

Проводимость квантовой проволоки в параллельном магнитном поле

© В.А. Гейлер[¶], В.А. Маргулис

Московский государственный университет им. Н.П. Огарева,
430000 Саранск, Россия

(Получена 1 марта 1999 г. Принята к печати 2 марта 1999 г.)

Исследуется баллистический перенос электронов в трехмерной квантовой проволоке с эллиптическим сечением. Потенциал одночастичного гамильтониана рассматриваемой системы выбран параболическим. Используя формализм Ландауэра–Бюттикера найдено выражение для проводимости (conductance) при нулевой температуре. Показано, что число и ширина ступеней в зависимости проводимости от энергии электрона определяются отношением характеристических частот потенциала. В случае ненулевой температуры показано, что проводимость состоит из двух слагаемых. Первое является монотонным и квадратично зависит от энергии; осциллирующее второе слагаемое дает пилообразные пики. Высота ступенек проводимости равна кванту проводимости, а ширина плато зависит от энергии, поля и отношения частот. Подчеркнем, что картина проводимости весьма чувствительна к отношению гибридных частот.

Как показано в работах [1,2], в трехмерной квантовой проволоке, поперечный размер которой порядка фермиевской длины волны электрона λ_F , зависимость проводимости (conductance) G от энергии электрона ε (или, что физически эквивалентно, от поперечного размера проволоки) имеет ступенчатый характер. Высота каждой ступеньки на зависимости $G(\varepsilon)$ равна "кванту" проводимости $G_0 = 2e^2/h$ (квантование проводимости). На эффект квантования, который возникает при баллистическом транспортном режиме, оказывают влияние два фактора: во-первых, это температура электронного газа, а во-вторых, — геометрия системы. Кроме того, приложенное к проволоке магнитное поле усиливает размерное ограничение электрона в плоскости, что приводит к зависимости от магнитного поля B физической картины эффекта.

Проводимость такой баллистической наноструктуры (квантовой проволоки), связывающей два макроскопических электронных резервуара, можно описать при нулевой температуре, используя формулу Ландауэра–Бюттикера

$$\frac{G}{G_0} = \sum_{\alpha\alpha'} T_{\alpha\alpha'}, \quad (1)$$

где $T_{\alpha\alpha'}$ — вероятность перехода из состояния $|\alpha\rangle$ в состояние $|\alpha'\rangle$. С ростом температуры ступени квантования размываются, поэтому эффект квантования проводимости наблюдается при очень низких температурах $T \simeq 1$ К.

Геометрия квантовой проволоки также сказывается на баллистическом переносе электронов [3–5]. Важное значение имеют как учет конечности длины проволоки, приводящей к отражению электронных мод обратно в наноструктуру [5], так и форма поперечного сечения проволоки [3]. Для описания потенциала, удерживающего электроны внутри проволоки, используются разные модели [6–10]. Однако, как отмечалось в работах [9,11], простое параболическое приближение лучше вписывается в самосогласованную схему, учитывающую кулоновские эффекты, подробно изученные в [11–13].

В настоящей работе изучается баллистический электронный транспорт в квантовой проволоке, помещенной в продольное магнитное поле, в модели параболического потенциала

$$V(x, y) = \frac{m^*}{2}(\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2), \quad (2)$$

где m^* — эффективная масса, а частоты ω_j ($j = 1, 2$) потенциала определяют полуоси эллиптического сечения проволоки $l_j = (1/2)\sqrt{\hbar/m^*\omega_j}$.

Спектр в рассматриваемой модели описывается формулой

$$\varepsilon_\alpha = \hbar\Omega_1(n_1 + 1/2) + \hbar\Omega_2(n_2 + 1/2) + p^2/2m^*. \quad (3)$$

Здесь $\alpha = |p, n_1, n_2\rangle$, p — импульс электрона вдоль оси z , квантовые числа $n_1, n_2 = 0, 1, 2, \dots$; гибридные частоты $\Omega_{1,2}$ даются формулой

$$\Omega_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \omega_c^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2 \pm [(\omega_c^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2)^2 - 4\omega_1^2\omega_2^2]^{1/2} \right\}^{1/2},$$

где ω_c — циклотронная частота.

Коэффициенты $T_{\alpha\alpha'}$ для состояний $|\alpha\rangle$ имеют вид $T_{\alpha\alpha'} = \delta_{n_1 n_1'} \delta_{n_2 n_2'}$. Используя (1), получим для проводимости проволоки при $T = 0$ выражение

$$\frac{G(\varepsilon)}{G_0} = \sum_{n=0}^N \left[\frac{\Omega_1}{\Omega_2} (n + \delta) \right] + N + 1, \quad (4)$$

где N и δ обозначают соответственно целую и дробную части числа $(2\varepsilon - \hbar\Omega_1 - \hbar\Omega_2)/2\hbar\Omega_1$, где ε — энергия электрона. Поскольку $\Omega_1 \neq \Omega_2$, с изменением ε или B изменяется и величина $\Omega_1\delta/\Omega_2$, а значит, изменяется как число слагаемых, так и их величина. Следовательно, ширина плато и число ступенек в зависимости $G(\varepsilon)$ зависят от соотношения частот в потенциале (2) и величины магнитного поля. Этот результат показан на рис. 1, 2 сплошной линией.

