01;07

Топологическое двулучепреломление и объединенный эффект Рытова–Магнуса

© *А.В. Воляр, В.З. Жилайтис, Т.А. Фадеева, В.Г. Шведов*

Симферопольский государственный университет

Поступило в Редакцию 3 июля 1998 г.

Показано, что симметрийные свойства локально-изотропной неоднородной среды оптического волокна вызывают циркулярное и линейное топологическое двулучепреломление. Величина циркулярного двулучепреломления δn_C в градиентных волокнах $\sim (\lambda/\rho)^2$ (где λ — длина волны, ρ — радиус сердцевины), а величина линейного двулучепреломления $\delta n_L \sim (\lambda/\rho)^3$. Это топологическое двулучепреломление характеризуется не только базисом поляризации (как это имеет место, например, в кристаллах), но и величиной и знаком топологического заряда направляемого вихря. Действие топологического двулучепреломления лежит в основе неустойчивости *IV* вихря волокна и экспериментально проявляется как объединенной эффект Рытова–Магнуса.

Двулучепреломляющие свойства локально-изотропной слоистой среды — двулучепреломление формы [1] вызвано различием граничных условий для нормальных и тангенциальных составляющих TE и TM мод. В направляющей среде ступенчатых многомодовых оптичесих волокон двулучепреломление формы выражается в различии поляризационных поправок $\delta\beta$ к постоянным распространения $\tilde{\beta}$ азимутально-симметричных линейно поляризованных TE и TM мод [2]. Однако для оптических волокон с плавным (градиентным) профилем показателя преломления $n(r)$, в частности для параболических волокон, поляризационные поправки $\delta\tilde{\beta}_{\mathrm{TE}}$ и $\delta\tilde{\beta}_{\mathrm{TM}}$ в первом приближении теории возмущений равны друг другу [2]. Создается впечатление, что двулучепреломление формы в градиентых волокнах отсутствует. Тем не менее в работе [3] авторы на основе ВКБ методов проанализировали распространение лучей в локально-изотропной плавно-неоднородной среде и показали, что величина линейного двулучепреломления (д. л. п.) имеет порядок величины $\delta n_L \sim \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2$ (a — характерный размер неоднородности), в то время как величина циркулярного д. л. п. $\delta n_C \sim \frac{\lambda}{a}$. В дальнейшем будем понимать, что в процессе распространения линейное д. л. п. вызывает преобразование правоциркулярной поляризации со спиральностью $\sigma_z = +1$ в левоциркулярную поляризацию со спиральностью $\sigma_z = -1$. Циркулярная д. л. п. не изменяет состояние циркулярной поляризации ($\sigma_z = \text{const}$), но скорости распространения волн с $\sigma_z = +1$ и $\sigma_z = -1$ различны. Такое рассогласование результатов заставляет предположить, что: 1) либо приближение, используемое в [2], недостаточно для описания линейного д. л. п. (двулучепреломление формы); 2) либо процессы в оптических волокнах не описываются с помощью ВКБ методов. Целью данной работы явилось изучение процессов линейного и циркулярного д. л. п. в маломодовых волокнах.

Рассмотрим сначала распространение направляемых CV вихрей, TE и TM мод в оптических волокнах с градиентным профилем показателя преломления $n^2(R) = n_{co}^2(1 - 2\Delta f(R))$ (Δ — высота профиля, $f(R)$ — функция профиля, $R = r/\rho$, ρ — радиус сердцевины, n_{co} — показатель преломления сердцевины). В работе [4] было показано, что поляризационная поправка $\delta\beta$ к постоянной распространения $\tilde{\beta}$ представляет среднее значение оператора спин-орбитального взаимодействия $\hat{\mathbf{V}}$. Для параболических волокон ($f(R) = R^2$) поляризационные поправки к $\tilde{\beta}$ для TE и TM мод одинаковы ($\delta\tilde{\beta}_{\text{TE}} = \delta\tilde{\beta}_{\text{TM}}$). Однако этот результат был получен в предположении, что в слабонаправляющем волокне ($\Delta \to 0$) спин-орбитальное взаимодействие вызывает изменение величины постоянной распространения $\beta = \tilde{\beta} + \delta\beta$, но величина самих полей собственных мод остается неизменной $\mathbf{e} = \tilde{\mathbf{e}}$ (где $\tilde{\mathbf{e}}$ — поле собственных мод в скалярном приближении $\Delta \approx 0$ [2]).

