

03;12

Влияние смазки на движение тела в рельсовом электромагнитном ускорителе

III. Распределение температуры в поршне, рельсе и жидкой пленке

© Э.М. Дробышевский, Э.Н. Колесникова, В.С. Юферев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 21 января 1998 г.)

Теоретически и численно исследуется влияние жидкой проводящей смазки на нагрев рельса и поршня. Задача рассматривается в плоской геометрии. Показано, что использование резистивных жидких пленок позволяет существенно уменьшить как джоулев, так и фрикционный нагрев ускоряемого тела. При больших контактных сопротивлениях пленки ее температура определяется двумя конкурирующими процессами: джоулевым нагревом, с одной стороны, и уносом тепла движущейся пленкой — с другой. В результате зависимость температуры пленки от магнитного числа Рейнольдса, ее толщины и сопротивления оказывается немонотонной. В предельном случае полного подавления скоростного скин-эффекта и достаточно больших магнитных чисел Рейнольдса температура пленки оказывается весьма малой. Однако в промежуточных случаях температура пленки может оказаться достаточно высокой и превысить температуру плавления поршня. Вязкая диссипация в жидкой пленке не оказывает существенного влияния на температуру границы рельс-арматура до тех пор, пока плавление арматуры определяется джоулевым тепловыделением в ней. В случае же сильного подавления скоростного скин-эффекта вязкая диссипация наряду с джоулевым тепловыделением в резистивной пленке может стать одним из основных факторов, определяющих величину достижимых скоростей тел в рельсотроне.

Введение

Данная работа является последней из трех работ, посвященных исследованию влияния жидкой проводящей пленки на различные стороны процесса ускорения металлического поршня (арматуры). В первой работе [1] рассматривалось воздействие смазки на распределение электрического тока и магнитного поля в рельсе и поршне, а во второй [2] — гидродинамика проводящей смазки. Основной целью настоящей работы является изучение влияния смазки на нагрев арматуры и рельса. Известно, что источниками тепла в рельсотроне являются трение скольжения и джоулева диссипация. Проблема фрикционного нагрева в рельсовых ускорителях изучалась в работах [3–6]. При наличии смазки благодаря замене сухого трения на вязкую диссипацию в жидкой пленке появляется возможность существенно уменьшить указанный нагрев и предотвратить или по крайней мере затян timer начало плавления поршня (рельса) при больших скоростях скольжения. Далее при использовании высокорезистивных пленок будет иметь место существенное ослабление скоростного скин-эффекта, что в свою очередь приведет к уменьшению джоулевой диссипации в поршне и затягиванию перехода от металлического контакта между рельсом и арматурой к дуговому. Это все — положительные факторы. Однако имеются и отрицательные. Большее удельное сопротивление пленки будет вызывать дополнительное джоулево тепловыделение и, следовательно, дополнительный нагрев арматуры, а более низкая теплопроводность смазки будет препятствовать отводу тепла от арматуры в рельс. Поэтому ре-

альное влияние смазки на распределение температуры в поршне и рельсе невозможно определить без проведения достаточно корректных численных расчетов.

При изучении нагрева арматуры обычно считается, что температура в данной точке поршня определяется локальным джоулевым тепловыделением в этой точке, а процессом теплопроводности можно пренебречь. Такой подход использовался во всех работах, посвященных проблеме образования волны плавления (см., например, [7–9]). Однако при наличии тонких резистивных пленок и покрытий пренебрегать теплопроводностью уже нельзя, и ее необходимо учитывать при расчете поля температуры в окрестности этих пленок (покрытий). Основное внимание в настоящей работе уделяется воздействию проводящей смазки на температуру контактной границы рельс-арматура и, в частности, на то, как смазка изменяет время начала плавления этой границы.

Постановка задачи

Как и в работах [1,2], задача считалась двумерной, а форма поршня — прямоугольной. Предполагалось, что скорость движения тела и распределение тока не меняются во времени. Таким образом, рассматривалась задача о нагреве рельсов и арматуры под действием постоянной во времени джоулевой и вязкой диссипации. Распределение плотности электрического тока в поршне, рельсе и пленке бралось из работы [1]. Для упрощения задачи предполагалось, что все тепловые характеристики материалов арматуры (алюминия), рельсов (меди) и жидкой пленки (индия) являются постоянными и не

Таблица 1. Тепловые характеристики поршня, рельса и смазки

Характеристики	Поршень	Рельс	Смазка
Теплопроводность	230 W/m·K	360 W/m·K	43 W/m·K
Теплоемкость	1000 J/kg·K	450 J/kg·K	245 J/kg·K
Температуропроводность	$8.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$9.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$2.4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

зависят от температуры. Вводимая таким допущением ошибка не превосходит 10–20%. Конкретные значения указанных характеристик приведены в табл. 1. Значения остальных параметров материалов арматуры, рельса и пленки, использованные в данной работе, приводятся в [1–2].