[¶] E-mail: geyley@mrsu.ru

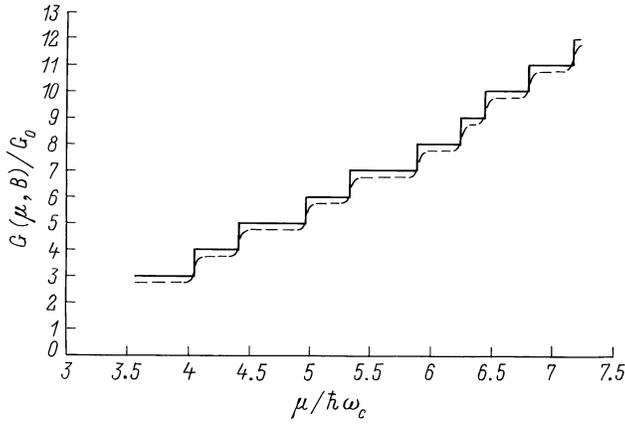


Рис. 1. Зависимость проводимости от химического потенциала μ . Параметры расчета: $\Omega_1 = 1.7 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $\Omega_2 = 0.83 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $B = 3 \text{ Тл}$; сплошная линия — $T = 0 \text{ К}$; штриховая линия — $T = 1 \text{ К}$.

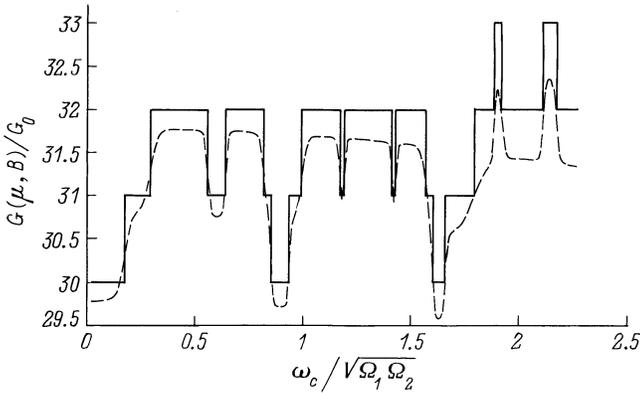


Рис. 2. Зависимость проводимости от магнитного поля. Химический потенциал $\mu = 10^{-13} \text{ эрг}$.

Рассмотрим теперь тепловую размазку ступенек проводимости. Для расчета воспользуемся следующим наблюдением. Число квантов проводимости для электрона с энергией ε равно числу электронных состояний с энергией меньше или равной ε для двумерного газа осцилляторов с частотами Ω_1, Ω_2 . Классическая статистическая сумма для такого газа имеет вид [14]

$$Z^{-1} = 4 \sinh\left(\frac{\hbar\Omega_1}{2T}\right) \sinh\left(\frac{\hbar\Omega_2}{2T}\right). \quad (5)$$

Число состояний $\nu(\varepsilon) = G/G_0$ можно выразить через статистическую сумму (5) по формуле, следующей из [14]:

$$\nu(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} Z(\zeta) e^{\varepsilon\zeta} \frac{d\zeta}{\zeta}, \quad (6)$$

где $\alpha > 0$, $\zeta = 1/T$. Из (6) видно, что интеграл здесь определяется полюсами, лежащими на мнимой оси. При соизмеримых частотах полюса будут кратными в

точках $n\Omega_1 = m\Omega_2$, где n и m — целые числа, а при несоизмеримых частотах все полюса простые. Поскольку вещественное число с вероятностью 1 иррационально, далее мы ограничимся актуальным случаем, когда частоты несоизмеримы. В этом случае вычисление интеграла (6) дает для $\nu(\varepsilon) = G(\varepsilon, 0)$ выражение

$$\frac{G(\varepsilon, 0)}{G_0} = \frac{1}{2\pi\hbar^2\Omega_1\Omega_2} \left(\varepsilon^2 - \frac{\hbar^2\Omega_1^2 + \hbar^2\Omega_2^2}{4} \right) + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left[\frac{\cos(2\pi\varepsilon/\hbar\Omega_1)}{\sin(\pi n\Omega_2/\Omega_1)} + \frac{\cos(2\pi\varepsilon/\hbar\Omega_2)}{\sin(\pi n\Omega_1/\Omega_2)} \right]. \quad (7)$$

