01;05.1

Закономерности распространения плоских волн дефектов в вязкопластической среде

© Н.В. Чертова, Ю.В. Гриняев

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

Поступило в Редакцию 23 июня 1999 г.

Показано, что при распространении слабо затухающей волны не наблюдается дисперсии, а диссипация частотно зависима. Для волн, испытывающих сильное затухание, наблюдаются и дисперсия, и диссипация. Однако в вязкопластической среде волна затухает на очень малых расстояниях и глубина проникновения волн дефектов при сильном затухании ограничена толщиной скин-слоя.

Система динамических уравнений дислокационного ансамбля

$$B\nabla \cdot I = -P, \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \nabla \times I, \tag{1.2}$$

$$\nabla \cdot \alpha = 0, \tag{1.3}$$

$$S\nabla \times \alpha = -B\frac{\partial I}{\partial t} - \sigma, \tag{1.4}$$

полученная в рамках калибровочного подхода [1–3], является исходной для анализа поля дефектов, характеризуемого тензором плотности дислокаций α и тензором плотности потока дислокаций I, в среде с заданным эффективным напряжением σ и импульсом $\mathbf{P}$. Величины σ, P связаны уравнением динамического равновесия

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \nabla \sigma, \tag{2}$$

которое является условием совместности (1). В приведенных выражениях B, S — новые константы теории, знаки $(\cdot)$, $(\times)$ обозначают скалярное и векторное произведение величин. Если воспользоваться формальной аналогией, наблюдаемой между данными уравнениями и уравнениями Максвелла в электродинамике [4], то можно сопоставить тензор плотности потока дислокаций с напряженностью электрического поля, тензор плотности дислокаций с напряженностью магнитного поля, эффективный импульс с зарядом, напряжения с током и записать материальное соотношение

$$\sigma = \eta I, \tag{3}$$

подобное связи электромагнитного поля с веществом в случае однородной проводящей среды. В феноменологических теориях пластичности [5] данное соотношение соответствует определению вязкопластического тела, из которого следует, что коэффициент η имеет значение обобщенной вязкости среды. В общем случае η представляет собой тензор вязкости четвертого ранга, число независимых компонент которого определяется симметрией среды и тензоров σ, I.

На основе уравнений (1)–(3) рассмотрим закономерности распространения плоских гармонических волн дефектов в вязкопластической среде. Согласно (3) и (1.1), уравнение динамического равновесия можно записать в виде

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = -\frac{\eta}{B}\mathbf{P}, \tag{4}$$

откуда следует, что

$$P = P_0 \exp(-t/t_0),$$

т. е. эффективный импульс в вязкопластической среде убывает со временем, где $t_0 = B/\eta$ — время релаксации. С учетом этого, полагая правую часть равенства (1.1) равной нулю, систему уравнений (1) можно записать в виде

$$\frac{B}{S}\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} - \Delta\alpha + \frac{\eta}{S}\frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{B}{S}\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - \Delta I + \frac{\eta}{S}\frac{\partial I}{\partial t} = 0,$$

где Δ — оператор Лапласа. Предположим, что напряженности поля α, I зависят лишь от одной координаты x. Полагая $\alpha = \alpha_0(x)\exp(-i\omega t)$, для комплексной амплитуды получим уравнение Гельмгольца

$$\frac{d^2\alpha_0}{dx^2} + \omega^2\frac{B}{S}\left(1 + \frac{i\eta}{B\omega}\right)\alpha_0 = 0, \tag{5}$$

где
$$k^2 = \omega^2 \frac{B}{S}\left(1 + \frac{i\eta}{B\omega}\right). \tag{6}$$
Решение (5) (аналогичное уравнение получается для I_0) можно записать в виде
$$\alpha_0 = c_1 \exp(ikx) + c_2 \exp(-ikx),$$
где c_1, c_2 — неизвестные константы, определяемые из граничных условий, а выражение для k можно представить также следующим образом:
$$k = \omega(n + i\chi)/C. \tag{7}$$
Здесь n, χ — показатели преломления и поглощения, $C = \sqrt{S/B}$. Показатель поглощения χ характеризует скорость убывания амплитуды волны в направлении ее распространения, $n = C/V$ определяет фазовую скорость волн в среде.

