Влияние микроструктуры эпитаксиальных пленок YBa₂Cu₃O_{7-x} на их электрофизические и нелинейные СВЧ свойства

© Ю.Н. Ноздрин, Е.Е. Пестов, В.В. Курин, С.В. Барышев*, А.В. Бобыль*, С.Ф. Карманенко*, Д.А. Саксеев*, Р.А. Сурис*

Институт физики микроструктур Российской академии наук, 603950 Нижний Новгород, Россия * Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в Редакцию 18 октября 2005 г. В окончательной редакции 20 марта 2006 г.)

Проведены локальные измерения нелинейного СВЧ отклика методом ближнепольной микроскопии для пленок YBa₂Cu₃O_{7-x} с пространственным разрешением 50 µm и локальные исследования микромостиков пленок YBa₂Cu₃O_{7-x} методом низкотемпературной сканирующей микроскопии с пространственным разрешением 4 µm. С помощью рентгеноструктурного анализа и электронной микроскопии исследована микроструктура эпитаксиальных пленок YBa₂Cu₃O_{7-x}. Обнаружена корреляция полуширины максимума температурной зависимости мощности третьей гармоники W_{TH} и кривой напряжения, индуцируемого электронным пучком WEBIV, со средним размером кристаллита. Для описания экспериментальных результатов предложена модель двухфазной среды, учитывающей нелинейную вольтамперную характеристику сверхпроводника. Показано, что при больших размерах кристаллитов нелинейный СВЧ отклик определяется внутрикристаллитным пиннингом вихрей, а по мере уменьшения их среднего размера появляется дополнительный вклад в нелинейный отклик, связанный с пиннингом магнитного потока на джозефсоновской сетке межкристаллитных границ. Расчеты позволяют заключить, что увеличение размера кристаллита в 3 раза приводит к уменьшению коэффициента нелинейности пленок YBa₂Cu₃O_{7-x} в 10² раз.

Работа поддержана грантом РФФИ (№ 03-02-16533), программой "Научные школы", МНТЦ 2920.

PACS: 74.25.Nf, 74.70.Ad, 74.72.Bk

Введение 1.

В настоящее время пленки высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) успешно используются в линиях передач, фильтрах и антеннах [1,2]. Однако при высоких уровнях мощности СВЧ сигнала нелинейность СВЧ отклика пленок ВТСП приводит к интермодуляционным искажениям сигнала, генерации высших гармоник основной частоты и росту СВЧ потерь, что ограничивает применения сверхпроводниковых СВЧ устройств.

Изучению вопроса о нелинейном СВЧ отклике сверхпроводника в последние годы было посвящено большое количество работ как фундаментального, так и прикладного характера. Эти исследования показали, что нелинейные СВЧ свойства пленок ВТСП могут быть обусловлены как собственными свойствами сверхпроводника, так и реальной микроструктурой образца. В частности, в случае однородных сверхпроводников нелинейные эффекты могут быть связаны с разрушением куперовских пар [3], нелинейностью Гинзбурга-Ландау [4] и нелинейностью сверхпроводника со смешанным параметром порядка [5]. В то же время для объяснения нелинейного СВЧ отклика пленок предложены так же механизмы технологического происхождения: блочность пленок ВТСП [6,7], краевые дефекты [8], хаотические джозефсоновские связи [9,10]. Однако при температурах, близких к Т_с, все величины критических токов, характеризующих различные типы нелинейности, стремятся к нулю, и многие механизмы могут вносить свой вклад в полный нелинейный отклик. Поэтому вопрос о природе нелинейного отклика ВТСП в области температур вблизи T_c до сих пор остается открытым.

Одним из основных источников нелинейного СВЧ отклика пленок ВТСП является их блочная, поликристаллическая структура [6]. В частности, наличие блочности может привести к уширению температурной зависимости сопротивления $\rho(T)$ вблизи T_c [11–13] за счет обеднения кислородом приповерхностного слоя кристаллитов и резко увеличить поверхностный импеданс в слабых постоянных магнитных полях [14,15]. Кроме того, поликристаллическая структура сверхпроводника приводит к существованию нелинейных эффектов, обусловленных наличием джозефсоновских связей в образце. В частности, этот случай был рассмотрен в работе [16], где для объяснения зависимости микроволновых потерь от температуры в ВТСП была предложена модель хаотических слабых связей. Также СВЧ свойства поликристаллических сверхпроводников экспериментально были исследованы в работах [9,10,16,17]. Однако остались открытыми вопросы о природе нелинейного СВЧ отклика, об эффективных способах исследования и описания структурного качества пленок, а также об обоснованном выборе сверхпроводниковых параметров, необходимых для оптимизации технологии ВТСП пленок с целью уменьшения нелинейных эффектов в сверхпроводниках.

В настоящей работе проведены исследования влияния структурного качества пленок YBa₂Cu₃O_{7-x} на нелинейные СВЧ свойства и электрофизические парамет-

ры. Установлена корреляция между средним размером кристаллитов и полуширинами максимумов температурных зависимостей сигнала мощности третьей гармоники и напряжений, индуцированных электронным пучком. Для описания ширины температурной зависимости СВЧ нелинейности и удельного сопротивления вблизи Т_с предложена модель двухфазной среды, учитывающая нелинейность вольтамперной характеристики сверхпроводника. В рамках данной модели показано, что такая корреляция свидетельствует о том, что сверхпроводник состоит из микроскопических монокристаллов (гранул), помещенных в сверхпроводящую матрицу с меньшим значением критического тока. На основе анализа величин критических токов двух сред также установлено, что при больших размерах кристаллитов нелинейный СВЧ отклик определяется внутрикристаллитным пиннингом вихрей, а по мере уменьшения их среднего размера появляется дополнительный вклад в нелинейный отклик, связанный с пиннингом магнитного потока на джозефсоновской сетке межкристаллитных границ. Кроме того, показано, что увеличение размера кристаллита в 3 раза приводит к уменьшению коэффициента нелинейности пленок YBa₂Cu₃O_{7-x} в 10² раз в области низких температур.

2. Образцы и методика эксперимента

2.1. Параметры образцов. Экспериментально исследовались эпитаксиальные пленки $YBa_2Cu_3O_{7-x}$. Эти пленки толщиной $d = 0.7-0.9 \,\mu$ m были выращены на подложках LaAlO₃ путем магнетронного распыления мишеней стехиометрических составов (1:2:3) и (2:3:5) в смеси газов Ar/O при давлении 40 Ра и температуре подложки 750°C [18]. Была отобрана серия из 10 пленок, наиболее качественных по структуре (морфология поверхности, ширина рентгеновских рефлексов) и имевших близкие технологические параметры роста и толщины. Температура перехода пленок в сверхпроводящее (СП) состояние варьировалась в пределах 86–92 К, ширина перехода — от 0.15 до 3.6 К.

