# Неоднородные магнитострикционные состояния в однооосных ферромагнитных пленках

#### © Ю.И. Беспятых, И.Е. Дикштейн

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук, 141120 Фрязино, Московская обл., Россия E-mail: ied316@ire216.msk.su

#### (Поступила в Редакцию 21 сентября 1998 г.)

Исследованы поверхностные магнитоупругие волны Лява и неоднородные распределения намагниченности и упругих деформаций в одноосной ферромагнитной пленке на массивной немагнитной подложке в касательном внешнем магнитном поле. Предсказана новая неоднородная фаза с пространственной модуляцией параметра порядка, появление которой вызвано магнитострикционной связью намагниченности с деформациями решетки вблизи границы раздела магнитоупругой и упругой сред. Показано, что при некотором критическом магнитном поле  $H_c$ , отличном от поля ориентационного перехода в изолированном образце, магнитоупругая волна Лява с направлением распространения, параллельным вектору намагниченности в плоскости пленки, становится неустойчивой. Частота и групповая скорость волны обращаются в нуль при волновом числе  $k = k_c \neq 0$  и волна замораживается, образуя доменную структуру, локализованную в пленке и примыкающей к ней подложке.

Магнитоупругое взаимодействие играет важную роль в формировании статических и динамических свойств магнитоупрорядоченных кристаллов. Помимо известного и широко используемого магнитоакустического резонанса, можно указать на существенное влияние этого взаимодействия на процессы квазистатического перемагничивания, доменную структуру, нелинейную динамику магнетиков и т.п. [1,2]. Хотя в магнитных кристаллах магнитоупругое взаимодействие является относительно слабым, при определенных условиях оно приводит к таким эффектам как аномальное уменьшение упругих модулей и изменение законов дисперсии объемных и поверхностных магнитоупругих волн в окрестности ориентационных фазовый переходов [3-7]. Скорость волны Рэлея вблизи точки перехода уменьшается, а глубина проникновения ее в кристалл растет [6]. Вследствие магнитоупругого взаимодействия возникают новые типы волн. Например, сдвиговая объемная упругая волна в ферромагнитном кристалле с магнитострикцией и дипольным взаимодействием при некоторых направлениях внешнего магнитного поля трансформируется в поверхностную волну [8]. Поверхностные упругие волны Рэлея [9–11], Лява [12,13] и Стоунли [14] из-за связи с магнитной подсистемой могут затухать вследствие излучения спиновых волн в глубь кристалла. В последнее время предсказаны новые типы самолокализованных поверхностных полн в магнетиках [15], существование которых полностью связано с магнитоупругим взаимодействием и нелинейностью магнитной подсистемы. Исследование спектров магнитоупругих волн позволяет определить тип мягкой моды, по которой происходит фазовый переход. Например, в тонких изолированных магнитных пленках мягкой оказывается изгибная мода [16].

В настоящей работе рассмотрен пример аномального поведения магнитоупругих волн Лява в одноосной магнитной пленке, нанесенной на немагнитную подложку. Исследованы неоднородные магнитострикционные состояния системы, образование которых обусловлено возможностью уменьшения энергии дальнодействующих полей магнитоупругих напряжений за счет локализации их вблизи границы пленка-подложка на глубине порядка периода доменной структуры.

## Постановка задачи. Основные уравнения

Появление магнитострикционной сверхструктуры вытекает из следующих простых соображений. Если константы магнитоупругого взаимодействия малы, то при определенных условиях можно считать упругие деформации и напряжения в системе малыми, а энергию системы F записать в виде

$$F = F_m + F_e + F_{me} = \int d\nu (f_m + f_e + f_{me}), \quad (1)$$

где  $F_m$  — магнитная энергия,  $F_e$  — упругая энергия решетки,  $F_{me}$  — энергия магнитоупругого взаимодействия; плотность упругой энергии  $f_e$  — положительно определенная квадратичная форма

$$F_e \geqslant 0,$$
 (2)

а плотность магнитоупругой энергии  $f_{me}$  линейна по деформациям  $u_{ik}$ .

