

01;03

Неустойчивость во внешнем электростатическом поле пузыря в жидком диэлектрике

© А.И. Григорьев, С.О. Ширяева, А.Н. Жаров

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия

(Поступило в Редакцию 26 июня 1998 г.)

На основе принципа наименьшего рассеяния энергии Онзагера в неравновесных процессах найдены размеры, заряды и количество дочерних пузырьков, эмиттируемых при реализации неустойчивости по отношению к поляризационному заряду в однородном внешнем электростатическом поле газового пузыря в жидком диэлектрике.

Введение

Явление неустойчивости пузырей в диэлектрической жидкости в сильных электрических полях представляет интерес для различных разделов технической физики, в частности для теории пробоя жидких диэлектриков. Явление электрического пробоя жидкого диэлектрика экспериментально изучено довольно полно. Как свидетельствуют наблюдения, пробоем предшествует образование вблизи катода парогазового микропузырька с его последующим ростом. В однородном внешнем электростатическом поле пузырь теряет сферическую форму, вытягиваясь по направлению поля в фигуру, близкую к вытянутому сфероиду [1,2]. В достаточно сильном электрическом поле сфероидальный пузырь претерпевает неустойчивость: на его вершинах образуются эмиссионные выступы, с которых начинается сброс мелких дочерних пузырьков, уносящих избыточный заряд [3]. На фотографиях, приведенных в [3], видно, что форма пузыря в момент сброса дочерних пузырьков с большой степенью точности соответствует вытянутому сфероиду и что родительский пузырь эмиттирует несколько десятков дочерних пузырьков, образующих два скопления, по одному у каждого эмиссионного выступа. Дочерние пузырьки имеют линейные размеры, на два порядка меньше линейного размера пузыря, претерпевающего неустойчивость.

Явление распада пузыря в сильном электрическом поле с теоретической точки зрения исследовано весьма слабо. В этой связи теоретическое исследование закономерностей диспергирования пузыря в жидком диэлектрике во внешнем электрическом поле представляется достаточно актуальным. Этой проблеме и посвящена настоящая работа.

1. Рассмотрим изначально сферический пузырь радиуса R_0 в жидком диэлектрике, образовавшийся при локальном электрическом пробое и заполненный разрядной плазмой. Пусть жидкость обладает большой теплоемкостью (ввиду этого будем пренебрегать изменением температуры системы в процессе реализации неустойчивости) и в ней существует однородное электростатическое поле напряженностью E/ϵ , где ϵ — диэлектрическая

проницаемость жидкости. Под действием электрического поля E пузырь вытягивается вдоль E в фигуру, близкую к сфероиду вращения, увеличивая при этом свой объем так, что радиус равновеликой ему сферы увеличивается до R . Разноименные заряды плазмы, заполнявшей пузырь в начальный момент, частично рекомбинируют, а частично оседают на стенках пузыря, обеспечивая его поляризацию в E . Под влиянием касательной к поверхности пузыря компоненты напряженности электростатического поля заряды, осевшие на стенках, при сфероидальной деформации пузыря будут перераспределяться по его поверхности с увеличением концентрации зарядов на вершинах.

Характерное время выравнивания электрического потенциала на поверхности пузыря определится соотношением $\tau_q = \epsilon R / (\chi E)$, а характерное время развития его неустойчивости — $\tau_u = [\rho R^3 / \sigma (1 - w / (16\pi))]^{1/2}$ [4,5]. В выписанных выражениях $w = E^2 R / (\epsilon \sigma)$ — параметр Тейлора, характеризующий устойчивость пузыря по отношению к поляризационному заряду [6]; χ — поверхностная подвижность носителей заряда на границе раздела сред; ρ — плотность жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения границы жидкость–газ.

Если величина χ мала и характерное время развития неустойчивости τ_u много меньше характерного времени выравнивания электрического потенциала τ_q : $\tau_u \ll \tau_q$, то поверхность пузыря в процессе реализации неустойчивости можно принимать непроводящей, а заряд в замороженным в поверхность. При реализации неустойчивости такого пузыря по отношению к скопившемуся на его поверхности поляризационному заряду он распадается на два равных дочерних пузырька, несущих одинаковые заряды [7]. Если же χ велико настолько, что характерное время реализации неустойчивости пузыря по отношению к поверхностному заряду τ_q много больше времени выравнивания электрического потенциала поверхности пузыря τ_u : $\tau_q \ll \tau_u$, то последнюю можно принять идеально проводящей.