Пленки YBa₂Cu₃O_{7-x} имели плотность критического тока пиннинга $j_p \sim 10^5 - 10^6$ А/сm² при температуре 77 К. Для определения величины плотности тока пиннинга j_p пленок YBa₂Cu₃O_{7-x} были проведены бесконтактные эксперименты по измерению остаточной намагниченности пленки. После увеличения магнитного поля до значений, обеспечивающих полное проникновение потока в пленку, и последующего уменьшения его до нуля, датчиком Холла определялось максимальное значение захваченного поля. Затем в рамках модели Бина $j = j_p =$ const была проведена оценка средней по поверхности пленки плотности тока пиннинга j_p [19].

2.2. Структурные исследования. Пленки имели кристаллитную структуру, что можно было наблюдать на изображениях, полученных при помощи электронной просвечивающей и туннельной микроскопии, показанных на рис. 1, *а* и *b* соответственно. Однако



Рис. 1. *а* — поперечное изображение пленки YBa₂Cu₃O_{7-*x*}, полученное просвечивающим электронным микроскопом. *I* — подложка LaAlO₃, *2* — пленка YBa₂Cu₃O_{7-*x*}. *b* — изображение поверхности пленки, полученное при помощи туннельной микроскопии.

в обоих случаях эта качественная информация не может быть использована для количественных корреляционных исследований, поскольку в первом случае параметры кристаллитов могут быть определены только при наличии резких границ и отсутствует возможность получения статистически усредненных значений размеров кристаллов. Кроме того, процедура приготовления образцов вносит дополнительную дефектность, не идентифицируемую на изображениях. Во втором случае туннельные микроскопические изображения поверхности пленки не отражают ситуаций, возникающих в объеме пленки, где непосредственно происходит протекание тока и взаимодействие с падающей ЭМ волной.

Поэтому для количественных исследований структуры пленок $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ был привлечен метод рентгеноструктурного анализа. Для этого регистрировались дифракционные кривые дифрактометром фирмы RIGAKU ($D_{max} - B/RC$) с использованием специальной схемы коллимации, уменьшающей расходимость первичного пучка рентгеновского излучения ($\lambda_{Cu} = 1.54183$ Å). В качестве критериев структурного качества пленок были использованы следующие параметры: деформация решетки вдоль оси c, $\varepsilon = (c - c_0)/c = \delta c/c$, где $c_0 = 11.66$ Å — постоянная решетки объемного YBa₂Cu₃O_{7-x} кристалла и микро-



Рис. 2. Стандартная зависимость полуширины w_{\parallel} рентгеновского пика от угла Брэгга θ_B для YBa₂Cu₃O_{7-x} в направлении, параллельном вектору обратной решетки (режим $\theta - 2\theta$ -сканирования), для качественного образца со средним размером микрокристаллита a = 660 Å. Штриховые линии *1* и 2 — вклады от $\delta \varepsilon$ и w_a соответственно.

деформация (флуктуация микронапряжений — дисперсия ε) $\delta \varepsilon = \{ \langle (\delta c/c)^2 \rangle \}^{1/2}$.

В режиме $\theta - 2\theta$ -сканирования определяющие вклады в формирование полуширины рентгеновских рефлексов вносят так называемые "размерный" эффект w_a и эффект наличия микродеформаций $\delta \varepsilon$ [20]. Поэтому общий вид итоговой зависимости полуширины рентгенорефлексов $w_{\theta-2\theta}$ от величины брэгговского угла θ_b можно записать в следующем виде:

$$w_{\theta-2\theta}^2 = w_{\varepsilon}^2 + w_a^2 = (2\delta\varepsilon \operatorname{tg} \theta_b)^2 + \left(\frac{\lambda_{\operatorname{Cu}}}{2a\cos(\theta_b)}\right)^2. \quad (1)$$

Далее, регистрировались рентгеновские рефлексы от (001) ($\theta_b = 3.75^\circ$) до (006) ($\theta_b = 23.3^\circ$). Затем строилась зависимость полуширины рефлекса от величины брэгговского угла (рис. 2) и по наклону касательной линии *1* определялись значения $\delta\varepsilon$ для каждого из образцов, а по отсечке, даваемой касательной *2*, можно было получить среднюю величину области когерентного рассеяния *а* вдоль оси *c*, которая отождествлялась со средним размером микрокристаллита *a*. Из данных, представленных линиями *1* и *2* на рис. 2, получены значения $\delta\varepsilon = 2.4 \cdot 10^{-3}$ и 660 Å соответственно.

Также рентгеноструктурный анализ показал, что исследованные образцы имеют хорошую эпитаксиальность и являются *с*-ориентированными пленками YBa₂Cu₃O_{7-*x*}. В частности, диапазон углов кристаллографической разориентации микрокристаллитов составил величину в плоскости a-b не более 1°, а относительно оси *с* — порядка $0.4-0.6^{\circ}$.

2.3. Зондовые исследования. Для поиска корреляции между структурными и электрофизическими параметрами были использованы две независимые зондовые методики. Первый метод ближнепольной нелинейной СВЧ микроскопии основан на регистрации нелинейного СВЧ отклика с помощью зонда индуктивного типа. Блок-схема методики показана на рис. 3, а. Зонд представляет собой металлическую проволоку длиной 1 mm и диаметром $50\,\mu$ m, соединяющую внешний и внутренний проводники коаксиального кабеля. При падении СВЧ сигнала на частоте $v = 472 \,\text{MHz}$ на такой зонд СВЧ мощность почти полностью отражается, поскольку импеданс зонда много меньше волнового импеданса коаксиального кабеля. При этом по проволочке течет ток высокой плотности, который создает квазистатическое магнитное поле, локализованное на масштабе порядка диаметра проволоки. Из-за нелинейных свойств сверхпроводящей пленки генерируются высшие гармоники, которые принимаются тем же зондом. Уровень падающей мощности на частоте первой гармоники был выбран 100 mW. Более подробно метод ближнепольной нелинейной СВЧ микроскопии описан в [19,21].

