

01;04

Намагниченность и характер вращения солнечной конвективной зоны

© Ю.В. Вандакуров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.Петербург

Поступило в Редакцию 17 апреля 1999 г.

Рассматриваются адиабатические намагниченные дифференциально вращающиеся структуры звездной конвективной зоны, найденные путем минимизации производства энтропии. Мы изучаем вопрос об изменении закона вращения при замене одного типа магнитного поля другим (например, тороидального поля полоидальным). Оказывается, что в случае наблюдаемого на Солнце широтного распределения вращения удовлетворяется условие сравнительно малого изменения широтного градиента угловой скорости вращения при упомянутой замене полей. Это условие облегчает реализацию циклических вариаций поля. В случае перехода к конфигурации с более быстрым вращением экваториальных слоев осуществление подобных вариаций становится более затруднительным, что может быть причиной известного Маундеровского минимума солнечной активности.

В звездной адиабатической конвективной зоне реализуется уникальная ситуация, выражающаяся в том, что производство энтропии напрямую связано с распределениями вращения и магнитного поля [1,2]. Здесь мы учитываем, что осуществление конвективного теплопереноса всегда сопровождается генерацией турбулентной вязкости среды, которая является сильным источником производства энтропии. Поскольку для близких к равновесным состояниям справедлива теорема о минимальном свойстве производства энтропии [3], мы можем использовать это свойство для нахождения равновесных или приблизительно равновесных намагниченных вращающихся конфигураций. В последующем мы предполагаем, что упомянутое минимальное свойство реализуется в адиабатической части солнечной конвективной зоны.

В работах [1,2] было показано, что обсуждаемая минимизационная процедура позволяет получить распределение вращения типа наблюдаемого на Солнце даже в том случае, когда магнитное поле отсутствует, однако такое решение оказывается неустойчивым [4]. В

присутствии тороидального магнитного поля эта неустойчивость может быть устранена [4]. Все же интерес представляет более общее поле, в частности такое, которое претерпевает медленные временные вариации. В связи со сложностью задачи мы ограничимся здесь лишь сравнением равновесных моделей, содержащих либо только тороидальное, либо только полоидальное поле. Предполагается, что распределения поля и скорости вращения найдены в соответствии с условием минимального производства энтропии. Конечно, формирующееся в таких условиях полоидальное поле оказывается чрезмерно сильным, так что оно будет приводить к быстрой генерации тороидального поля. Все же для качественного суждения об основных особенностях взаимодействия между полем и вращением конвективной зоны или для решения вопроса о возможности слабой взаимозависимости между распределениями поля и вращения данное приближение вполне пригодно.

В случае адиабатической структуры зоны давление является функцией от одной плотности и из уравнения движения вытекает, что

$$(\partial/\partial t) \operatorname{rot} \mathbf{v} + \mathbf{R} = \operatorname{rot} \mathbf{F}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{R} = \operatorname{rot} \left[(\operatorname{rot} \mathbf{v}) \times \mathbf{v} - (\operatorname{rot} \mathbf{B}) \times \mathbf{B} / (4\pi\rho) \right], \quad (2)$$

\mathbf{v} — гидродинамическая скорость, \mathbf{B} — магнитное поле, \mathbf{F} — вязкая сила и ρ — плотность среды (последняя рассматривается как известная функция от радиуса r). К этому уравнению следует добавить уравнение индукции. Если речь идет о приблизительно стационарном состоянии, вектор \mathbf{R} будет определяться турбулентной вязкой силой, являющейся источником производства энтропии. Для нахождения состояния, соответствующего минимальному производству энтропии, мы должны искать такое распределение поля и скорости, которому соответствует наименьшее среднее по рассматриваемой зоне значение $|\mathbf{R}|$. При решении этой задачи мы пользуемся представлением векторов \mathbf{v} и \mathbf{B} в виде разложения по векторным сферическим гармоникам с коэффициентами $v_{j0}^{(\lambda)}$ и $B_{j0}^{(\lambda)}$, где $\lambda = 0$ или ± 1 .