В основном в метастабильных состояниях энергия системы F минимальна, поэтому распределение намагниченности **M** и упругих смещений **u** в структуре удовлетворяет уравнениям

$$[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] = 0, \quad \delta F / \delta \mathbf{u} = \delta (F_e + F_{me}) / \delta \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{H}_{\mathrm{eff}}$  — эффективное магнитное поле

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\delta F / \delta \mathbf{M} = -\delta (F_m + F_{me}) / \delta \mathbf{M}.$$
 (4)



Рис. 1. Геометрия слоистой структуры ферромагнитная пленка-немагнитная подложка.

Используя второе из уравнение состояния (3) и учитывая однородность  $f_e$  и  $f_{me}$  по смещениям, легко получить соотношение

$$2F_e + F_{me} = 0, (5)$$

из которого совместно с (2) вытекают условия

$$F_e + F_{me} = F_{me}/2, \quad F_{me} \leq 0. \tag{6}$$

Знак равенства в (2), (6) достигается только в отсутствие упругих деформаций в системе. Отсюда следует, что при заданном распределении намагниченности в отсутствие внешних упругих напряжений взаимодействие магнитной и упругой подсистем может уменьшить полную энергию системы. Второе из уравнений состояния (3) позволяет при этом однозначно выразить смещения через намагниченность и перейти к эффективной магнитной энергии, зависящей только от намагниченности. Дополнительный вклад в магнитную энергию, связанный с упругой подсистемой, оказывается отрицательным и нелокальным даже тогда, когда используется локальное приближение для упругой и магнитоупругой энергии. Если в случае однородного магнитного состояния деформации и дипольное поле отсутствуют (например, в слоистой системе пленка-подложка, в которой массивная подложка препятствует деформации пленки), магнитоупругий вклад в энергию может привести к неустойчивости однородной фазы и возникновению доменной структуры. Это возможно и в условиях, при которых домены в чисто магнитной системе вообще не существуют.

В качестве примера подобного поведения системы рассмотрим ориентационный фазовый переход и спектр магнитоупругих возбуждений в слоистой структуре ферромагнитная пленка-немагнитная подложка. Пусть магнетик обладает одноосной магнитной симметрией, причем ось симметрии является осью легкого намагничивания и ориентирована параллельно плоскости пленки. Предполагается, что напряжения, вызванные несоответствием постоянных решетки магнитного материала и подложки, сводятся к перенормировке поля анизотропии и упругих, и магнитоупругих модулей. Кроме того, допустим, что подложка достаточно массивна и нижняя сторона ее закреплена. Это позволит нам в дальнейшем считать смещения как в направлении, перпендикулярном невозмущенной поверхности пленки, так и в плоскости пленки малыми. Система помещена в касательное внешнее магнитное поле, перпендикулярное оси анизотропии магнетика. Геометрия структуры представлена на рис. 1.

Энергия системы F равна

$$F = F_{\rm film} + F_{\rm subs},\tag{7}$$

где энергия пленки F<sub>film</sub> имеет вид (1) с

$$F_m = \int_{V_f} dv \left\{ -\mathbf{H}\mathbf{M} - \frac{1}{2}\mathbf{H}_D \mathbf{M} - \frac{\beta}{2}M_z^2 + \frac{\alpha}{2}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right\}, \quad (8)$$

$$F_e = \frac{1}{2} \int_{V_f} dv C_{ijkl}^{(f)} u_{ij}^{(f)} u_{kl}^{(f)}, \qquad (9)$$

$$F_{me} = B \int_{V_f} dv \Big[ M_x^2 u_{xx}^{(f)} + M_y^2 u_{yy}^{(f)} + M_z^2 u_{zz}^{(f)} \Big]$$

$$+ 2 (M_x M_y u_{zy}^{(f)} + M_y M_z u_{yz}^{(f)} + M_x M_z u_{xz}^{(f)}) ], \quad (10)$$

