

Корреляционные свойства стохастической магнитной структуры ультрадисперсных ферромагнетиков

© А.А. Иванов, В.А. Орлов, Г.О. Патрушев

Красноярский государственный педагогический университет,
660049 Красноярск, Россия

(Поступила в Редакцию 18 декабря 1998 г.)

Исследованы свойства стохастической магнитной структуры ультрадисперсных ферромагнетиков. Аналитически рассчитаны коэффициенты корреляции намагниченности магнетиков с присутствием различного типа хаоса в поле анизотропии. Проведено сравнение влияния различных типов беспорядка на параметры стохастической магнитной структуры. Представлены результаты численного эксперимента, проведенного различными методами, подтверждающего теоретические результаты.

Мотивы интенсивного изучения ультрадисперсных магнетиков и многослойных структур имеют как общефизические, так и практические аспекты. В частности, подобные материалы открывают широкие перспективы в создании высокочастотных носителей информации. Способы теоретического изучения магнетиков с неоднородностями в поле анизотропии разнообразны: методы микромагнетизма, спектральный анализ, спин-волновая теория и т.д. Каждый из перечисленных подходов имеет свои преимущества и недостатки. К примеру, методом микромагнетизма проблематично исследовать динамические свойства магнетиков, в спектральном анализе существенные трудности возникают при рассмотрении нестационарных процессов, а спин-волновая теория нередко приводит к вычислительным проблемам. Выбор исследователями того или иного метода в качестве инструмента диктуется спецификой решаемых задач. Вместе с тем при рассмотрении некоторых проблем предпочтение отдается естественным для данного класса задач подходам, исходящим, что называется, из "первых принципов" исследуемого явления. В частности, при рассмотрении свойств стохастической магнитной структуры (СМС) плодотворными являются методы микромагнетизма (см., напр., [1–4] и библиографию) и методы спектрального анализа (напр. [5,6]). Для проверки аналитически полученных результатов часто используется численное моделирование [1,2]. В настоящей работе предлагается исследование свойств СМС с точки зрения корреляционной теории случайных процессов.

1. Корреляционные свойства намагниченности

Рассмотрим одномерную слоистую модель ферромагнетика (рис. 1). Магнитные свойства слоев одинаковы и характеризуются константой анизотропии K и константой обмена A . В приближении большого обмена (по сравнению с энергией кристаллографической анизотропии) в [2] была получена система нелинейных уравнений, описывающая равновесное положение намагниченности рассматриваемого мультислойного образца

конечных размеров

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{x_2 - x_1} &= \frac{1}{2\delta_0^2} (x_2 - x_1) \sin(\vartheta_2 + \vartheta_1 - 2\alpha_1), \\ \frac{\vartheta_3 - \vartheta_2}{x_3 - x_2} - \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{x_2 - x_1} &= \frac{1}{4\delta_0^2} (x_3 - x_2) \sin(\vartheta_3 + \vartheta_2 - 2\alpha_2) \\ &\quad + \frac{1}{4\delta_0^2} (x_2 - x_1) \sin(\vartheta_2 + \vartheta_1 - 2\alpha_1), \\ \frac{\vartheta_{n+1} - \vartheta_n}{x_{n+1} - x_n} - \frac{\vartheta_n - \vartheta_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} &= \frac{1}{4\delta_0^2} (x_{n+1} - x_n) \\ &\quad \times \sin(\vartheta_{n+1} + \vartheta_n - 2\alpha_n) \\ &\quad + \frac{1}{4\delta_0^2} (x_n - x_{n-1}) \sin(\vartheta_n + \vartheta_{n-1} - 2\alpha_{n-1}), \\ -\frac{\vartheta_{N+1} - \vartheta_N}{x_{N+1} - x_N} &= \frac{1}{2\delta_0^2} (x_{N+1} - x_N) \\ &\quad \times \sin(\vartheta_{N+1} + \vartheta_N - 2\alpha_N), \end{aligned} \quad (1)$$

здесь N — количество слоев в образце, x_n — координаты межслойных границ, ϑ_n — полярные углы намагниченности на границах слоев, α_n — полярные углы направления локальных осей анизотропии (ЛЮА) (см. рис. 1), $\delta_0 = \sqrt{A/K}$ — характерный корреляционный радиус действия обменных сил.