Распределение температуры в арматуре, рельсе и пленке в системе координат, связанной с арматурой, описывается следующими уравнениями: в арматуре

$$\gamma_a c_a \frac{\partial T_a}{\partial t} = \lambda_a \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_a}{\partial x} \right) + \lambda_a \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T_a}{\partial z} \right) + \frac{j^2}{\sigma_a}, \quad (1)$$

при $x = 0$ $T_a = T_{\text{room}}$; при $x = l$ $\partial T_a / \partial x = 0$; при $z = h$ $T_a = T_f$,

$$\lambda_a \frac{\partial T_a}{\partial z} = \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial z};$$

при $z = d + h$ $\partial T_a / \partial z = 0$; в рельсе

$$\gamma_r c_r \left(\frac{\partial T_r}{\partial t} + U \frac{\partial T_r}{\partial x} \right) = \lambda_r \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_r}{\partial x} \right) + \lambda_r \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T_r}{\partial z} \right) + \frac{j^2}{\sigma_r}, \quad (2)$$

при $x = 0$ $T_r = T_{\text{room}}$; при $z = -\infty$ $T_r = T_{\text{room}}$; при $z = 0$, $0 \leq x \leq l$ $T_a = T_f$,

$$\lambda_r \frac{\partial T_r}{\partial z} = \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial z};$$

в жидкой пленке

$$\begin{aligned} \gamma_f c_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \frac{\partial T_f}{\partial x} + w \frac{\partial T_f}{\partial z} \right) \\ = \lambda_f \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T_f}{\partial z} \right) + \frac{j^2}{\sigma_f} + \mu_f \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь T — температура; индексы a , r , f относятся к арматуре, рельсу и пленке соответственно; j — плотность электрического тока; u , w — компоненты скорости движения смазки; γ , c , λ , σ — плотность, теплоемкость, коэффициент теплопроводности и электрическая проводимость; μ_f — динамическая вязкость смазки; l — длина поршня; d — половина его высоты; h — толщина жидкой пленки.

Предположим, что процесс переноса тепла поперек пленки протекает достаточно быстро, так что изменением температуры по ее толщине можно пренебречь.

Указанное допущение применимо пока $\sqrt{a_f t_*} > h$, где a_f — температуропроводность пленки, t_* — характерное время процесса. Как будет видно из дальнейшего, в рассмотренных вариантах указанное допущение выполнялось не всегда. Тем не менее мы использовали это допущение, поскольку, во-первых, оно существенно упрощает расчеты, а во-вторых, соответствует наилучшим условиям теплообмена между рельсом и арматурой и поэтому позволяет найти наименьшую температуру поверхности поршня, находящейся в контакте с рельсом (пленкой). С учетом вышесказанного проинтегрируем (3) поперек пленки, полагая, что температура по ее толщине не меняется. Аппроксимируем также член с вязкой диссипацией в (3) следующим образом:

$$\mu_f \int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 dz \approx \mu_f \frac{U^2}{h}.$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} \lambda_a \frac{\partial T_a}{\partial z} - \lambda_r \frac{\partial T_r}{\partial z} = \gamma_f c_f \left(h \frac{\partial T_f}{\partial t} + Q \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) \\ - h \frac{j^2}{\sigma_f} - \mu_f \frac{U^2}{h}. \end{aligned} \quad (4)$$

Это уравнение вместе с условием $T_f = T_a = T_r$ на границе контакта рельс–арматура играют роль граничных условий для уравнений (1) и (2). В настоящей работе мы не рассматривали нагрев тела под действием сухого трения, поэтому уравнение (4) содержит только вязкую диссипацию. Последняя стремится к бесконечности, когда толщина пленки стремится к нулю. Поэтому рассматриваемая модель применима лишь к не очень тонким пленкам, т.е. к таким, толщина которых больше размера шероховатостей поверхностей рельса и арматуры. В то же время при проведении расчета температуры в случае отсутствия жидкой пленки рассматривалась модельная ситуация, когда трение вообще не учитывалось.

Приведение к безразмерному виду

Перейдем в уравнениях (1), (2) и (4) к безразмерному виду, используя переменные, введенные в работах [1–2],

$$\tilde{B} = B/B_0, \quad \tilde{h} = h/h_0, \quad \tilde{x} = x/l,$$

$$\tilde{j} = j \frac{l}{\mu_0 B_0}, \quad \tilde{Q} = Q \frac{2}{U h_0},$$

$\tilde{z} = z/l$ в арматуре и $\tilde{z} = z\sqrt{\text{Re}}/l$ в рельсе, а также переменные

$$\tilde{T} = \frac{T - T_{\text{room}}}{T_m - T_{\text{room}}}, \quad \tilde{D} = D/D_a^*, \quad \tilde{t} = t/t_0,$$

где

$$t_0 = \frac{l^2 \mu_0 \gamma_a c_a (T_m - T_{\text{room}})}{B_0^2 D_a^* \tilde{j}_{\text{max}}^2} \quad \text{и} \quad \text{Re} = \frac{Ul}{D_r}. \quad (5)$$

Здесь Re — магнитное число Рейнольдса; T_m — температура поршня в градусах Цельсия (для алюминия — 660°C); D_a^* — коэффициент диффузии магнитного поля в арматуре в точке, где плотность тока максимальна; масштаб времени t_0 был выбран таким образом, чтобы температура арматуры в точке, где плотность тока максимальна, достигала бы температуры плавления за безразмерное время, равное 1, в том случае, если кондуктивным потоком пренебрегается. При такой нормировке момент времени начала плавления арматуры не будет превышать единицы независимо от параметров задачи. В результате уравнения (1), (2) и (4) принимает вид (знак \sim сверху в дальнейшем опускается): в арматуре

$$\frac{\partial T_a}{\partial t} = \beta_T \left(\frac{\partial^2 T_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2} \right) + D_a J, \quad (6)$$

при $x = 0$ $T_a = 0$; при $x = 1$ $\partial T_a / \partial x = 0$; при $z = d$ $\partial T_a / \partial z = 0$, где $a_a = \lambda_a / \gamma_a c_a$, $J = \tilde{j} / \tilde{j}_{\text{max}}^2$; в рельсе

$$r_2 \frac{\partial T_r}{\partial t} + \frac{\partial T_r}{\partial x} = r_3 \frac{\partial^2 T_r}{\partial \eta^2} + r_1 J, \quad (7A)$$