Оценим характерные времена τ_q и τ_u для частного случая пузыря радиусом $R = 10^{-3}$ см в гексане, принимая, что $\rho = 0.66$ г/см³, $\sigma = 18.42$ дин/см, $\epsilon = 1.88$, напряженность электростатического поля про-

боя $E = 670 \text{ g}^{1/2}/(\text{cm}^{1/2} \cdot \text{s})$, поверхностная подвижность носителей заряда $\chi = 1 \text{ cm}^3/2/\text{g}^{1/2}$. Тогда характерное время развития неустойчивости $\tau_u = 0.2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, характерное время выравнивания электрического потенциала на поверхности пузыря $\tau_q = 0.2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ и $\tau_q \gg \tau_u$. В нижеследующем изложении именно такая ситуация будет рассмотрена более детально.

2. Изменение потенциальной энергии пузыря при его вытягивании в сфероид и изменении объема под действием давления электрического поля \mathbf{E} легко записать в линейном приближении по квадрату эксцентриситета родительского пузыря e^2 в виде

$$\Delta U = 4\pi\sigma R^2 \left(1 + \frac{2}{45}e^4\right) - \frac{E^2 R^3}{2\varepsilon} \left(1 + \frac{2}{5}e^2 + \frac{58}{175}e^4\right) - PV \ln \frac{V}{V_0} + P_{\text{at}}(V - V_0) - 4\pi\sigma R_0^2 + \frac{E^2 R_0^3}{2\varepsilon}, \quad (1)$$

где V_0 и V — начальный и конечный объем пузыря, P и P_{at} — давление парогазовой смеси в пузыре и атмосферное давление.

Поскольку равновесному состоянию пузыря отвечает минимум потенциальной энергии, то в таком состоянии должны выполняться условия равенства нулю производных от (1) по независимым переменным e^2 и R , из которых получаем в линейном по e^2 приближении два уравнения, определяющих критические условия неустойчивости сфероидального газового пузыря в поле \mathbf{E} ,

$$e^2 = \frac{9}{16\pi} w, \quad \frac{(P - P_{\text{at}})R}{2\sigma} \equiv \beta = 1 - \frac{3}{16\pi} w. \quad (2)$$

Как видно из (2), в отличие от капли жидкости в однородном электрическом поле \mathbf{E} [6,8] критические условия неустойчивости в \mathbf{E} газового пузыря зависят от давления газа, определяемого безразмерным параметром β .

3. При вытягивании пузыря в поле \mathbf{E} в сфероид концентрации заряда на его вершинах может увеличиваться настолько, что, как и для капли в поле \mathbf{E} [6,8], на поверхности пузыря генерируется неустойчивость высоких мод капиллярных волн, а их суперпозиция приведет к формированию на его вершинах эмиттирующих выступов, с которых начнется эмиссия заряженных дочерних пузырьков, уносящих избыточный поляризационный заряд [3,6,8]. Благодаря вязкой диссипации кинетической энергии дочерних пузырьков и тормозящему влиянию электрического поля одновременно заряженных пузырьков, эмиттированных ранее, дочерние пузырьки быстро останавливаются. В итоге в окрестности вершин сфероида на расстоянии $L = ta$ от вершин родительского пузыря (a — большая полуось материнского пузыря, t — численный параметр) образуются скопления дочерних пузырьков [3]. В нижеприведенном качественном анализе электрическое поле скопления дочерних пузырьков в окрестности каждой из вершин заменим полем эквивалентного точечного заряда, находящимся на расстоянии L от вершины родительского пузыря и имеющим заряд, равный суммарному заряду всего скопления.

Примем в силу симметрии задачи, что в результате n -го акта эмиссии с противоположных вершин родительского пузыря эмиттируются два дочерних пузырька с зарядами q_n , равными по величине, но противоположными по знаку ($q_n \ll ER^2$), и радиусами r_n ($r_n \ll R$). Будем считать также, что n -й дочерний пузырек, находясь в суммарном электрическом поле, создаваемом внешними источниками \mathbf{E} и поляризационным зарядом родительского пузыря, имеет форму вытянутого сфероида с эксцентриситетом e_n , который в дальнейшем будем определять в итерационной процедуре.