Детальное исследование СМС таких магнетиков [7] показало, что намагниченность имеет блочную структуру, т.е. разбивается на слабо взаимодействующие области квазиоднородной намагниченности. Эффективные параметры блоков, такие как ширины, эффективные константы анизотропии, направления эффективных осей анизотропии и т.п. детально исследовались в ранних работах авторов. Вместе с тем следует подчеркнуть, что прежний анализ подобных неоднородных моделей проводился в предположении стационарности и эргодичности процессов разворота намагниченности. В действительности, как будет показано далее, случайный процесс подстройки намагниченности под неоднородности поля анизотропии в общем случае может и не быть пространственно стационарным.

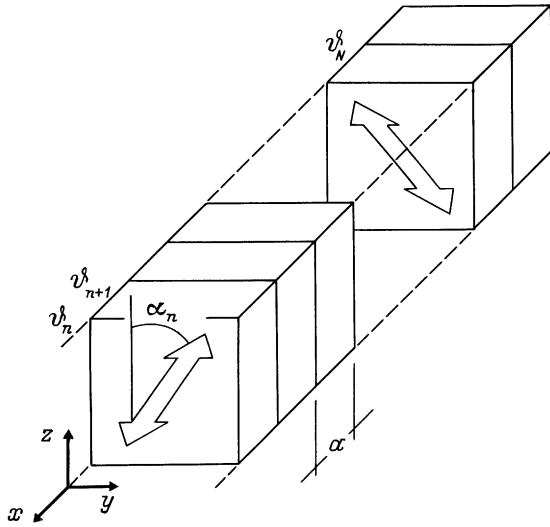


Рис. 1. Модель слоистого магнетика. ϑ, α — полярные углы намагниченности и локальных осей анизотропии соответственно.

При анализе корреляционных свойств СМС рассматриваемого мультислойного магнетика удобно пользоваться представлением уравнений (1) в виде стохастического дифференциального уравнения. Действительно, система (1) представляет собой не что иное, как разностный вид уравнения

$$\frac{d^2\vartheta(x)}{dx^2} = \frac{1}{2\delta_0^2} \sin(2\vartheta(x) - 2\alpha(x)). \quad (2)$$

В случае $\langle a \rangle \ll \delta_0$, где $\langle a \rangle$ — средняя ширина слоя, корреляцией между направлением локальной оси анизотропии и намагниченностью можно пренебречь. Распределение намагниченности описывается плавной функцией $\vartheta(x)$: на больших по сравнению с шириной слоя расстояниях она меняется слабо. С учетом вышесказанного уравнение (2) можно упростить и переписать в следующем виде:

$$\frac{d^2\vartheta(x)}{dx^2} = -\frac{1}{2\delta_0^2} \sin(2\alpha(x)). \quad (3)$$

Общим решением задачи Коши для уравнения (3) при нулевых начальных условиях является функция

$$\vartheta(x) = \frac{1}{2\delta_0^2} \int_0^x t \sin(2\alpha(t)) dt - \frac{1}{2\delta_0^2} x \int_0^x \sin(2\alpha(t)) dt. \quad (4)$$

Поскольку уравнение (3) описывает нестационарный случайный процесс [8], корреляционная функция, часто используемая в спектральном анализе (см., напр., [9]), не является адекватной характеристикой связи намагниченности в различных участках магнетика. В нашем случае удобно пользоваться коэффициентом корреляции (КК),

который имеет вид

$$r(x, \xi) = \frac{\langle \vartheta(x)\vartheta(x + \xi) \rangle}{\sqrt{\langle (\vartheta(x))^2 \rangle \langle (\vartheta(x + \xi))^2 \rangle}}. \quad (5)$$