В немагнитном случае выражение для \mathbf{R} приведено в работе [2], аналогичный вид имеют дополнительные слагаемые, обусловленные присутствием магнитного поля. Ограничимся рассмотрением задачи в приближении тонкой конвективной зоны. Фактически это означает, что вся зона разбивается на отдельные тонкие слои, в каждом из

которых плотность ρ и коэффициенты $v_{j_0}^{(\lambda)}$, $B_{j_0}^{(\lambda)}$ принимаются пропорциональными соответственно $r^{-\beta}$, r^α и $r^{(\alpha-\beta/2)}$, где α и β — постоянные. В результате вектор \mathbf{R} будет выражаться через систему алгебраических уравнений. Конечно, для получения общего решения необходимо еще рассмотреть вопрос о сшивании отдельных решений, однако основные качественные характеристики модели можно изучать на примере решения для каждого слоя.

Поправки, обусловленные тороидальным полем, уже обсуждались в работе [4]. В присутствии полоидального поля аналогичный дополнительный член в выражении для \mathbf{R} будет определяться формулой (10) работы [4], если заменить в этой формуле величины $v_{j_1 0}^{(-1)}$, $v_{j_2 0}^{(-1)}$, $\alpha - \beta + 2$ и $\alpha + 1$ соответственно на $-B_{j_1 0}^{(-1)} B_{j_2 0}^{(-1)} / (4\pi\rho)$, $\alpha - \beta/2 + 2$ и $\alpha - \beta/2 + 1$, причем член 2α остается без изменения. В обсуждаемом приближении $B_{j_0}^{(+1)} = B_{j_0}^{(-1)} (\alpha - \beta/2 + 2) / [J(J+1)]^{1/2}$. Как и в работе [4], мы рассматриваем антисимметричное относительно экваториальной плоскости магнитное поле, когда составляющие $B_{j_0}^{(\pm 1)}$ имеют нечетные индексы J . Полоидальные скорости обычно оказываются малыми величинами (в случае моделей с тороидальным полем они вообще равны нулю [4]). В дальнейшем мы их не учитываем. При переходе к безразмерным переменным справедливы соотношения (3) работы [4], к ним следует еще добавить соотношение $\beta_j^{(-1)} = B_{j_0}^{(-1)} / [iv_{10}^{(0)} (4\pi\rho)^{1/2}]$, в котором $J = 2k - 1$, $k = 1, 2, \dots, N$, и N — число мод.

Основной целью наших расчетов являлось выяснение тех особенностей, которые выделяют наблюдаемое на Солнце распределение скорости вращения конвективной зоны среди многих других возможных распределений. Мы провели сравнение различных минимизированных моделей, полученных при условии, что введенный в работе [2] параметр ε , характеризующий величину $|\mathbf{R}|$, меньше или порядка 10^{-9} . В этом случае средний уровень производства энтропии близок к нулю.

Так как взаимодействие вращения с полоидальным магнитным полем приводит к генерации большой электромагнитной силы, наиболее реальными представляются модели, в которых основную роль играет тороидальное поле. Если полоидальное поле отсутствует, вращение типа солнечного имеет место, например, в минимизированной модели с $N = 4$, $\alpha \approx 1.3$ и $\beta \leq 50$ (см. работу [4]). В дальнейшем мы ограничимся изучением только четырехмодовых моделей ($N = 4$), рассматривая поля различного типа и варьируя величины β и α . Параметры ряда

Таблица 1. Относительная угловая скорость вращения на широтах от 30 до 90° для моделей с тороидальным (t) или полоидальным (p) полем