при $x = 0$ $T_r = 0$; при $z = -\infty$ $T_r = 0$, где

$$r_1 = \frac{1}{\beta_T \text{Re}} \frac{a_r \lambda_a}{D_a^* \lambda_r}, \quad r_2 = \frac{1}{\beta_T \text{Re}} \frac{a_a}{D_r}, \quad (7B)$$

$$r_3 = \frac{a_r}{D_r} \quad \text{и} \quad a_r = \frac{\lambda_r}{\gamma_r c_r};$$

на границе контакта рельс–арматура при $z = 0$

$$\frac{\partial T_a}{\partial z} - s_5 \frac{\partial T_r}{\partial z} = s_4 h \frac{\partial T_a}{\partial t} + s_3 \frac{\partial T_a}{\partial x} - h s_1 J - \frac{s_2}{h},$$

$$T_a = T_r, \quad (8A)$$

где

$$s_1 = \frac{1}{\beta_T} \frac{D_f h_0}{D_a^* l}, \quad s_2 = \text{Re}^2 \frac{D_r^2 \mu}{h_0 l \lambda_a T_m}, \quad s_3 = \frac{\lambda_f Q}{\lambda_a a_f}, \quad (8B)$$

$$s_4 = \frac{1}{\beta_T} \frac{a_a \lambda_f h_0}{a_f \lambda_a l}, \quad s_5 = \sqrt{\text{Re}} \frac{\lambda_r}{\lambda_a}, \quad (8C)$$

а при вычислении J предполагалось, что усредненная по толщине x -компонента плотности тока в пленке равна полусумме x -компонент на границе с рельсом и арматурой, т. е.

$$j_{x,\text{film}} = (D_a j_{x,a} + D_r j_{x,r}) / 2D_f. \quad (8D)$$

Необходимо отметить, что в выражениях (5), (7B) и (8B) входят размерные коэффициенты диффузии магнитного поля. Напомним также, что в уравнениях (7A) и (8A), так же как и в (6), величина J равна отношению квадрата модуля плотности тока к максимальному значению квадрата модуля плотности тока в арматуре.

Анализ уравнений (6)–(8)

Положительное влияние жидкой пленки на температуру границы рельс–арматура проявляется прежде всего через масштаб времени t_0 и коэффициент β_T , которые зависят от плотности электрического тока и, следовательно, будут возрастать при ослаблении скоростного скин-эффекта. Параметр β_T определяет толщину температурного пограничного слоя δ_T в арматуре перед началом плавления $\delta_T = \sqrt{\beta_T}$. Для вычисления t_0 и δ_T необходимо задаться величиной магнитной индукции B_0 . Для ее вычисления мы использовали выражение $B_0^2 = \mu_0 L' I^2 / S$, где L' — погонная индуктивность рельсов, I — полный ток текущей через арматуру и S — площадь сечения канала рельсотрона. При проведении расчетов указанные величины предполагались фиксированными и равными $L' = 3 \cdot 10^{-7}$ Г/м, $I = 300$ кА и $S = 10^{-4}$ м². В результате для магнитной индукции в канале рельсотрона получается $B_0 = 18.4$ Т. Для вычисления t_0 необходимо также задать длину арматуры l . В настоящем разделе она принималась равной 0.01 м. Тогда для однородной арматуры и арматуры с резистивной вставкой (варианты А и С работы [1]) получаем следующие выражения для t_0 и δ_T :

$$t_0 = 13600 / \tilde{j}_{\text{max}}^2 \mu\text{s}, \quad \delta_T = 0.105 / \tilde{j}_{\text{max}}.$$

С другой стороны, для арматуры с резистивным слоем (вариант В работы [1]) коэффициент диффузии D_a^* , входящий в (т. 5B), оказывается в 10 раз больше. Поэтому для этого варианта мы будем иметь $t_0 = 1360 / \tilde{j}_{\text{max}}^2 \mu\text{s}$, $\delta_T = 0.0333 / \tilde{j}_{\text{max}}$.

В табл. 2–4 приводятся значения \tilde{j}_{max} , t_0 и δ_T для всех вариантов, рассмотренных в [1]. Из таблиц видно, что времена начала плавления и толщины температурного пограничного слоя оказываются весьма малыми. Даже для толстой пленки (вариант 6A) при $\text{Re} = 1000$ это время составляет порядка 100 μs , а толщина пограничного слоя — 0.01 от характерного размера арматуры. Тем не менее в рассмотренных вариантах благодаря наличию пленки время начала плавления арматуры увеличилось на три порядка. Табл. 3 показывает, что использование резистивного покрытия арматуры не приводит к существенному уменьшению времени начала плавления, поскольку эффект увеличения толщины скоростного скин-слоя в основном сводится на нет в результате значительного возрастания сопротивления электрическому току. Из сравнения указанных таблиц с табл. 2–4 работы [1] видно, что максимальное значение модуля плотности тока мало отличается от максимального значения z -компоненты плотности тока во всех вариантах, кроме вариантов серии С, моделирующих арматуру с наклонной задней стенкой типа шеврон. В этом случае благодаря появлению значительной x -компоненты тока имеет место сильное возрастание модуля плотности тока, а следовательно, и джоулевой диссипации. Таким образом, несмотря на то что указанный тип арматуры позволяет

Таблица 2. Максимальное значение модуля плотности тока, время начала плавления (в μs) и толщина температурного пограничного слоя для однородной арматуры