В процессе распада родительского пузыря происходит изменение потенциальной энергии системы, складывающееся из изменения энергии сил поверхностного натяжения, изменения собственной электростатической энергии пузырей, энергии их электростатического взаимодействия, а также из работы сжатия или расширения пузырей из-за непропорционального изменения электрического и лапласовского давления при эмиссии дочерних пузырьков.

Будем считать, что дочерний пузырек содержит в себе газ, давление которого равно P_n . Принимая температуру системы постоянной, нетрудно найти изменение потенциальной энергии системы в результате n -го распада. В линейном приближении по малым величинам (радиусу r_n и заряду q_n дочернего пузырька) получим

$$\Delta U_n = 8\pi\sigma r_n^2 A(e_n) + q_n^2 \frac{B(e_n)}{\varepsilon r_n} + 2q_n \frac{ER\Omega(\nu_n)}{\varepsilon} + 2 \frac{q_n}{\varepsilon L} \sum_{i=1}^{n-1} q_i - 2P_n V_n \ln \left[\frac{V_n}{V_n^0} \right] + 2P_{\text{at}} [V_n - V_n^0], \quad (3)$$

$$A(e_n) = \frac{1}{2} \left((1 - e_n^2)^{1/2} + \frac{\arcsin e_n}{e_n} \right) (1 - e_n^2)^{-1/6}, \quad (3a)$$

$$B(e_n) = \frac{(1 - e_n^2)^{1/3}}{e_n} \text{arth}(e_n), \quad \nu_n = \left(1 + \frac{\xi_n}{a^2}\right)^{1/2}, \quad (3б)$$

$$\Omega(\nu_n) = \frac{e(\nu_n - 1) - \nu_n \text{arth}[e(\nu_n - 1)(\nu_n - e^2)^{-1}]}{(1 - e^2)^{1/3} (\text{arth } e - e)}, \quad (3в)$$

ν_n — расстояние между центрами родительского и дочернего пузырей, измеренное в больших полуосях a родительского пузыря; ξ_n — сфероидальная координата n -го дочернего пузырька [9]; V_n^0 и V_n — объем дочернего пузырька до и после его изменения.

В выражении (3) первый член описывает поверхностную энергию двух дочерних пузырьков, второй — их собственную электрическую энергию, третий — энергию взаимодействия дочерних пузырьков с материнским, четвертый — энергию взаимодействия скопления пузырьков с n -м дочерним, пятый и шестой — работу газа в процессе изотермического изменения объема дочерних пузырьков.

Так же как в задаче о диспергировании сильно заряженной капли [6,8], процесс эмиссии будет продолжаться до тех пор, пока кулоновская сила, отрывающая дочерний

пузырек, превосходит лапласовскую силу $2\pi\sigma r_n^*$, удерживающую его (r_n^* — радиус перетяжки, связывающей n -й отрывающийся пузырек с родительским). Принимая, что напряженность поля в точке отрыва определяется полем материнского пузыря и полем скопления ранее оторвавшихся дочерних пузырьков, нетрудно получить условие отрыва дочернего пузырька от родительского [6,8]

$$\frac{\alpha_n X_n (1 - e^2)^{1/6}}{8} \leq \frac{w}{16} Y_n \left\{ T(\nu_n) - \frac{(1 - e^2)^{2/3}}{m^2} \sum_{i=1}^{n-1} Y_i \right\}, \quad (4)$$

$$T(\nu_n) = 1 - \frac{\text{arth}(e\nu_n^{-1}) - e\nu_n(\nu_n^2 - e^2)^{-1}}{\text{arth} e - e}, \quad (4a)$$

$$Y_n = \frac{q_n}{ER^2}, \quad X_n = \frac{r_n}{R}, \quad \alpha_n = \frac{r_n^*}{b_n}, \quad (4б)$$

Y_n и X_n — безразмерный заряд и радиус n -го дочернего пузырька, b_n — малая полюсь n -го дочернего пузырька.

В уравнении (4) первый член в фигурных скобках характеризует напряженность электрического поля, созданного материнским пузырем в точке отрыва n -го дочернего пузырька, а второй член дает напряженность электрического поля скопления ранее эмиттированных дочерних пузырьков.