Номер модели	В	β	α	A_{\max}	Ω/Ω_e				
					30	50	70	80	90
1	t	10	1.237693	0.076	0.9658	0.8961	0.7589	0.6975	0.6735
2	p	10	1.237459	0.257	0.9645	0.9033	0.7775	0.7191	0.6961
3	t	5	1.266446	0.080	0.9653	0.8939	0.7570	0.6964	0.6728
4	p	5	1.264968	0.109	0.9670	0.8796	0.7544	0.7080	0.6908
5	t	10	1.266259	0.062	0.9624	0.8847	0.7437	0.6827	0.6590
6	p	10	1.266876	0.108	0.9621	0.8905	0.7554	0.6954	0.6719
7	p	12	1.261423	0.137	0.9617	0.8925	0.7662	0.7106	0.6888
8	t	5	1.289898	0.078	0.9619	0.8850	0.7382	0.6731	0.6477
9	t	5	1.299598	0.074	0.9575	0.8733	0.7374	0.6814	0.6600
10	p	5	1.291732	0.109	0.9632	0.8684	0.7343	0.6848	0.6665
11	t	10	1.295910	0.059	0.9575	0.8722	0.7280	0.6674	0.6440
12	p	10	1.296663	0.132	0.9578	0.8782	0.7308	0.6658	0.6404
13	p	12	1.297970	0.070	0.9574	0.8786	0.7423	0.6837	0.6609
14	t	20	1.290984	0.043	0.9576	0.8720	0.7259	0.6642	0.6403
15	p	20	1.295698	0.112	0.9546	0.8405	0.8510	0.8970	0.9190
16	t	50	1.291355	0.023	0.9580	0.8713	0.7335	0.6775	0.6560
17	t	10	1.354617	0.080	0.9395	0.8437	0.7288	0.6871	0.6717
18	p	10	1.355307	0.090	0.9532	0.8615	0.7064	0.6409	0.6156

рассчитанных моделей приведены в табл. 1, модели с тороидальным (полоидальным) полем отмечены буквой $t(p)$ во 2-м столбце. Через A_{\max} обозначено наибольшее значение альвеновской скорости, отнесенной к экваториальной скорости вращения. Из сравнения моделей 8 и 9 видно, что решение не является однозначным. Все же параметры подобных разных решений в наших расчетах были близкими друг к другу.

В случае $\alpha \approx 1.3$ распределения угловой скорости вращения Ω для t -моделей (моделей с тороидальным полем) довольно близки к наблюдаемым на Солнце, эти распределения показаны на рисунке толстой сплошной кривой (при $\beta = 10$, т. е. $r/R_{\odot} \approx 0.85$) и толстыми штрихами ($\beta = 50$, $r/R_{\odot} \approx 0.96$). Здесь R_{\odot} — радиус Солнца, и мы пользуемся данными модели Солнца из работы [5]. На том же рисунке крестиками

Таблица 2. Среднеквадратичные разности σ между относительными угловыми скоростями в парах $t-p$ табл. 1

Пара	1–2	3–4	5–6	9–10	11–12	14–15	17–18
σ	$1.23 \cdot 10^{-2}$	$9.4 \cdot 10^{-3}$	$7.6 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$3.3 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-1}$	$2.5 \cdot 10^{-2}$

отмечены экспериментальные данные, полученные путем доплеровских измерений [6]. Кроме того, гелиосейсмологические результаты Бёч и Косовичева [7,8], относящиеся к глубинам с относительным радиусом больше 0.96, показаны вертикальными черточками, длина последних характеризует величину разброса данных. Видно, что совпадение экспериментальных и теоретических кривых является удовлетворительным. Подобное совпадение кривых возможно также в случае p -моделей (моделей с полоидальным магнитным полем), хотя эти модели, как уже говорилось, являются, скорее, чисто теоретическими. Заметим еще, что при $\alpha \approx 1.3$ угловая скорость вращения пропорциональна приблизительно $r^{0.3}$, что довольно близко к значениям $r^{0.1}$ или $r^{0.2}$, вытекающим из гелиосейсмологических данных Скоу и др. [9] для основной части конвективной зоны на широтах 0 или 30°. Некоторые расхождения возникают в случае высоких широт, причина которых еще нуждается в выяснении.