Варианты	Числа Рейнольдса, Re											
	30			100			300			1000		
	$ \tilde{j} _{\max}$	t_0	$\delta_T \cdot 10^3$	$ \tilde{j} _{\max}$	t_0	$\delta_T \cdot 10^3$	$ \tilde{j} _{\max}$	t_0	$\delta_T \cdot 10^3$	$ \tilde{j} _{\max}$	t_0	$\delta_T \cdot 10^3$
1А	32	13.1	3.3	69.8	2.8	1.5	146	0.76	0.8	288	0.17	0.37
2А	28.9	16.2	3.7	58.5	3.9	1.8	113	1.1	0.92	234	0.26	0.45
3А	17.7	43.1	6.3	34.3	11.2	3.1	64.7	3.3	1.63	133	0.8	0.79
4А				20.3	32.8	5.3	35.4	1.1	3.1	65.2	3.3	1.7
5А				11.9	95.3	9.0	19.4	36.2	5.5	33.3	12.3	3
6А				3.9	889	27.4	6.1	362	17.5	11.3	105	9.4

Таблица 3. Максимальное значение модуля плотности тока, время начала плавления (в μs) и толщина температурного пограничного слоя для арматуры с резистивным слоем. $\text{Re} = 1000$

Варианты	$ \tilde{j} _{\max}$	t_0	$\delta_T \cdot 10^3$
3В	33.5	1.2	1.0
4В	26.6	1.9	1.2
5В	19.5	3.8	1.7
6В	10.0	13.5	3.4

Таблица 4. Максимальное значение модуля плотности тока, время начала плавления (в μs) и толщина температурного пограничного слоя для арматуры с резистивной вставкой типа шеврон в задней части

Варианты	Числа Рейнольдса, Re					
	100			1000		
	$ \tilde{j} _{\max}$	t_0	$\delta_T \cdot 10^3$	$ \tilde{j} _{\max}$	t_0	$\delta_T \cdot 10^3$
1С	33	12.4	3.2			
3С	21.2	30	5.0	122	0.9	0.88
4С	18	41.7	5.9	82	2.0	1.3
5С	14.2	67	7.5	52	5.0	2.1
6С	7.5	240	14.3	24	24	4.5

существенно уменьшить z -компоненту плотности тока и тем самым ослабить скоростной скин-эффект, реального выигрыша в уменьшении нагрева арматуры опять не происходит (табл. 4).

Необходимо напомнить, что величина t_0 определяет время начала плавления в предположении, что тело движется с постоянной скоростью. В реальной ситуации разгона арматуры время начала плавления (по-прежнему без учета кондуктивного переноса тепла) определяется из условия

$$T_m - T_{\text{room}} = \frac{1}{c_a \gamma_a} \int_0^{t_0} \frac{j^2}{\sigma} dt.$$

В предположении равномерно ускоренного движения тела будем иметь

$$(T_m - T_{\text{room}}) \frac{\mu_0 l^3 c_a \gamma_a}{B_0^2 D_a^*} \frac{a}{D_r} = \int_0^{\text{Re}^*} |\tilde{j}|_{\max}^2 d\text{Re}, \quad (9)$$

где $\text{Re}^* = alt_0/D_r$ и a — ускорение тела.

В рассматриваемом случае $a = 5 \cdot 10^6$ м/с. В результате (9) принимает вид

$$\int_0^{\text{Re}^*} |\tilde{j}|_{\max}^2 d\text{Re} = 1.9 \cdot 10^4.$$

Используя данные табл. 2, можно получить следующие оценки значений магнитных чисел Рейнольдса, при которых начнется плавление: вариант 1А ≈ 30 , вариант 3А ≈ 50 –60, вариант 5А ≈ 150 и вариант 6А ≈ 400 . Таким образом, только за счет ослабления скоростного скин-эффекта жидкая резистивная пленка позволяет существенно сдвинуть время начала плавления арматуры.

Распределение температуры в рельсе и арматуре зависит не только от параметров β_T и t_0 , но и от других коэффициентов, входящих в уравнения (7), (8А). Подставляя в выражения (7В) и (8С) для этих коэффициентов характеристики материалов рельса, арматуры и пленки из табл. 1, получим

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.105 |\tilde{j}|_{\max}^2 / \text{Re}, & r_2 &= 0.212 |\tilde{j}|_{\max}^2 / \text{Re}, \\ r_3 &= 0.263 \cdot 10^{-2}, & s_1 &= 62.3 \varepsilon_1 D_f |\tilde{j}|_{\max}^2, \\ s_2 &= 0.832 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Re}^2}{\varepsilon_1}, & s_3 &= 136 \varepsilon_1 \text{Re}, \\ s_4 &= 57.8 \varepsilon_1 |\tilde{j}|_{\max}^2, & s_5 &= 1.56 \sqrt{\text{Re}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где ε_1 и D_f — параметры, введенные в работе [1], для Q — в выражении (8С), для s_3 использовалось представление $Q = D_* \varepsilon_1 \text{Re} / 2$, которое следует из формул (11) работы [1]. Полученные выражения будут использованы в дальнейшем для анализа процессов теплообмена в рельсе, пленке и арматуре.

Таблица 5. Максимальные значения модуля плотности тока в рельсе на границе с арматурой

Варианты	Re = 300	Re = 1000
1А	152	325
2А	156	338
3А	132	299
4А	101	224
5А	76	167
6А	38	102

Как указывалось в [1], x -компонента тока в рельсе существенно превосходит x -компоненту тока в арматуре. В результате, как это не кажется удивительным на первый взгляд, локальное джоулево тепловыделение в рельсе оказывается больше, чем в арматуре. Это ясно видно из табл. 5 где показаны максимальные значения модуля плотности тока в рельсе на границе с арматурой, и табл. 6, где показаны значения интеграла $\int_0^{0.9997} |j|^2 dx$, вычисленные в рельсе, пленке и арматуре при $z = 0$. Необходимо отметить, что поскольку x -компонента тока в пленке существенно меньше z -компоненты, то модуль плотности тока в пленке будет практически совпадать с z -компонентой тока.