а энергия подложки F<sub>subs</sub> является чисто упругой

$$F_{\rm subs} = \frac{1}{2} \int_{V_s} dv C_{ijkl}^{(s)} u_{ij}^{(s)} u_{kl}^{(s)}.$$
 (11)

Здесь **H** || **n**<sub>x</sub> — внешнее магнитное поле, **H**<sub>D</sub> = grad  $\Phi$  — дипольное поле, **M** — намагниченность,  $\beta > 0$  — константа одноосной анизотропии,  $\alpha$  — константа та неоднородного обмана, *B* — константа магнитострикции ферромагнитной пленки;  $C_{ijkl}^{(f)}, C_{ijkl}^{(g)}$  — модули упругости,  $u_{ik}^{(f)} = (\partial u_i^{(f)}/\partial x_k + \partial u_k^{(f)}/\partial x_i)/2$ ,  $u_{ik}^{(s)} = (\partial u_i^{(s)}/\partial x_k + \partial u_k^{(s)}/\partial x_k)/2$  — тензоры деформации,  $v_f$  и  $v_s$  — объемы магнитной пленки и подложки, соответственно. Упругие ангармонизмы и нелинейность тензора деформации не учитываются, поскольку они приводят к несущественной перенормировке упругих и магнитоупругих модулей пленки и подложки [4]. Для простоты мы ограничимся изотропным приближением для энергии магнитострикции упругой энергии пленки и подложки.

Зависимость намагниченности **M** и упругих смещений  $\mathbf{u}^{(f,s)}$  в системе от времени *t* описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}],$$

$$\rho^{(f,s)} \frac{\partial^2 u_i^{(f,s)}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\delta F}{\delta \sigma_{ik}^{(f,s)}}\right), \quad (12)$$

где g > 0 — гиромагнитное отношение,  $\rho^{(f)}$  и  $\rho^{(s)}$  плотности пленки и подложки, соответственно. Обозначим  $\mathbf{h} = \mathbf{H}/M_0$ ,  $\mathbf{h}_D = \mathbf{H}_D/M_0$ ,  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0$ ,  $\varphi = \Phi/M_0$ ,  $\omega_0 = gM_0$ . На поверхностях магнитной пленки y = 0 и y = Lнепрерывны потенциал дипольного поля  $\varphi$  и нормальная составляющая магнитной индукции  $b_y = h_{Dy} + 4\pi m_y$ , а также обращается в нуль производная намагниченности  $\partial \mathbf{m}/\partial y$ . Кроме этого, на границе ферромагнетик–вакуум y = L

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^{(f)} &= 2C_{44}u_{xy}^{(f)} + BM_0^2 m_x m_y = 0, \\ \sigma_{yy}^{(f)} &= (C_{11} - 2C_{44})(u_{xx}^{(f)} + u_{yy}^{(f)} + u_{zz}^{(f)}) \\ &+ 2C_{44}u_{yy}^{(f)} + BM_0^2 m_y^2 = 0, \\ \sigma_{yz}^{(f)} &= 2C_{44}u_{yz}^{(f)} + BM_0^2 m_y m_z = 0, \end{aligned}$$
(13)