Интерес представляет следующая постановка задачи. Допустим, что происходит медленное изменение первоначального тороидального поля и появляется полоидальная составляющая последнего. Если распределение вращения поддерживается в соответствии с условием минимального производства энтропии, то вращение также будет перераспределяться в ходе рассматриваемого процесса. О направлении смещения параметров модели можно судить, сравнивая характеристики пар $t-p$, где пару образуют две модели с различными типами полей, но с одинаковыми или приблизительно одинаковыми значениями β и α . В табл. 2 мы приводим среднеквадратичную величину разности σ между угловыми скоростями в парах $t-p$, рассматривая эти разности на широтах 0, 5, 10, ..., 90°. Интересно, что как раз в случае вращения типа наблюдаемого на Солнце разность σ достигает минимальной величины, если речь идет о нижней половине конвективной зоны, для которой $5 \leq \beta \leq 10$ (см. модели 9–12 табл. 1). Этот интервал приблизительно соответствует

$0.73 \leq r/R_{\odot} \leq 0.85$. При $\beta = 10$ и $\alpha \approx 1.3$ распределения угловых скоростей в паре $t-p$ показаны на рисунке толстой сплошной кривой и редкими точками. Эти кривые близки друг к другу.

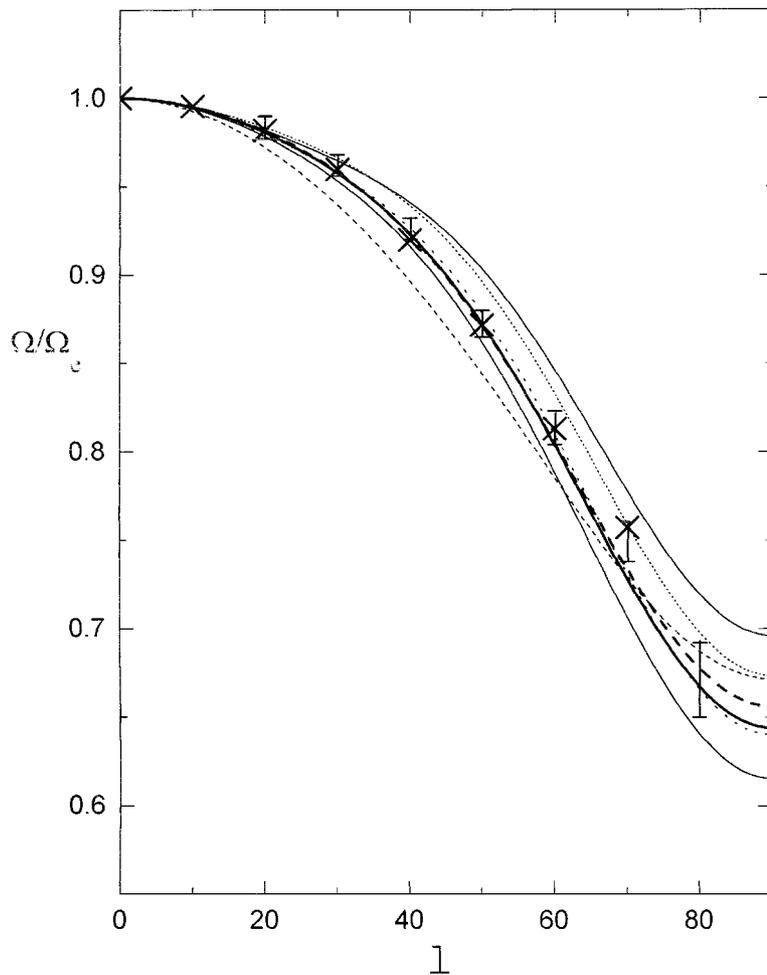
Если β несколько больше 10 и $\alpha \approx 1.3$, то появляются существенные различия в характере вращения в паре $t-p$. В этом случае любые процессы самопроизвольной генерации магнитного поля будут, вероятно, затруднены, поскольку они должны будут сопровождаться либо значительными вариациями в распределении вращения среды, либо изменениями среднего уровня производства энтропии. Аналогичная ситуация возникает также в случае, когда мы переходим к моделям с другими значениями радиального градиента угловой скорости вращения. О различном характере закона вращения минимизированных моделей в парах $t-p$ свидетельствуют на рисунке как две верхние кривые в случае малого радиального градиента (частые точки и сплошная кривая, соответствующие моделям 1 и 2 табл. 1), так и две нижние кривые при больших градиентах (короткие штрихи и сплошная кривая, относящиеся к моделям 17 и 18 табл. 1).