Поскольку процесс сброса избыточного заряда путем эмиссии большого количества дочерних пузырьков представляет собой неравновесный стационарный процесс второго порядка, то потребуем, чтобы в силу принципа наименьшего рассеяния энергии Онзагера в неравновесных процессах [10,11] изменение потенциальной энергии системы при эмиссии очередного пузырька было экстремальным, т.е. чтобы выполнялись условия $\partial(\Delta U_n)/\partial q_n = 0$, $\partial(\Delta U_n)/\partial r_n = 0$. Находя частные производные от (3), получим в дополнение к (4) еще два уравнения для нахождения трех неизвестных X_n , Y_n , ν_n

$$Y_n \frac{B(e_n)}{X_n} + \Omega(\nu_n) + \frac{(1 - e^2)^{1/3}}{m} \sum_{i=1}^{n-1} Y_i = 0, \quad (5)$$

$$X_n A(e_n) - \frac{w}{16\pi} Y_n^2 \frac{B(e_n)}{X_n^2} - \eta_n \beta X_n^2 = 0, \quad (6)$$

$$\eta_n = \frac{P_n - P_{at}}{P - P_{at}}. \quad (7)$$

4. При $e^2 = 0.7$, $\eta_n = \eta = 0.6$ (из расчетов следует, что дочерний пузырь имеет заряд, близкий к предельному в смысле устойчивости по Рэлею, а следовательно, расширяется), $\beta = 0.75$ и различных фиксированных значениях параметров w , α_n , m из системы уравнений (4)–(6) можно рассчитать безразмерные радиусы и заряды дочерних пузырьков. В проведенных расчетах (проиллюстрированных рис. 1) выяснилось, что, так же как для случая неустойчивости сильно заряженной капли [6,8], радиусы и заряды дочерних пузырьков увеличиваются с увеличением номера дочернего пузырька. Значения α_n принимались одинаковыми — $\alpha = 0.9$ по аналогии с

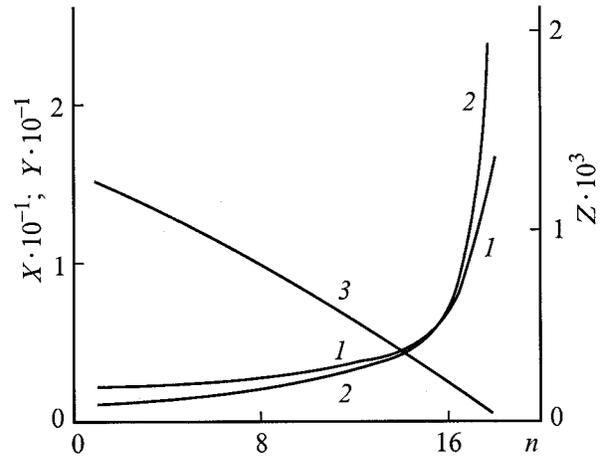


Рис. 1. Зависимости безразмерных радиусов X (1), зарядов Y (2) и удельных зарядов Z (3) в зависимости от порядкового номера пузырька при $w = 3.0$, $m = 1$.

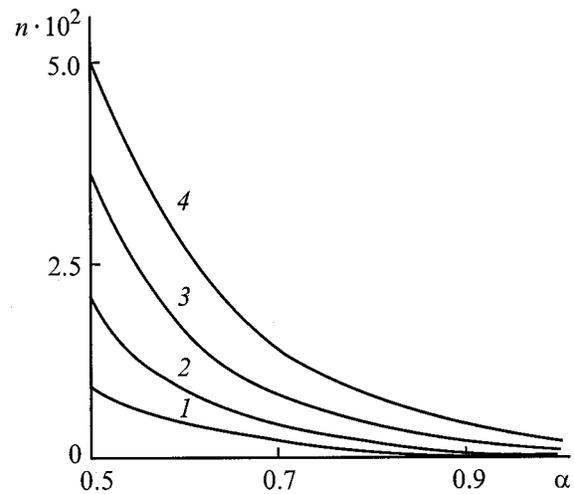


Рис. 2. Зависимости количества дочерних пузырьков от неопределенного параметра при $w = 2.0$ (1), 2.5 (2), 3.0 (3), 3.5 (4).