Расчет КК (5) не представляет труда (см., напр., [10]), если задана корреляционная функция неоднородностей (КФН)

$$\psi(x, x + \xi) = \langle \sin(2\alpha(x)) \sin(2\alpha(x + \xi)) \rangle. \quad (6)$$

В таблице по результатам работы [11] представлены КФН для моделей на основе слоистого магнетика с различным видом хаоса в поле анизотропии. В первой строке таблицы представлены результаты для слоистого магнетика с неизменной шириной слоя и случайным симметричным распределением полярных углов локальных осей анизотропии вокруг выделенного направления. Во второй строке — результаты для слоистого магнетика с чередующимся направлением ЛОА соседних слоев ($\pm\alpha_0$) и со случайными, распределенными по биномиальному закону, ширинами слоев. И наконец, в третьей строке — параметры слоистого магнетика со случайным направлением ЛОА и со случайными ширинами слоев.

Функции ψ характеризуют стационарные эргодические процессы [12], поэтому КФН зависят только от разности координат ξ , но не от x . Следует отметить, что хотя $\psi(\xi)$ для разных типов беспорядка существенно отличаются, численный эксперимент показал, что функциональные зависимости корреляционной функции намагниченности трех моделей неразличимы (отличия только в численных коэффициентах) [11]. Действительно, и для нестационарных процессов подстройки намагниченности коэффициент корреляции (5) во всех трех случаях, представленных в таблице, принимает одинаковый вид

$$r(x, \xi) = \frac{1 + (3/2)(\xi/x)}{[1 + (\xi/x)]^{3/2}}, \quad (7)$$

при x и ξ , содержащих в себе более одного слоя.

В случае нестационарности процесса подстройки намагниченности под неоднородности поля анизотропии возникает вопрос об определении блока как области намагниченности, которая при перемагничивании вращающимся полем ведет себя независимо от соседних подобных областей [1]. Действительно, как показал численный эксперимент, моделирующий нестационарный процесс (см. далее), блоков в таком их понимании не наблюдается. Однако и в этом случае существует некая характерная корреляционная длина квазиоднородности δ_s , которая должна соответствовать ранее проведенным оценкам в предположении стационарности рассматриваемых процессов [1,2]. Определим зависимость δ_s от $\langle a \rangle$ из уравнения

$$Q(x, \xi) = f(\mu). \quad (8)$$

Здесь $f(\mu)$ — некая функция, зависящая от степени текстурованности магнетика $\mu = \langle \cos(2\alpha) \rangle$, $Q(x, \xi) = \langle (\vartheta(x + \xi) - \vartheta(x))^2 \rangle$ — структурная функция

Корреляционные функции неоднородностей $\psi(\xi)$ и структурные функции намагниченности $Q(\xi)$ магнетиков с различным типом беспорядка в поле анизотропии

Тип хаоса в поле анизотропии	Статистические характеристики $\psi(\xi), Q(\xi)$ при $\xi > 0$
1. Магнетик с ориентационным хаосом в поле анизотропии (пространственный беспорядок отсутствует).	$\psi(\xi) = \langle \sin^2(2\alpha) \rangle \left[1 - \frac{\xi}{a} \right] \text{ при } \xi < a$ <p>и $\psi(\xi) = 0$ при $\xi > a$,</p> $Q(\xi) = \frac{a}{4\delta_0^4} \langle \sin^2(2\alpha) \rangle \left[x\xi^2 + \frac{1}{3}\xi^3 \right]$
2. Магнетик с чередующимися направлениями ЛОА соседних слоев и пространственным беспорядком в поле анизотропии.	$\psi(\xi) = \sin^2(2\alpha_0) \exp\left(-\frac{\xi}{\langle a \rangle / 2}\right),$ $Q(\xi) = \frac{\langle a \rangle}{2\delta_0^4} \sin^2(2\alpha_0) \left[x\xi^2 + \frac{1}{3}\xi^3 \right]$
3. Магнетик с присутствием ориентационного и пространственного беспорядка в поле анизотропии.	$\psi(\xi) = \langle \sin^2(2\alpha) \rangle \exp\left(-\frac{\xi}{\langle a \rangle}\right)$ $Q(\xi) = \frac{\langle a \rangle}{4\delta_0^4} \langle \sin^2(2\alpha) \rangle \left[x\xi^2 + \frac{1}{3}\xi^3 \right]$