Вторая методика основана на регистрации напряжения, индуцированного электронным пучком, и показана на рис. 3, *b*. Первоначально эта методика была развита и использована для исследования низкотемпературных



Рис. 3. a — блок-схема ближнепольного СВЧ зонда. I — подложка LaAlO₃, 2 — пленка YBa₂Cu₃O_{7-x}, 3 — тефлоновая пленка, 4 — ближнепольный СВЧ зонд, 5 — коаксиальный кабель, 6 — падающий СВЧ сигнал, 7 — отраженный СВЧ сигнал. b — блок-схема EBIV-методики. I — подложка LaAlO₃, 2 — серебряный контакт, 3 — сверхпроводящий полосок YBa₂Cu₃O_{7-x}, 4 — электронный пучок. I–IV — четырехконтактная конфигурация, необходимая для учета паразитных сопротивлений контактных площадок.

сверхпроводников [22,23] (низкотемпературной сканирующей микроскопии (HCM)), а также для исследования пространственных распределений критической температуры ВТСП пленок [24,25]. Методика основана на термическом разогреве электронным пучком некоторой области СП полоска, что приводит к изменению локального сопротивления и величины регистрируемого напряжения. Это напряжение, индуцированное электронным пучком (Electron Beam Induced Voltage — EBIV), пропорционально температурной производной $\frac{\partial \rho(r,T,j)}{\partial T}$ локального сопротивления ρ этой области, и в двухмерном случае протекания тока по образцу оно равно [23]

$$U(r,T) = j(r,T) \cdot \frac{\partial \rho(r,T,j)}{\partial T} \cdot \frac{\Lambda^2}{W} \Delta T, \qquad (2)$$

где j(r, T) — локальная плотность тока, Λ — характерная длина затухания температурного поля, W — ширина микрополоска, ΔT — температура локального разогрева электронным пучком. Максимум EBIV-сигнала по оси температур расположен в точке максимальной крутизны зависимости $\rho(T)$. Эту точку можно принять равной локальной температуре перехода пленки в СП состояние Т_с. Ширина максимума соответствует локальной ширине перехода ΔT_c . Сканирование электронным пучком по поверхности образца дает возможность определить пространственные распределения T_c и ΔT_c (T_c и ΔT_c картографирование) с пространственным разрешением около 4 µm и точностью по температуре 0.1 К. Измерения EBIV-сигнала проведены на электронном микроскопе CamScan Series 4-88 DV 100, оснащенном системой охлаждения, термоконтроллером ITC 4 и внутрикамерным усилителем для снижения интенсивности шума.

Для проведения измерений EBIV-сигнала из пленок, которые были использованы для CBЧ исследований, методом ионного травления были сделаны сверхпроводящие полоски (размером $100 \times 500 \,\mu m^2$) с контактными площадками (рис. 3, *b*).

На рис. 4 схематично представлены типичные температурные зависимости мощности СВЧ сигнала на частоте третьей гармоники $P_{3\omega}(T)$ и кривая EBIV-сигнала. Также показаны температурные зависимости удельного сопротивления $\rho(T)$ и эффективного критического тока распаривания $j_c(T)$ [21]. Все зависимости представлены в виде нормировки на максимальное значение: для мощности сигнала третьей гармоники использовано значение пика этой зависимости — $P_{3\omega \max}$, для $\rho(T)$ нормировка произведена на значение ρ при комнатной температуре — ρ_n , зависимость $j_c(T)$ отнесена к значению критического тока при абсолютном нуле $j_c(0)$. Сравнивая $P_{3\omega}(T)$ и $\rho(T)$, можно заметить, что температурная зависимость мощности третьей гармоники $P_{3\omega}(T)$ имеет выраженный максимум [8,21,26,27], который появляется при температуре, когда удельное сопротивление $\rho(T)$ образца обращается в нуль при T_{c0} [21] (рис. 4). В то же время измерения локального EBIV-сигнала возможны в области температур, где сопротивление $\rho(T)$ отлично от



Рис. 4. Температурные зависимости нормированной на свое максимальное значение $P_{3\omega \max}$ мощности третьей гармоники $P_{3\omega}(T)$ (1), сопротивление мостика $\rho(T)$, нормированного на сопротивление нормальной фазы (T = 300 K) (2) и температурная зависимость эффективного критического тока $j_c(T)$ (3), отнесенного к значению критического тока при T = 0 [21] для пленки YBa₂Cu₃O_{7-x}. На вставке показана нормированная на максимум температурная зависимость сигнала EBIV (для другой планки). На рисунке также указана температура перехода в СП состояние T_{c0} и критическая температура перехода в СП состояние T_c в методике EBIV. Отмечены и два самых важных параметра, использующихся в работе, — полуширины температурных зависимостей сигналов третьей гармоники W_{TH} и сигнала EBIV W_{EBIV} .

нуля — в области температур выше T_{c0} . Таким образом, из рис. 4 видно, что, поскольку области регистрации сигналов используемых зондовых методик лежат в различных температурных областях, их применение дает взаимодополняющую информацию о свойствах сверхпроводника вблизи перехода в нормальное состояние. На рисунке также отмечены и два самых важных параметра, использующихся в работе, — полуширины температурных зависимостей сигналов третьей гармоники W_{TH} и сигнала EBIV W_{EBIV} .

3. Экспериментальные результаты: корреляция структурных и сверхпроводящих параметров

Итак, на полученных образцах $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ с помощью перечисленных выше методик проведены исследования транспортных и нелинейных CBЧ свойств 10 пленок $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ с различным значением среднего размера кристаллита *a* и микродеформации $\delta\varepsilon$ в диапазонах от 0.2 до $0.8\,\mu$ m и от 10^{-3} до $4 \cdot 10^{-2}$ соответственно. В этих экспериментах изучалась зависимость величины полуширины максимума третьей гармоники и EBIV-сигнала от структурных параметров, поскольку, как будет показано далее, уширение тем-



Рис. 5. Зависимость полуширины пика сигнала третьей гармоники $W_{\text{TH}}(I)$ и полуширины кривой сигнала EBIV $W_{\text{EBIV}}(2)$ от среднего размера кристаллита a для YBa₂Cu₃O_{7-x}. 3, 4 — аппроксимация зависимости W(a) с помощью модели эффективной среды для нелинейного отклика и сигнала EBIV соответственно.

пературных зависимостей этих сигналов определяется таким фундаментальным свойством сверхпроводников, как критический ток образца.

На рис. 5 показаны зависимости полуширин пиков сигналов третьей гармоники и EBIV-сигнала от среднего размера кристаллита *а*. Из рисунка видно, что полуширины сигналов, полученные с помощью двух независимых методик, уменьшаются с увеличением среднего размера кристаллита.