а на границе ферромагнетик-подложка y = 0

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^{(f)} &= 2C_{44}^{(f)}u_{xy}^{(f)} + BM_0^2m_xm_y = 2C_{44}^{(s)}u_{xy}^{(s)} + BM_0^2m_xm_y = \sigma_{xy}^{(s)}, \\ \sigma_{yy}^{(f)} &= (C_{11}^{(f)} - 2C_{44}^{(f)})(u_{xx}^{(f)} + u_{yy}^{(f)} + u_{zz}^{(f)}) \\ &+ 2C_{44}^{(f)}u_{yy}^{(f)} + BM_0^2m_y^2 = (C_{11}^{(s)} - 2C_{44}^{(s)}) \\ &\times (u_{xx}^{(s)} + u_{yy}^{(s)} + u_{zz}^{(s)}) + 2C_{44}^{(s)}u_{yy}^{(s)} = \sigma_{yy}^{(s)}, \\ \sigma_{yz}^{(f)} &= 2C_{44}^{(f)}u_{yz}^{(f)} + BM_0^2m_ym_z = 2C_{44}^{(s)}u_{yz}^{(s)} \\ &+ BM_0^2m_ym_z = \sigma_{yz}^{(s)}, \quad \mathbf{u}^{(f)} = \mathbf{u}^{(s)}. \end{aligned}$$

Проанализируем характер изменения низкочастотной области спектра магнитоупругих волн и основного состояния системы при изменении величины внешнего поля.

# 2. Спектр низкочастотных магнитоупругих возбуждений и линии потери устойчивости однородных фаз

Прежде всего рассмотрим однородное по координатам x, z состояние системы. При этом намагниченность в пленке и упругие деформации в пленке и подложке могут зависеть только от координаты y. Тогда из уравнений (12)-(14) находим отличные от нуля компоненты тензора деформации пленки

$$u_{xy}^{(f)} = -(h_{me}/2B)m_x m_y, \quad u_{yy}^{(f)} = -(h_{me}/B)m_y^2,$$
$$u_{yz}^{(f)} = -(h_{me}/2B)m_y m_z, \quad (15)$$

где  $h_{ne} = B^2 M_0^2 / C_{44}^{(f)}$ . После подстановки этих выражений в (9)–(10) сумма упругой энергии и энергии магнитострикции приобретает вид

$$F_e + F_{me} = -\frac{1}{2}M_0^2 h_{me}S \int_0^L dy \left(1 - \frac{C_{11}^{(f)} - C_{44}^{(f)}}{C_{11}^{(f)}} m_y^2\right) m_y^2, \quad (16)$$

S — площадь поверхности структуры в плоскости *xz*. Согласно соотношению (16), связь магнитной и упругой подсистем приводит к эффективной одноосной магнитной анизотропии типа "легкая" ось с направлением оси вдоль нормали к границе раздела сред. В силу малости константы магнитострикции в ферромагнетиках  $(h_{me} \ll 4\pi)$  константа эффективной анизотропии мала.

Выразим компоненты нормированной намагниченности **m** через полярный  $\vartheta$  и азимутальный  $\psi$  углы

 $n_x = \cos \vartheta, \quad m_y = \sin \vartheta \sin \phi, \quad m_z = \sin \vartheta \cos \phi.$  (17)

В новых переменных полная энергия системы равна

$$F = M_0^2 S \int_0^L dy \left\{ -h \cos \vartheta + 2\pi \sin^2 \vartheta \sin^2 \phi - \frac{\beta}{2} \sin^2 \vartheta \cos^2 \phi + \frac{\alpha}{2} \left[ \left( \frac{d\vartheta}{dy} \right)^2 + \sin^2 \vartheta \left( \frac{d\phi}{dy} \right)^2 \right] - \frac{h_{me}}{2} \left[ 1 + \frac{(C_{44}^{(f)} - C_{11}^{(f)})}{C_{11}^{(f)}} \sin^2 \vartheta \sin^2 \phi \right] \sin^2 \vartheta \sin^2 \phi \right\}.$$
(18)

Минимизируя энергию (18) по  $\vartheta$  и  $\phi$  и решая уравнения состояния, получаем следующие однородные фазы системы: коллинеарная фаза **m** || **H** и две угловых фазы с намагниченностью, параллельной плоскости пленки ( $\phi = 0$ )

$$\vartheta = \vartheta_0 = \begin{cases} 0, & h > \beta, \\ \operatorname{Arccos}(h/\beta), & 0 < h < \beta. \end{cases}$$
(19)

Упругие деформации для всех этих состояний отсутствуют.