а) **Перенос тепла в рельсе.** Уравнение переноса тепла в рельсе содержит гиперболический оператор

$$r_2 \frac{\partial T_r}{\partial t} + \frac{\partial T_r}{\partial x}.$$

Это означает, что при отсутствии теплопроводности перенос тепла в рельсе будет происходить по характеристикам $t - r_2 x = \text{const}$, т.е. температура в сечении рельса с координатой x в момент времени t будет определяться джоулевым нагревом в области $x - (t/r_2) < x' < x$, расположенной вверх по направлению движения рельса,

$$T_r = r_1 \int_{(x - \frac{t}{r_2})_+}^x J(x') dx', \quad (11)$$

где выражение вида $(a)_+$ равно a , если $a > 0$, и равно 0, если $a < 0$. Для T_r можно написать также эквивалентное выражение

$$T_r = \frac{r_1}{r_2} \int_0^t J(x') dt',$$

где

$$x' = \left(x - \frac{t - t'}{r_2} \right)_+.$$

Из табл. 2–4 работы [1] следует, что даже при отсутствии пленки, когда величина $r_2 \gg 1$, толщина скоростного скин-слоя оказывается существенно меньше величины $1/r_2$. Это означает, что распределение температуры в рельсе очень быстро перестает практически

зависеть от времени и в выражении (11) можно заменить нижний предел на 0. Принимая во внимание табл. 6 и формулы (10), легко видеть, что во всех рассмотренных вариантах нагрев рельса собственной джоулевой диссипацией оказывается незначительным, что подтверждается данными табл. 7, где показаны максимальные значения температуры в рельсе, вычисленные по формуле (11). Видно, что с увеличением контактного сопротивления пленки температура в рельсе медленно возрастает, но остается малой. При этом оказывается, что температура практически не зависит от магнитного числа Рейнольдса. Последнее объясняется тем, что с увеличением Re возрастание джоулево тепловыделения полностью компенсируется уносом тепла движущимся рельсом. Таким образом, как и следовало ожидать, рельс будет оказывать охлаждающее действие на арматуру (или на пленку), отдавая тепло от ее границы с рельсом. В предельном случае большого контактного сопротивления пленки ($D_f \rightarrow \infty$), когда, как это следует из [1], квадрат модуля тока в арматуре равен $|\tilde{j}_a|^2 = 1$, а в рельсе $|\tilde{j}_r|^2 = 1 + (4/\pi) \text{Re}x$, получим, что максимальная температура в рельсе будет равна 0.067 независимо от величины протекающего тока и скорости арматуры. Таким образом, и в этом предельном случае нагрев рельса также оказывается ничтожным.

б) **Перенос тепла в пленке.** При использовании высокорезистивных пленок значительное джоулево тепловыделение будет происходить в самой пленке. Для оценки этого эффекта можно воспользоваться таким же анализом, который был проведен выше для рельса. Действительно, уравнение (8А) содержит аналогичный гиперболический оператор. Поэтому если пренебречь опять теплопроводностью и вязкой диссипацией, то распределение температуры в пленке постоянной толщины будет определяться выражением

$$T_{\text{film}} = \frac{s_1}{s_3} \int_{(x - \frac{s_2 t}{s_4})_+}^x J(x') dx. \quad (12)$$

Как и в случае рельса, распределение температуры в пленке быстро становится практически не зависящим от времени и нижний предел в интеграле может быть заменен на нуль. В табл. 8 показаны максимальные значения температуры в пленке, вычисленные по формуле (12). Видно, что с ростом магнитного числа Рейнольдса температура пленки уменьшается, что объясняется тем, что с увеличением скорости тела отвод тепла движущейся пленкой растет быстрее, чем джоулево тепловыделение в ней. Для $\text{Re} = 1000$ полученные значения хорошо коррелируют с результатами численных расчетов температуры границы рельс–арматура, представленными в следующем разделе. В то же время для $\text{Re} = 300$ значения температуры в табл. 8 оказываются в два раза выше и в одном варианте даже превышают температуру плавления арматуры. Таким образом, в отличие от рельса при $\text{Re} = 300$ скорости движения пленки оказывается недостаточно для отвода выделяющегося тепла и его излишек

Таблица 6. Значение $\int_0^{0.9997} |j|^2 dx$ при $z = 0$ в рельсе, пленке и арматуре

Варианты	Re = 300			Re = 1000		
	в рельсе	в пленке	в арматуре	в рельсе	в пленке	в арматуре
1А	70.2	—	46.3	190	—	121
2А	73.3	22.5	44.0	206	53.4	112
3А	79.6	18.8	34.6	240	44.0	83.8
4А	85.9	12.2	22.6	274	24.7	47.5
5А	92.4	7.7	13.8	301	14.0	26.1
6А	104	2.9	4.5	339	5.5	9.5

будет отводиться в рельс теплопроводностью. Однако это будет иметь место лишь для пленок с достаточно высокой теплопроводностью, когда применимо допущение о постоянстве температуры поперек пленки. В противном случае джоулево тепловыделение в пленке при относительно невысоких скоростях движения тела окажется главной причиной расплавления арматуры. Необходимо отметить также, что в настоящих расчетах мы предполагали, что средняя скорость пленки в два раза меньше скорости рельса. Для толстых пленок это допущение является слишком грубым и средняя скорость таких пленок будет, по-видимому, меньше отличаться от скорости рельса.