Полуширины по методу ближнепольной СВЧ микроскопии определялись следующим образом. Записывались температурные зависимости сигналов на частоте третьей гармоники $P_{3\omega}(T)$ с площади пленки порядка размеров СВЧ зонда 50 × 1000 μ m². Далее измерялись полуширины пика нелинейного отклика и строились зависимости полуширины функции $P_{3\omega}(T)$ W_{TH} от среднего размера кристаллита $W_{\text{TH}}(a)$ (кривая *1* на рис. 5).

В случае EBIV-сигнала процедура обработки была несколько сложнее, поскольку температурная зависимость интегрального сопротивления сверхпроводящих полосков может отличаться от поведения сопротивления локальных фрагментов. Эта методика позволяет снимать T_c -карты [24,25,28], с помощью которых можно построить функции распределения фрагментов пленки по критической температуре $F(T_{ci})$. Размер фрагмента составляет примерно 4 μ m и определяется размером зонда и зоной теплового разогрева. Кроме того, этот метод позволяет определять температурную зависимость локального сопротивления $\rho_i(T)$ из кривой EBIV-сигнала фрагмента $f(T_{ci}, T)$.

При этом следует отметить, что при описании неоднородностей T_c с помощью функций $F(T_{ci})$ и $f(T_{ci}, T)$ можно сделать предположение о статистической независимости фрагментов и кристаллитов по критической температуре на основании неравенства: $\xi \ll a \ll r \ll L$, где ξ — длина когерентности (2–10Å); a — средний размер кристаллита (0.2-0.8 µm); r — средний размер фрагмента (4-5µm); L — размер СП полоска (100-600 µm). Также следует отметить, что теоретический анализ экспериментальных данных показал (см. раздел 4), что разброс кристаллитов по критической температуре может вносить дополнительный вклад в основной механизм уширения сигналов EBIV и третьей гармоники. Поэтому при получении параметра W_{EBIV} была проведена дополнительная процедура обработки экспериментальных данных, чтобы исключить ошибку, возникающую из-за различия между интегральными и локальными зависимостями $\rho(T)$. А именно производилась свертка функций $F(T_{ci})$ и $f(T_{ci}, T)$ по следующей схеме. Сначала находится локальное значение удельного сопротивления фрагментов $\rho_i(T_{ci}, T)$ из сигналов EBIV (4)

$$\rho_i(T_{ci}, T) = \int_0^T \frac{f(T_{ci}, T) \cdot W}{j \cdot \Delta T \cdot \Lambda^2} \cdot dT.$$
(3)

Затем для двумерного случая находится удельное сопротивление $\langle \rho \rangle(T)$ на масштабе порядка размеров СВЧ зонда в приближении эффективной среды [28–30]

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\langle \rho \rangle(T) - \rho_i(T_{ci}, T)}{\langle \rho \rangle(T) + \rho_i(T_{ci}, T)} \cdot F(T_{ci}) = 0.$$
(4)

И наконец, считается восстановленная функция $S_{\text{EBIV}}(T)$ на масштабе порядка СВЧ зонда

$$S_{\text{EBIV}}(T) = \frac{I_S}{W} \cdot \frac{\partial \langle \rho \rangle(T)}{\partial T} \Delta T, \qquad (5)$$

где I_S — сила тока в масштабе 50 μ m. В итоге имеем восстановленную температурную зависимость сигнала EBIV на масштабах CBЧ зонда (50 μ m) — $S_{EBIV}(T)$. При этом нормировка функций $S_{EBIV}(T)$ для каждого образца производилась на поверхностную плотность кристаллитов на масштабе 2500 μ m². Полуширины этих функций S_{EBIV} отложены на рис. 5 (кривая 2) как $W_{EBIV}(a)$; они сравниваются с данными, полученными методом ближнепольной нелинейной CBЧ микроскопии W_{TH} (рис. 5).

4. Обсуждение

4.1. Феноменологическая модель композитного сверхпроводника. Для интерпретации экспериментальных данных по измерению температурной зависимости пика нелинейного отклика W_{TH} и полуширины кривой сигнала EBIV W_{EBIV} (рис. 5) рассмотрим следующую феноменологическую модель двухфазного сверхпроводника. Пусть пленка сверхпроводника состоит из фазы цилиндрических сверхпроводящих гранул, помещенных во вторую среду, которую будем называть матрицей. При этом считаем, что первая фаза описывает сверхпроводящие свойства микрокристаллита, а вторая фаза моделирует наличие межкристаллитного пространства в сверхпроводящей пленке. В частности, такой подход позволяет моделировать также среду сверхпроводящих гранул, соединенных между собой джозефсоновскими связями [9,16]. Кроме того, для *с*-ориентированных пленок YBa₂Cu₃O_{7-*x*} можно считать, что ось цилиндрического микрокристаллита совпадает с кристаллографической осью *с*. В этом случае анизотропией текстуры можно пренебречь, поскольку ток в эпитаксиальной пленке течет как в случае нелинейного СВЧ отклика, так и в случае сигнала EBIV параллельно плоскости a-b.

Сверхпроводящие свойства этих сред будем описывать ВАХ E(j, T, H) [31,32], которая в нашем случае зависит только от температуры Т, поскольку в эксперименте постоянное магнитное поле Н было равно нулю. Как известно, различные модели резистивного состояния дают разные зависимости тока от электрического поля E(j, T) [33], но все они обладают общими чертами. В частности ВАХ сверхпроводников моделируется наличием критического тока в окрестности которого ВАХ сильно нелинейна, и существованием линейного участка при больших токах. Для описания этих особенностей ВАХ сверхпроводников воспользуемся феноменологическим подходом и возьмем в качестве модельной зависимости ВАХ безгистерезисного джозефсоновского контакта [34]. Запишем в этом случае связь напряженностей электрического поля Е1 и Е2 с плотностями токов в первой j₁ и второй среде j₂ соответственно

$$\mathbf{E}(j_1, T) = \rho_{n1} \operatorname{sign}(j_1) \sqrt{j_1^2 - j_{c1}^2(T)} \frac{\mathbf{j}_1}{j_1}, \qquad (6)$$

$$\mathbf{E}(j_2, T) = \rho_{n2} \operatorname{sign}(j_2) \sqrt{j_2^2 - j_{c2}^2(T)} \, \frac{\mathbf{j}_2}{j_2}, \qquad (7)$$

где $j_{c1}(T)$ и $j_{c2}(T)$, ρ_{n1} и ρ_{n2} — критические плотности токов и удельные сопротивления этих фаз соответственно. При этом считаем, что сверхпроводящие параметры этих фаз могут отличаться друг от друга как величиной критического тока j_c , так и величиной удельного сопротивления в нормальном состоянии ρ_n .