намагниченности, значения которой для рассматриваемых случаев приведены в таблице (расчет проводился простой подстановкой в Q решения (4)). Для оценки ширины области квазиоднородной намагниченности логично положить $f(\mu)$, равной дисперсии направлений локальных осей анизотропии. Другими словами, подберем такое расстояние ξ , на котором дисперсия разворота намагниченности сравнивается с дисперсией флуктуаций полярных углов ЛОА. С другой стороны, расстояние δ_s с точностью до численного множителя должно совпадать с характерным интервалом спадающего коэффициента корреляции.

Для примера рассмотрим первый случай из таблицы. В этом случае (8) преобразуется к виду

$$\frac{\langle a \rangle}{4\delta_0^4} \left[x\delta_s^2 + \frac{1}{3}\delta_s^3 \right] = \frac{\langle \alpha^2 \rangle}{\langle \sin^2(2\alpha) \rangle}. \quad (9)$$

Неопределенный параметр x , входящий в (9), есть не что иное как координата смены асимптотик степенной зависимости Q от ξ .

При оценочных расчетах можно положить $x = 0$, т.е. рассматривать разворот намагниченности от края образца. Тогда из (9) будем иметь

$$\delta_s \approx \sqrt[3]{2\pi^2\delta_0^4/\langle a \rangle}. \quad (10)$$

Аналогичный расчет проводится для второй и третьей модели.

Следует отдельно подчеркнуть, что функциональная зависимость δ_s от $\langle a \rangle$, определяемая из уравнения (9), не зависит от степени текстурованности магнетика. Несмотря на наличие текстуры в распределении локальных осей анизотропии [1], намагниченность тем не менее имеет характерное расстояние спадающего КК, зависящее от $\langle a \rangle$ по степенному закону с показателем степени $-1/3$.

Заметим, что полученное δ_s с точностью до числового коэффициента совпадает с оценками, проведенными в [2] другими методами.

В соответствии с рассчитанными ширинами блоков можно переписать выражение для КК (7)

$$r(\delta_s, \xi) = \frac{1 + (3/2)(\xi/\delta_s)}{[1 + (\xi/\delta_s)]^{3/2}}. \quad (11)$$

Вид функции r для трех исследуемых моделей будет отличаться лишь скоростью спадающего корреляционной связи, за которую отвечает характерная корреляционная длина (10).

Следует отметить замечательный факт катастрофического изменения функциональной зависимости r от ξ при переходе от нестационарного случайного процесса к стационарному. Действительно, из [11] видно, что при больших ξ асимптотикой спадающего r является функция вида $\frac{3}{2}\sqrt{\delta_s/\xi}$, а вовсе не экспонента [9,11]. В чем заключена физика смены нестационарности на стационарность, будет рассмотрено далее.

2. Компьютерное моделирование

Моделирование стохастического магнетика проводилось методом синхронной динамики, который в нашем случае сводился к численному решению системы нелинейных уравнений (1) методом простых итераций. Проверка на устойчивость полученных в результате распределений намагниченности проводилась по методу, подробно изложенному в [13]. На рис. 2 представлено характерное распределение намагниченности, полученное при однородной начальной затравке: $\vartheta_1^{(0)} = \vartheta_2^{(0)} = \dots = \vartheta_n^{(0)} = \dots = \vartheta_{N+1}^{(0)}$. Уже из визуального наблюдения можно сделать вывод о стационарности и эргодичности процесса $\vartheta(x)$. Действительно, при расчете дисперсии намагниченности, корреляционной функции и других статистических характеристиках усреднение по ансамблю полученных реализаций и усреднение по координате x давали одинаковые значения.