Выясним, как зависят n и χ от частоты волны и параметров среды. Введем величину $\operatorname{tg}\delta = \eta/B\omega$, называемую тангенсом угла потерь. Приравнивая выражения (6), (7)
$$(1 + i\operatorname{tg}\delta) = (n + i\chi)^2,$$
получим
$$n = \sqrt{\left(1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\delta}\right)\Big/2}, \quad \chi = \sqrt{\left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\delta} - 1\right)\Big/2}, \tag{8}$$
т. е. в вязкопластической среде показатели преломления и поглощения зависят от частоты, поскольку $\operatorname{tg}\delta \sim 1/\omega$, и среда обладает дисперсией. В среде с дисперсией при распространении плоских волн произвольной формы происходит искажение профиля волн, так как фазовая скорость V и коэффициент затухания $\omega\chi/C$ различных частотных составляющих не одинаковы.

Рассмотрим предельные случаи больших и малых потерь. Для слабо затухающей волны, когда $\operatorname{tg}\delta \ll 1$ или $\omega t_0 \gg 1$:
$$n = 1 = \text{const}, \quad \chi = \operatorname{tg}\delta/2 = \chi(\omega), \tag{9}$$
т. е. при распространении слабо затухающей волны не наблюдается дисперсии, а диссипация частотно зависима. Для волн, испытывающих сильное затухание, $\operatorname{tg}\delta \gg 1$, поэтому
$$n \approx \chi = \sqrt{\operatorname{tg}\delta/2} = \sqrt{\eta/(2B\omega)}, \tag{10}$$

т. е. наблюдаются дисперсия и диссипация. Однако в случае $\operatorname{tg}\delta \gg 1$ или $\omega t_0 \ll 1$ волновой процесс практически не реализуется, поскольку волна затухает на очень малых расстояниях. Убывание амплитуды в e раз происходит на длине

$$d = C/(\chi\omega) = \lambda/(2\pi\chi), \tag{11}$$

которая при $\operatorname{tg}\delta \gg 1$ и $n \approx \chi \gg 1$ много меньше длины волны λ. Таким образом, глубина проникновения волн дефектов в вязкопластической среде при сильном затухании ограничена толщиной скин-слоя (11), где

$$\chi = \sqrt{\left(\sqrt{1 + (\eta/B\omega)^2} - 1\right)\Big/2} = \sqrt{\left(\sqrt{1 + (\eta\lambda/2\pi BC)^2} - 1\right)\Big/2}.$$

Установленный эффект поверхностной локализации волн дефектов позволяет понять физическую природу многих экспериментально наблюдаемых фактов при усталостном разрушении, ультразвуковой отработке. Например, известно [6], что если действуют повторные нагрузки, то в высоконапряженной области, обычно на поверхности образца, образуется усталостная трещина, которая распространяется до тех пор, пока не произойдет полного разрушения. На основе полученных результатов можно объяснить, почему усталостная трещина образуется у поверхности. Причина состоит в том, что локализованной у поверхности плотности дислокаций соответствуют по определению дефекта в континуальной теории [7] внутренние напряжения, сконцентрированные в этой же области. Внутренние напряжения порождают усталостную трещину, а потоки дефектов, локализованные также у поверхности, определяют ее развитие.

Список литературы

[1] *Kadic A., Edelen D.G.B.* A gauge theory of dislocations and disclinations. Heidelberg: Springer, 1983.

[2] *Гриняев Ю.В., Панин В.Е.* // ДАН. 1997. Т. 353. № 1. С. 37–39.

[3] *Гриняев Ю.В., Чертова Н.В.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. № 9. С. 134–135.

[4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред // Теоретическая физика. Т. VIII. М.: Наука, 1982.

[5] *Пэжина П.* Основные вопросы вязкопластичности. М.: Мир, 1968.

[6] *Форрест П.* Усталость металлов. М.: Машиностроение, 1968.

[7] *Косевич А.М.* Основы механики кристаллической решетки. М.: Мир, 1972.