капель, поскольку в расчетах закономерностей распада заряженных капель [8] при $\alpha = 0.9$ отмечается оптимальное согласие результатов расчетов с экспериментальными данными [8,12]. Значение $m = 1$ выбиралось на основе фотографий, приведенных в [3].

Расчеты также показали, что, как и для капли, увеличение параметра Тейлора w родительского пузыря приводит к увеличению количества дочерних пузырьков [13], что видно из рис. 2, где представлены зависимости количества эмиттированных дочерних пузырьков n от неопределенного параметра α при различных фиксированных значениях параметра Тейлора w родительского пузыря.

Количество дочерних пузырьков увеличивается не только при увеличении параметра Тейлора, но и при

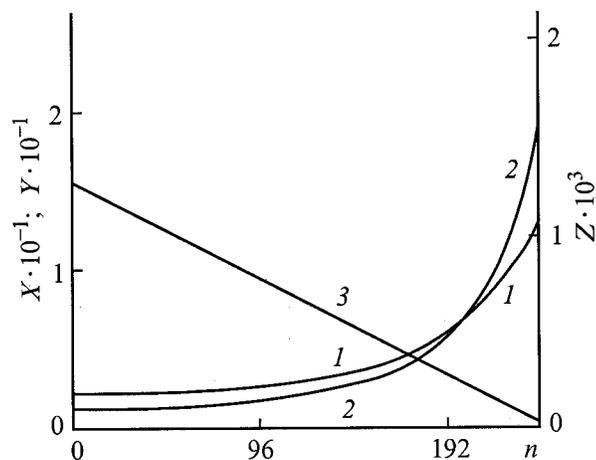


Рис. 3. То же, что на рис. 1, при $m = 10$.

увеличении расстояния до скоплений дочерних пузырьков (ситуация с $L \gg a$ может реализоваться, например, для пузырей в маловязких жидкостях). С ростом L количество дочерних пузырьков возрастает, тогда как их радиусы и заряды изменяются весьма слабо, что видно из рис. 3 (иллюстрирующего результаты расчетов при $m = 10$). Из сравнения рис. 1 и 3 нетрудно видеть, что с ростом L от $L = a$ до $L = 10a$ количество дочерних пузырьков увеличивается на порядок.

Заключение

При неустойчивости во внешнем однородном электростатическом поле пузыря в жидком диэлектрике он эмиттирует несколько десятков мелких сильно заряженных дочерних пузырьков, образующих два скопления у каждого эмиссионного выступа в окрестности вершин родительского пузыря. Увеличение на порядок расстояния от поверхности родительского пузыря до скоплений ранее эмиттированных пузырьков (при снижении вязкости жидкости) приводит к увеличению количества дочерних пузырьков также на порядок. Увеличение параметра Тейлора для родительского пузыря приводит к существенному увеличению количества эмиттированных дочерних пузырьков.

Список литературы

- [1] Глазков В.В., Синкевич О.А., Смирнов П.В. // ТВТ. 1991. Т. 29. Вып. 6. С. 1095–1102.
- [2] Пылаева И.В., Синкевич О.А., Смирнов П.В. // ТВТ. 1992. Т. 30. № 2. С. 367–371.
- [3] Garton C.G., Krasucki Z. // Trans. Faraday Soc. 1964. Vol. 60. P. 211–226.
- [4] Ширяева С.О., Григорьев А.И. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 3. С. 13–25.
- [5] Shiryayeva S.O., Grigor'ev A.I. // J. Electrostatics. 1995. Vol. 34. N 1. P. 51–59.

- [6] Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. // J. Phys. D. 1990. Vol. 23. N 11. P. 1361–1370.
- [7] Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Жаров А.Н. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 19. С. 60–65.
- [8] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 3. С. 19–28.
- [9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [10] Ширяева С.О., Григорьев А.И. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 2. С. 11–21.
- [11] Yang C.T., Song C.C.S. // Encyclopedia of Fluid Mechanics. Flow Phenomena and Measurement. London; Paris; Tokyo; Gulf Publishing Company, Houston Book Division, 1986. Vol. 1. P. 353–400.
- [12] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 3–22.
- [13] Ширяева С.О., Григорьев А.И. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 18. С. 87–92.