Разложим электрическое поле собственной моды волокна $\mathbf{e}$ по степеням малости Δ ;

$$\mathbf{e} = \tilde{\mathbf{e}}_{|\Delta=0} + \Delta\mathbf{e}^{(1)} + \Delta^2\mathbf{e}^{(2)} + \dots . \tag{1}$$

Можно показать, что если ограничиться первыми двумя членами в выражении (1), величина поляризационной поправки $\delta\beta$ оперделяется выражением

$$\delta\beta = \delta\tilde{\beta} + 2\Delta^2 A \iint\limits_S \left[\mathbf{e}^{(1)}\nabla f \nabla\tilde{\mathbf{e}}^* + \mathbf{e}^{(1)*}\nabla f \nabla\tilde{\mathbf{e}}\right] dS, \tag{2}$$

где $A^{-1} = \frac{2V}{\rho\sqrt{2\Delta}} \iint\limits_S (\tilde{\mathbf{e}}^*\mathbf{e} + \tilde{\mathbf{e}}\mathbf{e}^*) dS$, S — площадь поперечного сечения волокна, V — волноводный параметр. Величина $\delta\tilde{\beta}$ имеет порядок малости Δ. Для осесимметричной среды $(\partial f/\partial\varphi = 0)$ поправочное поле $\mathbf{e}^{(1)}$ определяется из уравнений:

$$\left[\partial_R^2 + \frac{1}{R}\partial_R - \frac{1}{R^2} + \tilde{U}^2 - V^2 f + \frac{1}{R^2}\partial_\varphi^2\right] e_r^{(1)} - \frac{2}{R^2}\partial_\varphi e_\varphi^{(1)}$$

$$= 2\partial_R f \partial_R \tilde{e}_r + 2\partial_R^2 f \tilde{e}_r + \frac{4\rho V}{(\sqrt{2\Delta})^3}\delta\tilde{\beta}\tilde{e}_r,$$

$$\left[\partial_R^2 + \frac{1}{R}\partial_R - \frac{1}{R^2} + \tilde{U}^2 - V^2 f + \frac{1}{R^2}\partial_\varphi^2\right] e_\varphi^{(1)} + \frac{2}{R^2}\partial_\varphi e_r^{(1)}$$

$$= \frac{2}{R}\partial_R f \partial_\varphi \tilde{e}_r + \frac{4\rho V}{(\sqrt{2\Delta})^3}\delta\tilde{\beta}\tilde{e}_\varphi. \tag{3}$$

Решение этих уравнений для полей *CV* вихрей, TE и TM мод приведено в таблице. Из таблицы видно, что для параболических волокон поляризационные поправки $\delta\beta^{(1)}$ для TE и TM мод различны $(\delta\beta_{\mathrm{TE}}^{(1)} = 0)$. Это значит, что поля TE и TM волн в параболических волокнах оказываются рассогласованными по фазе. Обычно при возбуждении волокна циркулярно поляризованным светом TE и TM моды объединяются в топологически неоднородный *IV* вихрь [5]. Поле *IV* вихря содержит парциальные вихри $|+1,-1>$ и $|-1,+1>$, которые самостоятельно существовать не могут. В параболическом волокне *IV* вихрь в приближении $\delta\tilde{\beta}$ структурно устойчив. В ступенчатом волокне *IV* вихрь структурно неустойчив и в процессе распространения возникают биения между $|+1,-1>$ и $|-1,+1>$ парциальными вихрями. На основании результатов табл. 1 можно показать, что в параболическом волокне ($V = 3.6$ и $\rho = 3.5\,\mu$m) знаки топологического заряда и спиральности в *IV* вихре преобразуются на расстоянии $\Lambda \approx 67$ m. Такое изменение состояния поля *IV* вихря эквивалентно действию эффективного линейного топологического двулучепреломления TE и TM мод:

$$\delta n_L = \frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{4\pi^3 n_{co}^2}\left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^3. \tag{4}$$

Для вышеупомянутых параметров параболического волокна величина линейного д. л. п. составит $\delta n_L \approx 2.35 \cdot 10^{-8}$.

