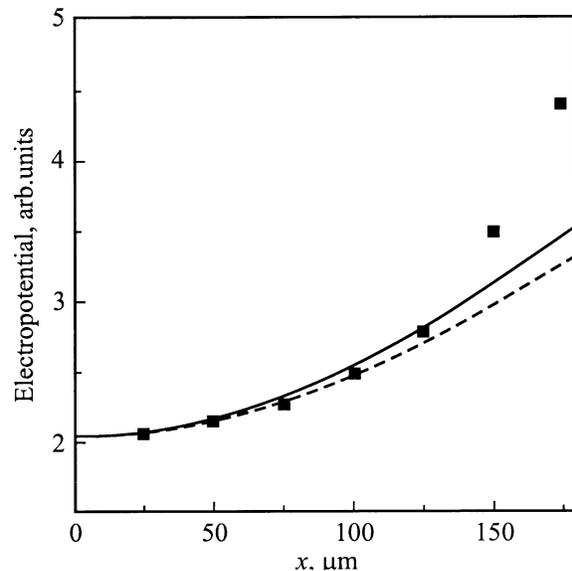


Рис. 3. Зависимость $\varphi(x)$ (12), (9). Сплошная линия — $R = 50 \mu\text{m}$, $a = 230 \mu\text{m}$; штриховая — $R = 50 \mu\text{m}$, $a = 250 \mu\text{m}$.

минимуму $\phi(0)$ и оптимально располагались вдоль экспериментальных точек варьированием R и геометрических размеров, содержащихся в определениях (11), (9). Так, сплошная линия на рис. 2, *a* отвечает значениям $R = 50 \mu\text{m}$, $w = 250 \mu\text{m}$, рис. 2, *b* иллюстрирует влияние радиуса лазерного пучка на поведение $\phi(x)$. На рис. 3 к тем же точкам "примеряется" зависимость $\varphi(x)$ (9) с двумя разными значениями a и величиной $R = 50 \mu\text{m}$.

Следует отметить, что для получения экспериментальных точек на рис. 2, 3 пришлось сканировать рис. 1 и 2 из [4]. После этого, используя рис. 9 из [3], идентичный рис. 1 из [4], можно пересчитать данные сканирования рис. 2 из [4] на соответствующие числа для $\phi(x)$.

Резюмируя, мы приходим к заключению о предпочтительном соответствии между данными [4] и зависимостью $\varphi(x)$ (11), представленной на рис. 2. Однако для более надежных заключений о вариантах распределения $\varphi(x)$ необходим масштаб аномальности, чего не дают (во всяком случае пока) измерения в равновесных условиях.

2. Измерения в транспортном режиме

Интересующий нас масштаб аномальности (например, абсолютная величина электростатического "провала" на рис. 1) оказывается доступным для оценки в экспериментах с транспортным током. При этом в задаче возникает дополнительный энергетический параметр — тянущее напряжение V , а вместе с ним и новые диагностические возможности, особенно наглядно проявляющие себя для Корбино-диска.

Расчет электрической части задачи при наличии транспортного тока требует специальных пояснений. Существует несколько приближенных схем таких расчетов.

В случае $\sigma_{xx} \neq 0$ основой расчета является условие $\text{div } \mathbf{j} = 0$, которое с помощью закона Ома сводится к уравнению для $\varphi(x, y)$ с граничными условиями, позволяющими сшить величины потенциала в нормальных и целочисленных областях. В такой постановке решение задачи пока не реализовано.

Если $\sigma_{xx} = 0$, что для КЭХ вполне разумно, то требование $\text{div } \mathbf{j} = 0$ вырождается и приходится искать другие связи между $\varphi(x, y)$ и $\delta n(x)$, позволяющие вместе с уравнением Пуассона замкнуть электростатическую задачу. Пример такого решения, не зависящего от σ_{xx} , приведен в [6]. В данной работе предлагается контактное приближение для решения поставленной задачи, являющееся простым обобщением подхода из [1]. Речь идет о распределении электронной плотности по сечению 2D системы в контакте с подводящими электродами, которое учитывает как влияние контактной разности потенциалов, так и тянущего напряжения. Имея такое распределение, нетрудно найти с помощью (11) распределение $\varphi(x)$, если выполнено требование $eV \gg \hbar\omega_c$.

По определению

$$\delta n(x) = \frac{1}{4\pi e^2} \left(\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{+0} - \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{-0} \right), \quad (13)$$

$$u(x, z)|_{z \rightarrow 0} = \begin{cases} 0, & -\infty \leq x \leq -w, \\ W, & -w \leq x \leq +w, \\ eV, & +w \leq x \leq +\infty. \end{cases} \quad (14)$$

Используя теперь известное решение задачи Дирихле (14) и вычисляя необходимые производные (13), можно найти выражение для $\delta n(x)$

$$\delta n(x) = \frac{w(2W - eV) - eVx}{2\pi^2 e^2 (w^2 - x^2)}. \quad (15)$$

В пределе $V \rightarrow 0$ результат (15) переходит в (8).

Выражение (15) имеет характерный максимум в точке x_m

$$\frac{|x_m|}{w} = \left(\left(\frac{2W}{|eV|} - 1 \right) - \sqrt{\left(\frac{2W}{|eV|} - 1 \right)^2 - 1} \right). \quad (16)$$

Наличие максимума в распределении $\varphi(x)$ наблюдается экспериментально. Данные [3] показывают, что значение $x_m/w \simeq 0.8$ при $eV \simeq 0.3 \text{ eV}$. Используя (16), имеем в этом случае $W \simeq |eV|$. Величина $\hbar\omega_c$ здесь имеет масштаб 100 К, т.е. условие $W \gg \hbar\omega_c$, позволяющее использовать локальную связь (11) между плотностью (15) и наблюдаемым электростатическим потенциалом, выполнено с хорошим запасом.

Итак, в работе предложена схема описания неоднородных 2D электронных систем, содержащих при включении магнитного поля большое число целочисленных каналов. Усредненное описание этой системы ведет к заключению о пропорциональности между наблюдаемым электростатическим потенциалом и неоднородной плотностью образца (см. (11)). В условиях с транспортным током модель объясняет наблюдаемое положение максимума электростатического потенциала внутри 2D образца.

Список литературы

- [1] В.Б. Шикин, Ю.В. Шикина. ФТТ **41**, 1103 (1999).
- [2] P.F. Fontein, P. Hendriks, F.A. Bloom, J.H. Wolter, L.J. Giling, C.W.J. Beenakker. Surf. Sci. **263**, 91 (1992).
- [3] R. Knott, W. Dietsche, K. von Klitzing, K. Eberl, K. Ploog. Semicond. Sci. Technol. **10**, 117 (1995).
- [4] W. Dietsche, K. von Klitzing, K. Ploog. Surf. Sci. **361/362**, 289 (1996).
- [5] D.B. Chklovskii, B.I. Shklovskii, L.I. Glazman. Phys. Rev. **B46**, 7, 4026 (1992); D.B. Chklovskii, K.F. Matveev, B.I. Shklovskii. Phys. Rev. **B47**, 18, 12 605 (1993).
- [6] A.H. MacDonald, T.M. Rice, W.F. Brinkman. Phys. Rev. **B28**, 3648 (1983).