Здесь ряд Фурье определяется вкладом от полюсов на мнимой оси, а первое слагаемое в (7) — вкладом полюса 3-го порядка в нуле. Разложение проводимости в ряд Фурье удобно для учета зависимости проводимости от температуры

$$\frac{G(\varepsilon, T)}{G_0} = \int_0^{\infty} G(\varepsilon, 0) \frac{\partial f}{\partial \mu} d\varepsilon, \quad (8)$$

где $f(\varepsilon)$ — функция Ферми. Полагая, что химический потенциал электронного газа в проволоке $\mu \gg T$, из (8) получим

$$\frac{G(\mu, T)}{G_0} = \frac{1}{2\hbar^2\Omega_1\Omega_2} \left[\mu^2 + \frac{\pi^2 T^2}{3} - \frac{1}{4} \hbar^2 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) \right] + \pi T \times \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left[\frac{1}{\hbar\Omega_1} \frac{\cos(2\pi n\mu/\hbar\Omega_1)}{\sinh(2\pi^2 nT/\hbar\Omega_2) \sin(\pi n\Omega_2/\Omega_1)} + \frac{1}{\hbar\Omega_2} \frac{\cos(2\pi n\mu/\hbar\Omega_2)}{\sinh(2\pi^2 nT/\hbar\Omega_2) \sin(\pi n\Omega_1/\Omega_2)} \right]. \quad (9)$$

Зависимости, построенные по формуле (9), показаны на рис. 1 и 2 штриховыми линиями. На этих графиках видно, что тепловое размытие приводит к наклону плато ступенек проводимости и сглаживанию порогов.

Как следует из формулы (4) и рис. 1, 2, высота ступенек проводимости для любого соотношения частот равна кванту проводимости, а длина плато изменяется в зависимости от величины энергии магнитного поля и соотношения частот. Число ступенек на одном и том же интервале энергий (или же на интервале значений поля) зависит как от положения интервала на соответствующей оси, так и от соотношения частот $\omega_{1,2}$. Таким образом, относительно небольшое изменение поля (или частот) может приводить к принципиальному изменению картины кондактанса (см. рис. 1, 2). Кроме того, при $T \neq 0$ плато ступенек слегка смещены вниз и приобретают наклон.

Отметим, что использование формул (7), (9) вместо обычно используемых стартовых выражений (4), (8) более удобно для анализа. Действительно, в (7) и (9) выделены монотонная часть зависимости $G(\varepsilon)$ и осциллирующая часть — ряды в (7) и (9), состоящие из пилообразных пиков, которые и дают ступеньки. С ростом

температуры ряды быстро убывают. При $T > 10$ К монотонная часть на 2–3 порядка больше осциллирующей, и в этой области температур ступеньки сглажены.

Работа поддержана грантами РФ, Министерства общего и профессионального образования РФ и программой "Университеты России — фундаментальные исследования".

Список литературы

- [1] U. Landman, W.D. Luedtke, N.A. Burnham et al. *Science*, **248**, 454 (1990).
- [2] Е.Н. Богачек, А.М. Загоскин, И.О. Кулик. *ФНТ*, **16**, 1404 (1990).
- [3] C.J. Ford, S. Washburn, M. Buttiker et al. *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 2724 (1989).
- [4] E.N. Bogachek, A.G. Scherbakov, U. Landman. *Phys. Rev. B*, **56**, 14917 (1977).
- [5] E. Tekman, S. Ciraci. In: *Science and Engineering of One and Zero-dimensional Semiconductors*. Ed: Beaumont et al. (Plenum Press, N.Y. etc., 1991) p. 99.
- [6] C.S. Chu, R.S. Sorbello. *Phys. Rev. B*, **40**, 5941 (1989).
- [7] M. Buttiker. *Phys. Rev. B*, **40**, 7906 (1990).
- [8] T. Martin, S. Feng. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 1971 (1990).
- [9] C.W.J. Beenakker, H. Van Houten. In: *Solid State Physics*. Ed: H. Ehrenreich and D. Turnbull (Academic Press, N.Y., 1991) vol. 44, p. 83.
- [10] B.J. Van Wees, H. Van Houten, C.W.J. Beenakker et al. *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 848 (1988).
- [11] В.Б. Шикин. *ЖЭТФ*, **101**, 1599 (1992).
- [12] В.Б. Шикин. *Письма ЖЭТФ*, **50**, 188 (1989).
- [13] В.Б. Шикин, Т. Демель, Д.Т. Хайтман. *ЖЭТФ*, **96**, 1406 (1989).
- [14] V.A. Geyler, V.A. Margulis. *Phys. Rev. B*, **55**, 2543 (1997).

Редактор Т.А. Полянская

Conductance of quantum wires in a parallel magnetic field

V.A. Geyler, V.A. Margulis

Mordovian State University,
430000 Saransk, Russia