При выводе (4) учитывалось различие в знаках топологического заряда и спиральности парциальных *IV* вихрей. В классической оптике

Поправки к электрическим полям и постоянным распространения для *CV* вихрей, TM и TE мод оптического волокна

	$\kappa=+1\ l\geqslant 1$ $\sigma=\pm 1$ $\kappa=-1\ l>1$ $CV_{\sigma l}^{\kappa\sigma}$	$\kappa=-1\ l=1$ TM	$\kappa=-1\ l=1$ TE
$\tilde{e}_r$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{F}_l e^{i\sigma(l+\kappa)\varphi}$	$\tilde{F}_1$	0
$\tilde{e}_\varphi$	$\frac{i\kappa\sigma}{\sqrt{2}}\tilde{F}_l e^{i\sigma(l+\kappa)\varphi}$	0	$\tilde{F}_1$
$e_r^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}F_l^{(1)} e^{i\sigma(l+\kappa)\varphi}$	$F_1^{(1)}$	0
$e_\varphi^{(1)}$	0	0	0
$\delta\beta(f=R^2)$	$-\kappa(l+\kappa)\frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{2\rho V}$	0	0
$\delta\beta^{(1)}(f=R^2)$	$-\kappa(l+1)(l+3\kappa)\frac{(\sqrt{2\Delta})^5}{2\rho V^2}$	$-2\frac{(\sqrt{2\Delta})^5}{\rho V^2}$	0

Для профиля $f=R^2$: $\tilde{F}_l=R^l\exp(-VR^2/2)$,

$$F_l^{(1)}=R^{l+2}\exp(-VR^2/2).$$

кристаллов величина линейного д.л.п. δn_L характеризуется только базисом поляризации (знаком σ или ориентацией x и y-компонент вектора $\mathbf{e}$). В случае локально-изотропных оптических волокон величина δn_L характеризуется уже двумя индексами l и σ и, вообще говоря, имеет топологическую природу [4]. Поэтому линейное двулучепреломление локально-изотропных маломодовых волокон можно назвать топологическим двулучепреломлением.

Из таблицы видно, что нулевая поляризационная поправка $\delta\tilde{\beta}$ для циркулярно поляризованных *CV* вихрей почти на два порядка выше первой поляризационной поправки. Но поправка изменяет только фазу *CV* вихря, топологический заряд и поляризация остаются постоянными. Кроме того, поляризационные поправки $\delta\tilde{\beta}$ для однородных $|\sigma l,\sigma>$ и неоднородных $|\sigma l, -\sigma>$ вихрей различны. Следовательно, эти вихри подвержены циркулярному двулучепреломлению. Из таблицы можно найти, что значение топологического циркулярного д.л.п. *CV* вихрей равно

$$\delta n_C = \frac{\sigma l \Delta}{8\pi^2 n_{co}} \left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^2. \tag{5}$$

Для параболических волокон с вышеуказанными параметрами величина $\delta n_L \approx 2.7 \cdot 10^{-6}$. Таким образом, в параболических волокнах циркулярное и линейное д. л. п. отличаются на два порядка величины.

На основании экспериментальных результатов работы [5] по длине биений поля *IV* вихря находим, что величина линейного топологического д. л. п. в ступенчатых волокнах составляет $\delta n_L \approx 1.4 \cdot 10^{-6}$, т. е. порядок величины линейного и циркулярного д. л. п. в ступенчатых волокнах одинаков.

Заметим, что при возбуждении в ступенчатых волокнах циркулярно поляризованной CP_{11} моды наблюдается конверсия орбитального и спинового угловых моментов [6], которая экспериментально проявляется в последовательной смене эффекта Рытова–Владимирского оптическим эффектом Магнуса (объединяет эффект Рытова–Магнуса). В этом случае действует одновременно механизм линейного и циркулярного д. л. п. Следовательно, в основе объединеного эффекта Рытова–Магнуса лежит топологическое двулучепреломление света в оптических волокнах.

В существенно многомодовых волокнах топологическое д. л. п. наблюдалось ранее [7], имело порядок величины 10^{-6} и экспериментально проявлялось как угловое расщепление волновых каустик. В поле линейно поляризованной LP моды маломодового волокна топологическое д. л. п. [8] проявляется в процессах рождения и уничтожения циркулярно поляризованных C^+ и C^- дисклинаций.

Список литературы

[1] *Вольф М., Борн Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.

[2] *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. М.: Радио и Связь, 1987. 656 с.

[3] *Liberman V.S., Zel'dovich B.Ya.* //Phys. Rev. E. 1994. V. 49. N 3. P. 2389–2396.

[4] *Воляр А.В., Жилайтис В.З., Шведов В.Г.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. В. 20. С. 87–93.
[5] *Воляр А.В., Фадеева Т.А., Решитова Х.М.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 5. С. 70–75.
[6] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 23. С. 59–67.
[7] *Воляр А.В., Мицай Ю.Н., Мягков В.И., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 3. С. 48–52.
[8] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 2. С. 20–27.