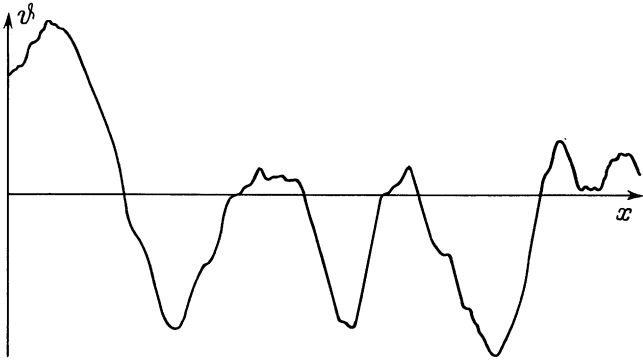


Рис. 2. Характерное распределение намагниченности, полученное методом простых итераций из однородной затравки.

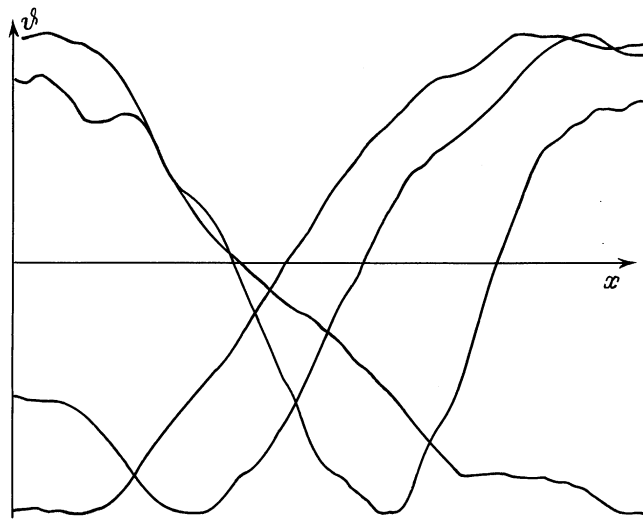


Рис. 3. Характерные распределения намагниченности, полученные методом стрельбы.

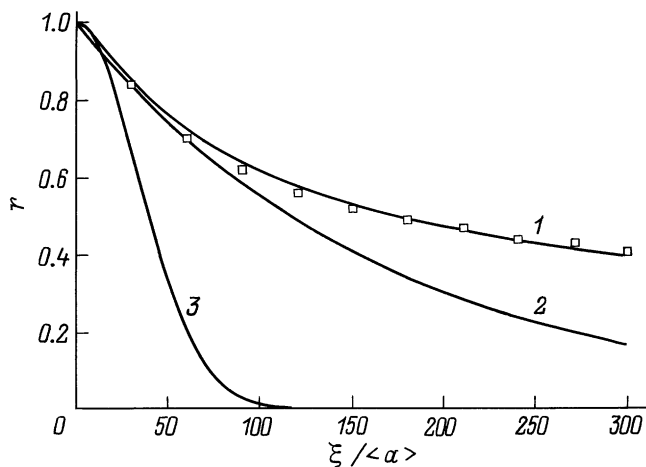


Рис. 4. Функциональная зависимость коэффициента корреляции от числа слоев. График 1 — функция (11), график 2 — экспоненциальная зависимость: $r = \exp(-\xi/\delta_s)$, график 3 — зависимость по гауссу: $r = \exp(-\xi^2/\delta_s^2)$. Отдельными точками показана зависимость $r(\xi)$ по результатам численного моделирования.

Помимо прочего, было проведено численное решение системы (1) как задачи Коши, т.е. последовательным решением нелинейных уравнений с последующей проверкой на удовлетворение последнего уравнения системы. Характерные распределения намагниченности, полученные в этом методе представлены на рис. 3. Важно заметить, что данный метод позволяет получить нестационарные решения. Выводы о существовании характерной длины квазиоднородности и неэкспоненциальной асимптотики коэффициента корреляции в нестационарном процессе подтверждаются моделированием магнетика именно этим методом (см. рис. 4).