Заметим, что выбранная ВАХ джозефсоновского контакта позволяет описать основные особенности резистивного состояния сверхпроводников. А именно, при токах, меньших критического, сопротивление равно нулю, а при превышении критического тока, на ВАХ появляется напряжение, связанное с движением вихрей через контакт. При этом следует отметить, что в выражениях (6) и (7) не учтены флуктуационные эффекты, поскольку, как показывают простые оценки, температурная область флуктуаций параметра порядка $\Delta T_i^{3D} \approx G i^{3D} \cdot T_c \sim 0.01 - 0.1 \, \mathrm{K}$ [35] мала по сравнению с шириной сверхпроводящего перехода пленок $YBa_2Cu_3O_{7-x}$, где Gi^{3D} — параметр Гинзбурга для трехмерного случая, T_c — критическая температура перехода в СП состояние. В этом случае ВАХ определяется в основном динамическими, а не флуктуационными явлениями в резистивном состоянии сверхпроводника.

Найдем ВАХ эффективной среды $\langle E \rangle (\langle j \rangle)$, содержащей фазу цилиндрических включений с радиусом *а* и объемной концентрацией $p = V_1/V$ (где V_1 — общий объем всех гранул, а V — объем сверхпроводника). Для расчетов воспользуемся приближением эффективной среды (приближением самосогласованного поля) [29,30], которое справедливо при любых объемных концентрациях фазы включений *p*. При этом будем считать, что электрическое поле первой среды E_1 коллинеарно полю второй среды E_2 и эти поля однородны. Такие приближения могут быть сделаны, если под величинами E_1 и E_2 понимать их средние значения по соответствующим объемам двух фаз. Тогда запишем выражение, описывающее приближение эффективной среды,

$$p \frac{\langle \rho \rangle - \rho_1(j_1, T)}{\langle \rho \rangle + \rho_1(j_1, T)} + (1 - p) \frac{\langle \rho \rangle - \rho_2(j_2, T)}{\langle \rho \rangle + \rho_2(j_2, T)} = 0, \quad (8)$$

где $\langle \rho \rangle = \langle E \rangle / \langle j \rangle$ — удельное сопротивление эффективной среды, а $\rho_1 = E_1(j_1, T)/j_1$, $\rho_2 = E_2(j_2, T)/j_2$ — удельные сопротивления первой и второй сред соответственно. Затем считаем, что эффективная плотность тока в сверхпроводнике $\langle j \rangle$ равна [36]

$$\langle j \rangle = p \cdot j_1 + (1-p) \cdot j_2, \tag{9}$$

где j_1 и j_2 — величины плотности токов, текущих по кристаллитам и матрице. И наконец, учитываем выражение для эффективной напряженности электрического поля $\langle E \rangle$

$$\langle E \rangle = p \cdot E_1(j_1, T) + (1 - p) \cdot E_2(j_2, T)$$
 (10)

и решая численно систему уравнений (8)–(10), определяем $\langle E \rangle$ в сверхпроводнике и ВАХ композитной среды $\langle E \rangle (\langle j \rangle)$.

Рассмотрим, как будет изменяться вид ВАХ по мере увеличения концентрации включений p в сверхпроводящей матрице. На рис. 6 показаны ВАХ $\langle E \rangle (\langle j \rangle)$, которые получены путем численного решения системы нелинейных уравнений (8)–(10). В общем случае возможно два варианта.

i) "Плохие" включения в "хорошей" сверхпроводящей матрице, т. е. $j_{c1}(T) < j_{c2}(T)$ и $\rho_{n1} > \rho_{n2}$.

ü) "Хорошие" включения в "плохой" матрице, т.е. $j_{c1}(T) > j_{c2}(T)$ и $\rho_{n1} < \rho_{n2}$ (рис. 6); все дальнейшие рассуждения пойдут именно об этом случае.

Из рис. 6 видно, что в случае (*ii*) по мере увеличения объема *p* включений эффективный критический ток $\langle j_c \rangle$ увеличивается, а в противоположном случае (*i*) критический ток $\langle j_c \rangle$ должен уменьшаться. Также следует отметить, что при значениях объемной концентрации p = 0 и 1 ток течет только по первой или только по второй фазе и ВАХ $\langle E \rangle (\langle j \rangle)$ определяются выражениями (6) и (7). Далее на графиках представлены расчеты для случая (*ii*). Для того чтобы перейти к случаю (*i*), достаточно изменить неравенства $j_{c1}(T) > j_{c2}(T)$ и $\rho_{n1} < \rho_{n2}$ на противоположные и сделать замену значений концентрации включений с *p* на (1 – *p*) на графиках для случая (*ii*).



Рис. 6. ВАХ композитной среды $\langle E \rangle (\langle j \rangle)$ при различной объемной концентрации фазы включений *p*. $j_{c1} = 4$, $j_{c2} = 2$, $\rho_{n1} = 5$, $\rho_{n2} = 10$.

Рассмотрим вопрос о качественном поведении ширин пика нелинейности и сверхпроводящего перехода в зависимости от объемной концентрации включений, когда критические токи двух сред различны. В области температур, близких к Тс, температурная зависимость критических токов этих сред в большинстве случаев может быть описана степенной зависимостью: $j_{c1}(T) = j_{c1}^0(a-t)^{\alpha}$ и $j_{c2}(T) = j_{c2}^0(b-t)^{\beta}$, где α, β — константы; j_{c1}^0, j_{c2}^0 — плотности критического тока при $T = 0 \, {\rm K}$ в первой и второй фазах соответственно; *а* и b — некоторые константы, соответствующие различным критическим температурам двух фаз; $t = T/T_c$. В этом случае считаем, что j_{c1}^0 будет отлично от j_{c2}^0 , а критические температуры двух фаз совпадают (а = b = 1). При этом показатели степенной зависимости α и β могут отличаться в различных моделях критического тока. В частности, для тока распаривания Гинзбурга–Ландау [33] значения α и β равны 3/2, а температурные зависимости критического тока джозефсоновского контакта имеют значения показателя степеней 1 или 2 для случаев SIS- или SNS-контактов соответственно [34]. Например, в случае когда критический ток определяется пиннингом вихрей в сверхпроводнике, показатели степеней а, в изменяются в диапазоне от 1 до 2.5 для различных механизмов пиннинга [37]. Однако для качественного описания можно выбрать для определенности температурные зависимости критических токов в этих средах в линейном виде. Такие допущения могут быть оправданы в случае монотонной температурной зависимости $j_{c1}(T)$ и $j_{c2}(T)$, поскольку увеличение α или β не будет изменять качественной картины, а приводить лишь к масштабированию оси температур.