Таким образом, в случае высокорезистивных пленок их температура может быть сравнима с температурой арматуры. При этом зависимость температуры пленки от ее контактного сопротивления оказывается немонотонной. В связи с этим интересно опять рассмотреть предельное распределение магнитного поля при $D_f \rightarrow \infty$. В этом случае с учетом (8D) будем иметь $|\vec{j}|_{\max}^2 = 1$ и $J = 1 + (D_r/D_f)(\text{Re}/\pi)x$. Учитывая

оценку для D_f из работы [2], вторым слагаемым в J можно пренебречь. В результате максимальное значение температуры в пленке в момент времени $t = 1$ будет равно $T_{\max, \text{film}} = 0.38 D_f / \text{Re}$. Подставляя сюда оценку для D_f из [2], получим $T_{\max, \text{film}} = 0.19(1 + 3.1/\varepsilon_1 \sqrt{\text{Re}})$. Полученный результат достаточно удивителен, поскольку с одной стороны, при $\text{Re} \rightarrow \infty$ температура пленки оказывается существенно ниже температуры арматуры, а с другой, при уменьшении магнитного числа Рейнольдса температура пленки возрастает. Последнее в принципе согласуется с данными табл. 8. Следовательно, влияние пленки на нагрев арматуры может иметь немонотонный характер и быть максимальным при некотором удельном сопротивлении пленки и некотором конечном числе Рейнольдса. Необходимо обратить внимание также на следующее обстоятельство. Поскольку модуль плотности тока в пленке определяется z -компонентой тока, то в вариантах 2В-5В и 2С-5С, где за счет введения резистивных слоев в арматуре указанная компонента тока была существенно уменьшена, можно ожидать значительного уменьшения температуры пленки.

в) Влияние переноса тепла из арматуры в рельс на температуру границы рельс-арматура. Проведенный анализ не учитывал переноса тепла из арматуры в рельс за счет теплопроводности. Для получения оценки данного процесса воспользуемся условием баланса тепловых потоков на границе рельс-арматура, которое может быть записано в виде

$$\sqrt{\text{Re}} \frac{T_{\text{bound}} - T_{r, \infty}}{\delta_r} = \frac{\lambda_a T_{a, \infty} - T_{\text{bound}}}{\lambda_r \delta_T},$$

где $T_{r, \infty}$ и $T_{a, \infty}$ — максимальные значения температуры на границе в рельсе и арматуре, вычисленные без учета теплопроводности, T_{bound} — температура этой границы, δ_r — толщина температурного слоя в рельсе равная $\sqrt{\delta_{VSL} a_r / D_r}$.

Из сказанного выше следует, что $T_{a, \infty} = 1$, а $T_{r, \infty} = r_1 \int_0^1 J(x', 0) dx'$. В качестве оценки для δ_{VSL} можно взять либо значение толщины скоростного скин-

Таблица 7. Максимальная температура в рельсе без учета теплопроводности

Варианты	Re = 300	Re = 1000
1А	0.025	0.020
2А	0.026	0.022
3А	0.028	0.025
4А	0.030	0.029
5А	0.033	0.032
6А	0.037	0.036

Таблица 8. Максимальная температура в пленке без учета теплопроводности

Варианты	Re = 300	Re = 1000
2А	0.248	0.177
3А	0.207	0.146
4А	0.560	0.341
5А	1.178	0.644
6А	0.443	0.254

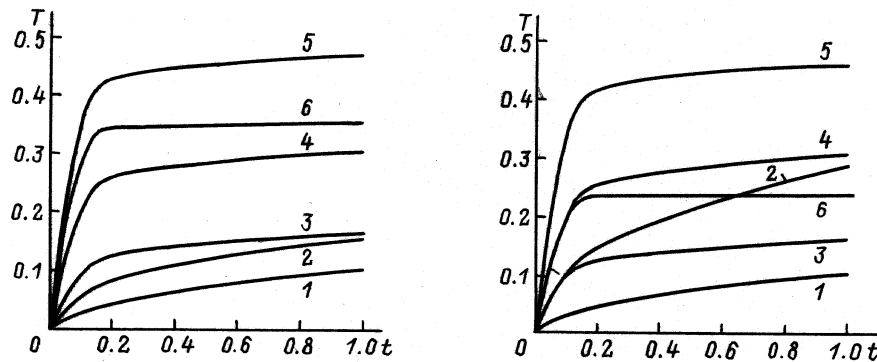


Рис. 1. Зависимость максимальной температуры границы рельс–арматура от времени для однородной арматуры: слева $Re = 300$, справа — 1000; 1–6 — варианты 1А–6А соответственно.

слоя из работы [1], либо воспользоваться оценкой

$$\delta_{VSL} = \frac{1}{\max J} \int_0^1 J(x', 0) dx'.$$

Последняя является, по-видимому, более точной. В качестве примера рассмотрим вариант 1А (без пленки) при $Re = 1000$. В этом случае $T_{r,\infty} = 0.020$, а δ_{VSL} равно 0.0025. В результате получим, что благодаря переносу тепла из арматуры в рельс температура границы рельс–арматура оказывается равной $T_{\text{bound}} = 0.117$, т.е. существенно меньше температура плавления и, следовательно, плавление поршня начнется во внутренних точках, отстоящих от границы на расстоянии толщины температурного пограничного слоя. Полученное значение температуры достаточно хорошо коррелирует с результатами численных расчетов, приводимыми ниже.