Известно, что в XVII в. уровень солнечной активности был очень низким (маундеровский минимум), а экваториальная скорость была на 3–4% выше современной при приблизительно одинаковой скорости вращения на средних широтах [10]. В случае t -модели 17 табл. 1 (короткие штрихи на рисунке) мы бы получили при тех же условиях увеличение экваториальной скорости на 2–3%. На основании сказанного выше можно заключить, что процессы генерации поля были, по всей вероятности, затруднены в случае упомянутого в работе [10] распределения вращения конвективной зоны.

Полученные результаты свидетельствуют в пользу того, что

- а) в солнечной конвективной зоне реализуется состояние, соответствующее минимальному уровню производства энтропии;
- б) в этой зоне присутствует магнитное поле, необходимое для реализации упомянутого состояния;
- в) современное распределение вращения конвективной зоны поддерживается в состоянии, при котором в основной части зоны (т.е. в нижней ее половине) удовлетворяется условие слабой взаимозависимости между распределением вращения и характером поля.

Если последнее условие выполняется, то облегчается осуществление процессов генерации магнитного поля. По-видимому, энергетически выгоднее затрачивать поступающую из недр энергию на генерацию



Зависимость от широты λ (в градусах) угловой скорости вращения Ω , нормированной на угловую скорость на экваторе Ω_e , в случае моделей 1 (частые точки), 2 (верхняя сплошная кривая), 11 (толстая сплошная кривая), 12 (редкие точки), 16 (штрихи), 17 (короткие штрихи) и 18 (нижняя сплошная кривая) табл. 1. Крестиками и вертикальными черточками отмечены экспериментальные результаты работы [6] и работ [7,8] соответственно.

поля, нежели транспортировать эту энергию на расстояние порядка ста тысяч километров путем возбуждения конвективных движений среды. В наших моделях характерное поле порядка 10 kG [4], тогда приблизительно 0.1% всей вырабатываемой Солнцем энергии может уходить на генерацию магнитного поля. Конечно, в этих процессах генерации поля существенную роль должны играть несимметричные моды, которые как раз и являются ответственными за поддержание обсуждаемого состояния с минимальным производством энтропии. Если это так, то в случае Солнца мы имеем еще один пример формирования регулярных структур хаоса (см. обсуждение проблемы в работ [11]).

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Санкт-Петербургского учебно-научного центра Минобразования РФ и РАН "Электродинамика токов большой плотности и сильных магнитных полей".

Список литературы

- [1] Вандакуров Ю.В. // Конф. о новом цикле активности Солнца. С.-Петербург, Пулковское, 1998. С. 23–27.
- [2] Вандакуров Ю.В. // ЖТФ. 1999 (в печати).
- [3] Пригожин И. От существующего к возникающему: время и сложность в физических науках. М.: Наука, 1985. 327 с. (*Prigogine I. From being to becoming: time and complexity in the physical sciences. San Francisco: W.H. Freeman and Company, 1980.*)
- [4] Вандакуров Ю.В. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 10. С. 82.
- [5] Guenther D.B., Demargue P., Kim Y.-C., Pinsonneault M.H. // *Astrophys. J.* 1992. V. 387. P. 372–393.
- [6] Howard R. // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1984. V. 22. P. 131–155.
- [7] Birch A.C., Kosovichev A.G. // *Astrophys. J. Letters* 1998. V. 503. P. L187–L190.
- [8] Birch A.C., Kosovichev A.G. // *Proc. SOHO 6/GONG 98 Workshop.* 1998. Boston. V. 2. P. 679–684.
- [9] Schou J. et al. // *Astrophys. J.* V. 505. P. 390–417.
- [10] Eddy J.A., Gilman P.A., Trotter D.E. // *Science* 1977. V. 198. P. 824–829.
- [11] Климонтович Ю.Л. Турбулентное движение и структура хаоса. М.: Наука, 1990. 317 с.