На основе полученных выше ВАХ $\langle E \rangle (\langle j \rangle)$ построим температурные зависимости эффективного удельного сопротивления $\langle \rho \rangle (T) = \langle E \rangle / \langle j \rangle$ (рис. 7, *a*) и амплитуды напряженности электрического поля на частоте третьей

гармоники $\langle E_{3\omega}\rangle(T)$ (рис. 7, b) двухфазного сверхпроводника для различных объемных концентраций включений p. В частности, ширину сверхпроводящего перехода определим величиной температурного интервала, заключенного между критической температурой сверхпроводника T_c и температурой, когда $\langle \rho \rangle(T)$ обращается в нуль. Для вычисления температурной зависимости амплитуды третьей гармоники $\langle E_{3\omega}\rangle(T)$ при протекании тока по сверхпроводнику $\langle j \rangle = \langle j_{\omega} \rangle \sin(\omega t)$ на частоте ω сначала находим зависимость напряженности электрического поля эффективной среды $\langle E \rangle(T, \tau)$ от времени τ из выражений (8)–(10). Далее определяем коэффициент ряда Фурье на частоте третьей гармоники

$$\langle E_{3\omega} \rangle(T) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \langle E \rangle(T, \tau) \cdot \sin(3\tau) d\tau.$$
 (11)

Из рис. 7 следует, что в случае когда матрица имеет более низкие сверхпроводящие характеристики, ширина



Рис. 7. Температурные зависимости удельного сопротивления композитной среды $\langle \rho \rangle(t)$ (*a*) и напряженности электрического поля на частоте третьей гармоники $\langle E_{3\omega} \rangle(t)$ (*b*) при различной объемной концентрации фазы включений *p*. $j_{c1}^0 = 10$, $j_{c2}^0 = 5$, $\rho_{n1} = 5$, $\rho_{n2} = 10$.

сверхпроводящего перехода $\langle \rho \rangle(T)$ и пика нелинейности $\langle E_{3\omega} \rangle(T)$ уменьшаются при увеличении объемной концентрации включений *p* и увеличиваются в противоположном случае.

Проанализируем экспериментальные данные на основе предложенной выше модели. Рассмотрим случай низких объемных концентраций фазы включений *p*, т.е. при малых размерах кристаллитов а. Из экспериментальной зависимости (рис. 5) видно, что при увеличении размера кристаллита а, а следовательно, и объема включений $p \sim a^2$ полуширины температурной зависимости мощности третьей гармоники W_{TH} и ширина EBIV-сигнала W_{EBIV}, т.е. ширина сверхпроводящего перехода $\rho(T)$, уменьшаются. Из рассчитанной выше модели, следует, что это возможно в том случае, когда среда состоит из монокристаллов, помещенных в сверхпроводящую матрицу с подавленным критическим током: $j_{c1}(T) > j_{c2}(T)$. В этом случае при возрастании объема монокристаллической фазы в сверхпроводнике ток начинает концентрироваться в кристаллитах, и это приводит к возрастанию эффективной плотности критического тока среды $\langle j_c \rangle$ (рис. 6). В то же время, как известно, транспортные и нелинейные СВЧ свойства сверхпроводника достаточно сильно зависят от плотности критического тока $\langle j_c \rangle$, поэтому его увеличение приводит к уменьшению ширины температурных зависимостей мощности третьей гармоники и сигнала EBIV при увеличении доли монокристаллической фазы в сверхпроводнике. При дальнейшем возрастании размера кристаллита а количество "плохой" фазы уменьшается, и в предельном случае сверхпроводящие характеристики композитного сверхпроводника определяются только "внутренними" сверхпроводящими свойствами кристаллитов.

Далее найдем зависимость ширины сигнала на частоте третьей гармоники $\langle E_{3\omega}\rangle(T)$ и ширины удельного сопротивления $\langle \rho \rangle(T)$ от среднего размера кристаллита *а* и оценим, исходя из экспериментальных данных, предельные параметры композитного сверхпроводника. Считаем, что зависимость концентрации включений от размера кристаллита задается следующим образом:

$$p(a) = \left(\frac{a}{a+d}\right)^2,\tag{12}$$

где d — некоторая константа. Выбор такой зависимости p(a) для двумерного случая связан с тем, что при малых размерах кристаллита a ($p \ll 1$) объемная концентрация пропорциональна объему кристаллита: $p \sim a^2$, а при большом размере кристаллитов величина a должна вести себя как: $p \to 1$. На рис. 5 показана аппроксимация W(a) экспериментальных зависимостей полуширины пика сигнала третьей гармоники W_{TH} и полуширины кривой EBIV-сигнала W_{EBIV} от среднего размера кристаллита a при $j_{c1}(T) > j_{c2}(T)$. Критические температуры двух сред были выбраны одинаковыми и равными $T_c = 92$ К. Параметры α и β были равны еди-

нице, потому что дополнительные исследования показали корреляцию между полуширинами температурных зависимостей сигнала третьей гармоники, EBIV-сигнала и величиной критического тока пиннинга j_p , имеющего температурную зависимость $j_p(T)$ в исследованных образцах, близкую к линейной.

Используя феноменологическую модель двухфазного сверхпроводника, можно оценить значения минимальной и максимальной полуширин температурных зависимостей сигнала третьей гармоники и сигнала EBIV, поскольку при стремлении размера кристаллита к нулю и к бесконечности сверхпроводящие свойства определяются только второй или только первой фазой соответственно. Тогда из теоретических кривых W(a) (рис. 5) для нелинейного отклика и сигнала EBIV при концентрациях p = 0 и 1 получаем: $\Delta T_{\text{TH}}^{\text{min}} = 0.31 \text{ K}; \Delta T_{\text{TH}}^{\text{max}} = 7.7 \text{ K}$ и $\Delta T_{\text{EBIV}}^{\text{min}} = 4.6 \text{ K}.$

Далее, оценим плотности токов в первой j_{c1}^0 и второй среде j_{c2}^0 при температуре T = 77 К, исходя из параметров модели. Поскольку плотность тока, создаваемая зондом, равна $\langle j_{\omega} \rangle = 5 \cdot 10^4$ A/cm², а плотность тока, текущего по мостику, $j = 10^5$ A/cm², получаем значения критических токов в первой и второй фазах: а) для третьей гармоники $j_{c1}^0(77 \text{ K}) =$ $= 2.5 \cdot 10^6$ A/cm²; $j_{c2}^0(77 \text{ K}) = 10^5$ A/cm²; б) для сигнала EBIV $j_{c1}^0(77 \text{ K}) = 4 \cdot 10^6$ A/cm²; $j_{c2}^0(77 \text{ K}) =$ $= 3 \cdot 10^5$ A/cm².