Следует отметить, что результаты двух рассмотренных методов: простых итераций ("спуска по полю" [1]) и задачи Коши, по-видимому, реализуются в реальных магнетиках. Действительно, оба подхода имеют в своей основе реально протекающие физические процессы. Решение нелинейности системы (1) итерационным методом из однородной затравки или методом "спуска по полю" моделирует реальное намагничивание магнетика до насыщения с последующим выключением внешнего поля и свободным падением намагниченности в равновесное состояние. Численное решение системы (1) как задачи Коши напоминает процесс подстройки намагниченности под неоднородности анизотропии на этапе последовательного напыления слоев (при изготовлении пленки без внешнего магнитного поля). Очевидно, что процесс подстройки намагниченности под неоднородности поля анизотропии из нестационарного превращается в стационарный, если магнетик после изготовления побывал в сильном внешнем магнитном поле. При этом корреляционные свойства СМС мультислойного образца принципиально изменились. В частности, сменилась функциональная зависимость коэффициента корреляции от координаты; дисперсия разворотов намагниченности при $x \rightarrow \infty$ устремилась к определенному конечному пределу (в отличие от нестационарного процесса); проявились блоки, которые во вращающемся внешнем поле перемагничиваются независимо друг от друга и т.п.

Таким образом, на основе одномерной слоистой модели ферромагнетика получены следующие результаты.

1) Аналитически показано, что функциональная зависимость коэффициента корреляции стохастической магнитной структуры ферромагнетиков неизменна при различных типах хаоса в поле анизотропии (пространственном или ориентационном).

2) Рассчитан характерный корреляционный радиус СМС в случае нестационарности процесса подстройки намагниченности под неоднородности поля анизотропии.

3) На основе компьютерного моделирования продемонстрирована возможность реализации как стационарного, так и нестационарного процессов подстройки намагниченности под неоднородности поля анизотропии. Кроме того, дано физическое толкование смены нестационарности на стационарность с точки зрения реально протекающих процессов намагничивания.

Список литературы

- [1] А.А. Иванов, Г.О. Патрушев. ФММ **84**, 4, 35 (1997).
- [2] А.А. Иванов, В.А. Орлов, Г.О. Патрушев. ФММ **84**, 2, 47 (1997).
- [3] Е.В. Сеницын, И.Г. Бострем. ЖЭТФ **85**, 2(8), 661 (1983).
- [4] S. Nieber, H. Kronmuller. Phys. Stat. Sol. (b) **153**, 367 (1989).
- [5] В.А. Игнатченко. ЖЭТФ **54**, 1, 303 (1968).
- [6] В.А. Игнатченко, Р.С. Исхаков. ФММ **6**, 75 (1992).
- [7] А.А. Иванов, Г.О. Патрушев. Тез. 14-го Всесоюзного координационного совещания по физике магнитных явлений. Иркутск (1991). 28 с.
- [8] В.Н. Тутубалин. Теория вероятностей и случайных процессов. Изд-во МГУ, М. (1992). 400 с.
- [9] V.A. Ignatchenko, Y.I. Man'kov. Phys. Rev. **B56**, 1, 194 (1997).
- [10] С.М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. Случайные процессы. Ч. I. Наука, М. (1976). 496 с.
- [11] А.А. Иванов, В.А. Орлов, Г.О. Патрушев. ФММ **85**, 6, 138 (1998).
- [12] А.Г. Горяинов, В.И. Тихонов. Статистическая радиотехника. Примеры и задачи. Сов. радио, М. (1980). 544 с.
- [13] М.А. Почернин. Деп. в ВИНТИ рег. № 04.04.90, 1830-В90. Иркутский пед. ин-т, Иркутск (1990). 16 с.