г) Влияние вязкой диссипации в пленке на температуру границы рельс–арматура. Оценка влияния вязкой диссипации на температуру границы рельс–арматура может быть получена аналогично тому, как это было сделано в предыдущем разделе. Полагая безразмерную толщину пограничного слоя в арматуре равной $\delta_a = \sqrt{\pi\beta_T t}$, а в рельсе — $\delta_r = \sqrt{\pi a_r t / D_r r_2}$, используя условие (8А) и пренебрегая джоулевым нагревом, для температуры границы рельс–арматура будем иметь следующее выражение:

$$T_{\text{bound}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_2 \sqrt{t}}{s_4 \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{\beta_T}} + \frac{\lambda_r}{\lambda_a} \sqrt{\frac{a_r}{D_r R e r_2}}}. \quad (13)$$

В качестве примера рассмотрим вариант 2А при $Re = 1000$. В этом случае $r_2 = 11.6$, а $s_4 = 316$. В результате при $t = 1$ получим $T_{\text{bound}} = 0.156$, что опять же достаточно хорошо согласуется с результатами численных расчетов. Таким образом, даже в случае тонких пленок ($\varepsilon = 10^{-4}$) вязкая диссипация не успевает существенно нагреть границу рельс–арматура за время до начала плавления арматуры под действием джоулевой диссипации и, следовательно, введение жидкой смазки действительно позволяет существенно ослабить фрикционный нагрев. Тем не менее если скоростной скин-

эффект устраняется путем использования резистивного покрытия рельса, а жидкая пленка используется лишь в качестве смазки, то в случае тонких пленок вязкая диссипация окажется одним из основных процессов, определяющих начало плавления арматуры. Действительно, если пренебречь в (8А) временной производной, то с учетом (10) в случае равномерно ускоренного движения вместо формулы (13) нетрудно получить следующее выражение:

$$T_{\text{bound}} = 1.05 \cdot 10^{-7} \frac{a^{3/4} L^{5/4} t a_a^{1/2}}{\varepsilon_1 D_r^2 \left(1 + \frac{\lambda_r}{\lambda_a} \sqrt{\frac{a_a}{a_r}}\right)},$$

где, напомним, a — ускорение тела, L — длина канала рельсотрона. При $a = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$ и $L = 1 \text{ m}$ получим, что если безразмерная толщина жидкой пленки ε_1 меньше $3 \cdot 10^{-4}$, то температура границы рельс–арматура достигает температуры плавления раньше, чем тело выйдет из канала ускорителя. Если же учесть джоулевое тепловыделение в резистивном покрытии, то окажется, что плавление тела может начаться задолго до его выхода из канала рельсотрона.

д) Численное решение уравнений (6)–(8). Вследствие малости толщины температурного пограничного слоя в арматуре в уравнении (6) можно пренебречь второй производной по координате x . Далее будем искать распределение температуры в арматуре в виде

$$T_a = T_{a1} + T_{a2}, \quad (14)$$

где T_{a2} определяется джоулевым нагревом в арматуре $\partial T_{a2} / \partial t = D_a J$ и, следовательно, $T_{a2} = D_a J t$, а T_{a1} — кондуктивным переносом тепла вблизи границы рельс–арматура

$$\frac{\partial T_{a1}}{\partial t} = \beta_T \frac{\partial^2 T_{a1}}{\partial z_2^2} + \beta_T \frac{\partial^2 T_{a2}}{\partial z_2^2}. \quad (15)$$

Характер распределения джоулевой диссипации в арматуре показывает, что вторым слагаемым в (15) можно пренебречь. В результате для вычисления T_{a1} мы получаем обычную задачу теплопроводности при $t = 0$

$$T_{a1} = 0, \text{ при } z = d \quad T_{a1} = 0$$

$$\frac{\partial T_{a1}}{\partial t} = \beta_T \frac{\partial^2 T_{a1}}{\partial z_2^2}. \quad (16)$$

Аналогично в граничном условии (8А) можно пренебречь производной по z от T_{a2} . В результате это условие принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{a1}}{\partial z} - s_5 \frac{\partial T_r}{\partial z} = s_4 h \left(\frac{\partial T_{a1}}{\partial t} + \frac{\partial T_{a2}}{\partial t} \right) \\ + s_3 \left(\frac{\partial T_{a1}}{\partial x} + \frac{\partial T_{a2}}{\partial x} \right) - h s_1 J - \frac{s_2}{h}. \end{aligned} \quad (17)$$

Система уравнений (7), (8В), (14)–(17) является параболической, и для ее численного решения использовалась схема Кранка–Никольсона. Результаты численного расчета температуры границы рельс–арматура показана на рис. 1–3. Видно, что эти результаты хорошо

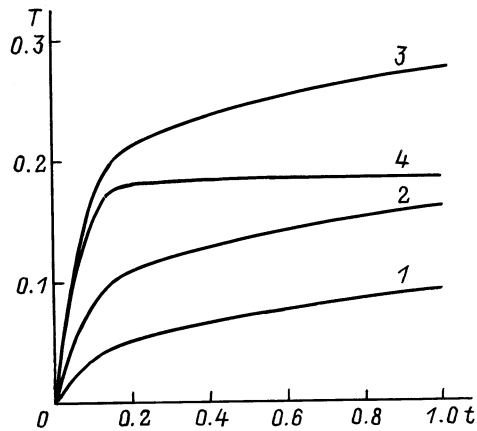


Рис. 2. Зависимость максимальной температуры границы рельс–арматура от времени для арматуры с резистивной вставкой типа шеврон: $Re = 1000$; 1–4 — варианты 3С–6С соответственно.

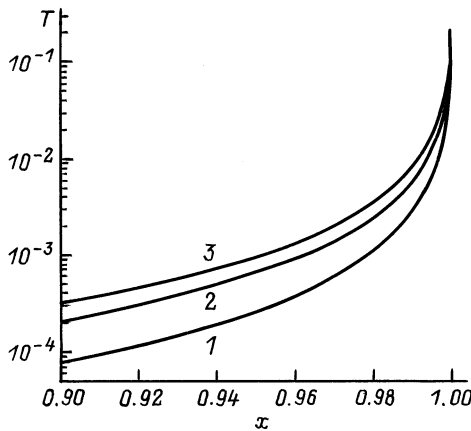


Рис. 3. Распределение температуры вдоль границы рельс–арматура для моментов времени $t = 0.2$ (1), 0.6 (2), 1.0 (3). Вариант 1А (без пленки); $Re = 1000$.