Для экспериментальной проверки предложенной выше модели дополнительно был измерен критический ток, обусловленный пиннингом вихрей в образце *j*_p (см. раздел 2) при различных размерах кристаллитов а. Эти эксперименты показали хорошее качественное и количественное согласие с моделью двухфазного сверхпроводника. А именно, при увеличении а наблюдалось уменьшение ширины температурных зависимостей сигналов W_{TH} и W_{EBIV} за счет возрастания величины плотности критического тока пиннинга *j*_p. В этом случае, как следует из модели, при больших размерах кристаллитов *j*_p определяется в основном пиннингом вихрей внутри гранул, а при их уменьшении — пиннингом магнитного потока на межкристаллитных джозефсоновских связях. При этом значения критических токов пиннинга при больших $(j_{p1}(77 \text{ K}) = 10^{6} \text{ A/cm}^2)$ и малых значениях ($j_{p2}(77 \text{ K}) = 10^5 \text{ А/cm}^2$) размеров гранул хорошо согласуется с величинами критических токов двух сред $j_{c1}(77 \text{ K}) = 3 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$, $j_{c2}(77 \text{ K}) = 10^5 \text{ A/cm}^2$, полученных из модели двухфазного сверхпроводника. Оценки также показывают, что величина критического тока первой среды $j_{c1}^0(77\,\mathrm{K}) \sim 10^6\,\mathrm{A/cm}^2$ на порядок величины меньше тока распаривания Гинзбурга– Ландау $j_{\rm GL}^0(77\,{\rm K})\sim 10^7\,{\rm A/cm}^2$ [33], а критический ток во второй среде $j_{c2}^0 \sim 10^5 \,\text{A/cm}^2$ может соответствовать величине критичекого тока джозефсоновской среды $j_i(77 \,\mathrm{K}) \sim 10^5 \,\mathrm{A/cm^2}$ [10]. Таким образом, исходя из феноменологической модели сверхпроводника, можно сделать вывод о том, что при больших размерах кристаллитов нелинейные и транспортные свойства пленок



Рис. 8. Зависимость полуширины сигналов EBIV (1) и мощности третьей гармоники (2) от величины флуктуации микронапряжений $\delta \varepsilon$.

 $YBa_2Cu_2O_{7-x}$ определяются внутрикристаллитным пиннингом вихрей, а при уменьшении их размера появляется дополнительный вклад в отклике, обусловленный пиннингом магнитного потока на джозефсоновской сетке межкристаллитных границ.

В изложенных выше соображениях уширение температурной зависимости мощности третьей гармоники и сигнала EBIV связывалось с перераспределением тока между двумя фазами. Однако существует еще один механизм уширения, параллельно влияющий на ход сопротивления и генерацию третьей гармоники, — разброс кристаллитов по критической температуре перехода в СП состоянии. В этом случае существование многих фаз с различными температурами перехода приводит к уширению и появлению дополнительных ступеней на зависимости $\langle \rho \rangle(T)$, и, соответственно, дополнительных пиков на кривой сигнала EBIV или на температурной зависимости нелинейного отклика. Однако в наших экспериментах на температурных зависимостях нелинейного отклика и кривых сигнала EBIV наблюдался только один максимум. Кроме того, рентгеноструктурные исследования показали, что соединение YBCO, содержащееся в кристаллитах, имеет структуру 1-2-3 и сверхпроводящих фаз ҮВСО с другим катионным составом (например, фаза YBCO — 1-2-4 или 2-4-7) или существенно различным содержанием кислорода [38] не было обнаружено. В этом случае разброс критической температуры в кристаллитах и матрице может быть обусловлен существованием флуктуаций микронапряжения $\delta \varepsilon$ (рис. 8) (разброс значений параметра c) и может приводить к некоторому уширению температурных зависимостей сигналов. Этот механизм должен влиять на подавление или увеличение критического тока в кристаллитах и задавать дисперсию температурной зависимости: $j_c = j_c^0 (1 - t_i)^{\alpha, \beta}$. Однако исследования сигнала EBIV показали, что дисперсия критических температур в образцах составила 0.2 К при больших размерах гранул и 0.5 К для малых размеров кристаллитов. Эти значения оказались меньше величин уширения сигналов, обнаруженных в эксперименте. Поэтому мы считаем, что основным механизмом уширения температурных зависимостей мощности третьей гармоники и сигнала EBIV является перераспределение тока в двухфазной системе.

В заключение этого раздела в качестве следствия из экспериментальных зависимостей отметим, что увеличение размера кристаллита в 3 раза приводит к уменьшению полуширины температурной зависимости кривых W_{EBIV} и W_{TH} и увеличению критического тока сверхпроводника *j*_c в 10 раз. Как известно, в приближении слабого сигнала, т.е. в области низких температур (~77 К), ток, текущий по сверхпроводнику, пропорционален кубу напряженности электрического поля $j = \alpha(T) \cdot E^3$, а коэффициент нелинейности $\alpha(T)$ обратно пропорционален второй степени критического тока сверхпроводника $\alpha(T) \sim \frac{1}{i_c(T)^2}$ [19]. В этом случае увеличение размера гранулы в 3 раза приводит к уменьшению коэффициента нелинейности в 100 раз. Это приводит к снижению нелинейных эффектов в пленках YBa₂Cu₃O_{7-x} и увеличивает диапазон применения ВТСП структур.

5. Выводы

В настоящей работе исследовано влияние микроструктуры на нелинейные СВЧ свойства и электрофизические параметры эпитаксиальных пленок YBa₂Cu₃O_{7-x}. Экспериментально обнаружена корреляция полуширины температурной зависимости мощности третьей гармоники и кривых напряжения, индуцируемого электронным зондом, со средним размером кристаллита. Экспериментальные зависимости описаны в рамках модели композитной среды, учитывающей нелинейную ВАХ сверхпроводника. На основе предложенной модели при температурах, близких к Т_с, разделены вклады в нелинейном СВЧ отклике, обусловленные внутрикристаллитным и межкристаллитным пиннингом вихрей. Показана возможность уменьшения нелинейных эффектов в пленках YBa₂Cu₃O_{7-x} за счет увеличения среднего размера кристаллита.

Авторы работы благодарны А.А. Андронову, О.Г. Вендику, С.В. Гапонову и А.А. Уткину за полезные обсуждения данной проблемы, а также М.А. Яговкиной и Ю.Н. Дроздову за рентгеноструктурный анализ пленок $YBa_2Cu_3O_{7-x}$.

Список литературы

- [1] C. Collado, J. Mateu, O. Menendez, J.M. Callaghan. IEEE Trans. on Appl. Supercond. **15**, 992 (2005).
- [2] Y. Tsutumi, H. Kanaya, K. Yoshida. IEEE Trans. on Appl. Supercond. 43, 1020 (2005).
- [3] T. Dahm, D.J. Scalapino. J. Appl. Phys. 81, 2002 (1997);
 T. Dahm, D.J. Scalapino. Phys. Rev. B 60, 13125 (1999).

- [4] Л.П. Горьков, Г.М. Элиашберг. ЖЭТФ 54, 612 (1968).
- [5] D. Agassi, D.E. Oates. Phys. Rev. B 72, 014 538 (2005);
 B.B. Курин, А.А. Уткин. ЖЭТФ 127, 652 (2005).
- [6] H. Suzuki, T. Yamamoto. Adv. Supercond. Proc. of the 5th ISS'92 (Kobe) 5, 907 (1993).
- [7] J.P. Gong, M. Kawasaki, K. Fujito, R. Tsuchiya, M. Yoshimoto, H. Koinuma. Phys. Rev. B 50, 3280 (1994).
- [8] G. Hampel, B. Batlogg, K. Krishan, N.P. Ong, W. Prusseit, H. Kinder, A.C. Anderson. Appl. Phys. Lett. 71, 3904 (1997).
- [9] P.P. Nguyen, D.E. Oates, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus. Phys. Rev. B 48, 6400 (1993); H. Xin, D.E. Oates, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus. Phys. Rev. B 65, 214 533 (2002).
- [10] J. Halbritter. J. of Supercond. 8, 691 (1995).
- [11] D.V. Kulikov, R.A. Suris, Yu.V. Trushin. Supercond. Sci. Technol. 8, 303 (1995).
- [12] P.X. Zhang, L. Zhou, P. Ji, K.G. Wang, X.Z. Wu, W.M. Bian, R. Puzniak, A. Wisniewski, M. Baran, H. Szymczak. Physica C 282–287, 1607 (1997).
- [13] R. Rangel, D.H. Galván, G.A. Hirata, E. Adem, F. Morales, M.B. Maple. Supercond. Sci. Technol. 12, 264 (1999).
- [14] М.М. Гайдуков, Е.Ф. Гацура. СФХТ 3, 2194 (1990).
- [15] J.J. Wingfield, J.R. Powell, A. Porch, C.E. Gough. Physica C 282–287, 1597 (1997).
- [16] T.L. Hylton, A. Kapitulnik, M.R. Beasley. Appl. Rev. Lett. 53, 1343 (1988).
- [17] A.J. Moreno, S.O. Valenzuela, V. Bekeris. Physica C 377, 466 (2002).
- [18] A.A. Melkov, Young-Jei Oh, S.F. Karmanenko, D.A. Nikolaev, S.V. Baryshev. IEEE International students seminar on MW applications of Novel Physical Phenomena. St. Petersburg Electrotechnical University, St. Petersburg (2002). P. 13.
- [19] А.А. Андронов, Е.Е. Пестов, Ю.Н. Ноздрин, В.В. Курин, А.Ю. Аладышкин, А.М. Куколов, Р. Монако, М. Боффа. Изв. вузов. Радиофизика 46, 123 (2003).
- [20] A.V. Bobyl, M.E. Gaevskii, S.F. Karmanenko, R.N. Kutt, R.A. Suris. J. Appl. Phys. 82, 1274 (1997).
- [21] E.E. Pestov, V.V. Kurin, Yu.N. Nozdrin. IEEE Trans. on Appl. Supercond. 11, 131 (2001).
- [22] R.P. Huebener. In: Advances in Electronics and Electron Physics / Eds. P.W. Hawkes. Academic, N. Y. (1988). Vol. 70. P. 1.
- [23] J.R. Clem, R.P. Huebener. J. Appl. Phys. 51, 2764 (1980).
- [24] M.E. Gaevski, A.V. Bobyl, S.G. Konnikov, D.V. Shantsev, V.A. Solov'ev, R.A. Suris. Scanning Microsc. 10, 679 (1996).
- [25] V.A. Solov'ev, M.E. Gaevski, D.V. Shantsev, S.G. Konnikov. Izv. Akad. Nauk. Arm., Fis. 60, 32 (1995).
- [26] Г.И. Левиев, А.В. Рыляков, М.Р. Трунин. Письма в ЖЭТФ 50, 78 (1989).
- [27] I. Ciccarello, C. Fazio, M. Guccione, M.Li Vigni, M.R. Trunin. Phys. Rev. B 49, 6280 (1994).
- [28] D.V. Shantsev, M.E. Gaevski, R.A. Suris, A.V. Bobyl, V.E. Gasumyants, O.L. Shalaev. Phys. Rev. B 60, 17 (1999).
- [29] D.A.J. Bruggeman. Ann. Phys. (Leipzic) 24, 636 (1935).
- [30] X.C. Zeng, D.J. Bergman, P.M. Hui, D. Stroud. Phys. Rev. B 38, 10970 (1988).
- [31] А. Кемпбелл, Дж. Иветс. Критические токи в сверхпроводниках. Мир, М. (1975). 332 с.

- [32] A. Gurevich, E.M. Brandt. Phys. Rev. B 55, 12706 (1997).
- [33] В.В. Шмидт. Введение в физику сверхпроводников. МЦНМО, М. (2000). 393 с.
- [34] К.К. Лихарев. Введеие в динамику джозефсоновских переходов. Наука, М. (1985). 320 с.
- [35] C.L. Lobb. Phys. Rev. B 36, 3930 (1987).
- [36] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1988). 620 с.
- [37] G. Blatter, M.V. Feigelman, V.B. Geshcenbein, A.I. Larkin, V.M. Vinokur. Rev. Mod. Phys. 66, 1125 (1994).
- [38] Н.М. Плакида. Высокотемпературные сверхпроводники. Международная программа образования, М. (1996). 288 с.

3