согласуются с анализом, проведенным в предыдущем разделе. Так, при $Re = 1000$, начиная с варианта 3А, температура границы рельс–арматура зависит в основном от джоулева тепловыделения в самой пленке, а отвод тепла в арматуру не превышает 20%. Возрастание температуры при переходе от варианта 1А к варианту 2А связана с довольно значительной вязкой диссипацией, а уменьшение температуры при переходе к варианту 3А — с уменьшением вязкой диссипации из-за увеличения толщины жидкой пленки. Падение температуры при переходе от варианта 5А к 6А связано с тем, что возрастание контактного сопротивления пленки и ослабление скоростного скин-эффекта происходило за счет увеличения толщины пленки, а не за счет увеличения ее сопротивления. Если же, наоборот, при переходе от варианта 5А к варианту 6А толщина пленки осталась бы неизменной, а ее сопротивление увеличилось в эквивалентное количество раз, то максимальная температура пленки существенно возросла бы. Как показывают рис. 1,2, в вариантах 4–6 распределение температуры на границе действительно достаточно быстро достигает стационарного состояния. Во всех рассмотренных случаях температура границы рельс–арматура была существенно ниже температуры внутренних точек арматуры, поскольку джоулево тепловыделение в этих точках существенно превышало суммарное тепловыделение на границе арматуры с рельсом. Однако при более значительном подавлении скоростного скин-эффекта ситуация может измениться и основным источником нагрева арматуры окажется тепловыделение в резистивной пленке и вязкая диссипация. Причем самое интересное, что это явление может возникать на достаточно ранней стадии разгона тела, когда его скорость еще относительно невелика. Интересно отметить также, что в вариантах 3В–5В и 3С–5С температура границы рельс–арматура оказалась заметно ниже, чем в вариантах 3А–5А. Последнее объясняется тем, что резистивные слои в арматуре позволили значительно уменьшить z -компоненту плотности тока на границе рельс–арматура, что в свою очередь привело к уменьшению джоулева тепловыделения в пленке.

Заключение

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

Использование резистивных жидких пленок позволяет существенно уменьшить джоулев нагрев ускоряемого тела. Так, в варианте 6А время начала плавления увеличилось почти на три порядка по сравнению со случаем отсутствия пленки. Однако даже здесь плавление арматуры начнется, когда магнитное число Рейнольдса достигнет значений порядка 400, т. е. скорость превысит 1–1.5 км/с. Для полного подавления скоростного скин-эффекта необходимо, чтобы контактное сопротивление пленки превосходило сопротивление арматуры в напра-

влении, перпендикулярном пленке, на единицу площади в десятки раз.

Хотя джоулево тепловыделение в рельсе заметно превосходит джоулево тепловыделение в арматуре, нагрев рельса собственной джоулевой диссипацией оказывается ничтожным благодаря уносу тепла движущимся рельсом.

Применение резистивного покрытия арматуры не приводит к существенному уменьшению времени начала ее плавления, поскольку эффект увеличения толщины скоростного скин-слоя сводится в основном на нет в результате значительного возрастания сопротивления электрическому току. Аналогично этому применение резистивной вставки типа шеврон также не ведет к заметному уменьшению времени начала плавления арматуры, поскольку вызывает существенное возрастание x -компоненты тока, а следовательно, и джоулевой диссипации в арматуре. С другой стороны, использование указанных покрытий и вставок уменьшает z -компоненту тока, а следовательно, и джоулеву диссипацию в самой пленке.

При больших контактных сопротивлениях пленки ее температура определяется джоулевым тепловыделением в самой пленке. При этом зависимость температуры пленки от магнитного числа Рейнольдса, ее толщины и сопротивления носит немонотонный характер, поскольку определяется двумя конкурирующими процессами: джоулевым нагревом, с одной стороны, и уносом тепла движущейся пленкой, с другой стороны.

В предельном случае полного подавления скоростного скин-эффекта и достаточно больших Re температура пленки оказывается весьма малой. Однако в промежуточных случаях температура пленки может оказаться весьма высокой и превысить температуру плавления арматуры.

Вязкая диссипация не оказывает существенного влияния на температуру границы рельс–арматура в тех случаях, когда плавление арматуры определяется джоулевым тепловыделением в ней. В случае же сильного подавления скоростного скин-эффекта вязкая диссипация наряду с джоулевым тепловыделением в резистивной пленке может стать одним из основных факторов, определяющих величину достижимых скоростей тел в рельсотроне.

Работа выполнена при частичной поддержке DERA (контракт № SMC/4C2061).

Список литературы

- [1] Дробышевский Э.М., Колесникова Э.Н., Юферев В.С. // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 7. С. 103–111.
- [2] Флегонтова Е.В., Юферев В.С. // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 10. С. 109–116.
- [3] Урюков Б.А., Лебедев А.Д., Милев К.К. // Материалы II Всесоюз. семинара по динамике силовоточного дугового разряда в магнитном поле. Новосибирск, 1991. С. 33–71.
- [4] Базилевский В.П., Зяятдинов Р.М., Кареев Ю.А. // Там же. С. 285–303.
- [5] Hsich K.T., Kim B.K. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 237–239.
- [6] Hildenbrand D.J., Rapka J.R., Long B.J. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 74–79.
- [7] Parks P.B. // J. Appl. Phys. 1990. Vol. 67. N 7. P. 3511–3516.
- [8] James T.E. and James D.C. // IEEE Trans. on Magn. 1995. Vol. 31. N 1. P. 162–167.
- [9] Woods L.C. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 152–156.