Для определения области устойчивости коллинеарной фазы относительно малых магнитоупругих возмущений найдем спектр низкочастотных возбуждений в системе. Вначале рассмотрим распространение магнитоупругих волн в направлении, параллельном внешнему полю  $(k_z = 0)$ . Поскольку формирующиеся доменные границы для этого случая магнитно не заряжены и дипольное поле в них отсутствует, такие возбуждения обладают наивысшим порогом неустойчивости по полю **H** и самой сильной магнитоупругой связью.

Пусть переменные составляющие намагниченности  $\tilde{\mathbf{m}}$  и смещений  $\tilde{\mathbf{u}}^{(f)}$  зависят от координат и времени как  $\exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)]$ . Когда из уравнений движения (12) следует связь между фурье-амплитудами  $\tilde{\mathbf{m}}$  и  $\tilde{\mathbf{u}}^{(f)}$  (индексы **k** и  $\omega$  у амплитуд здесь и далее опущены)

$$\varphi = \frac{4\pi i k_y}{k^2} \tilde{m}_y, \quad \tilde{u}_z^{(f)} = \frac{i k_x B M_0^2 \tilde{m}_z}{(C_{44}^{(f)} k^2 - \rho^{(f)} \omega^2)},$$
$$\tilde{m}_z = i \Omega \tilde{m}_y \left\{ \alpha k^2 + h - \beta - \frac{k_x^2 B^2 M_0^2}{(C_{44}^{(f)} k^2 - \rho^{(f)} \omega^2)} \right\}^{-1},$$
$$\tilde{u}_x^{(f)} = \frac{i k_y B M_0^2 [C_{11}^{(f)} (k_y^2 - k_x^2) + 2C_{44}^{(f)} k_x^2 - \rho^{(f)} \omega^2]}{(C_{11}^{(f)} k^2 - \rho^{(f)} \omega^2) (C_{44}^{(f)} k^2 - \rho^{(f)} \omega^2)} \tilde{m}_y,$$
$$\tilde{u}_y^{(f)} = \frac{i k_x B M_0^2 [C_{11}^{(f)} (k_x^2 - k_y^2) + 2C_{44}^{(f)} k_y^2 - \rho^{(f)} \omega^2]}{(C_{11}^{(f)} k^2 - \rho^{(f)} \omega^2) (C_{44}^{(f)} k^2 - \rho^{(f)} \omega^2)} \tilde{m}_y, \quad (20)$$

где  $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ ,  $\Omega = \omega/\omega_0$ . Подставляя выражения (20) во второе уравнение системы (12), освобождаясь

от знаменателя и приравнивая нулю коэффициент при  $\tilde{m}_y$ , получаем дисперсионное соотношение для магнитоупругих волн с  $\mathbf{k} \perp \mathbf{n}_z$  в бесконечной ферромагнитной пленке

$$\begin{split} \left[ (\alpha k^{2} + h + 4\pi k_{y}^{2}/k^{2})(\alpha k^{2} + h - \beta) - \Omega^{2} \right] \\ \times (k^{2} S_{l}^{(f)^{2}} \omega^{2})(k^{2} S_{t}^{(f)^{2}} - \omega^{2})^{2} = h_{me} S_{t}^{(f)^{2}} \left\{ k_{x}^{2} (\alpha k^{2} + h + 4\pi k_{y}^{2}/k^{2})(k^{2} S_{l}^{(f)^{2}} - \omega^{2})(k^{2} S_{t}^{(f)^{2}} - \omega^{2}) + \left[ (\alpha k^{2} + h - \beta)(k^{2} S_{t}^{(f)^{2}} - \omega^{2}) - h_{me} k_{x}^{2} S_{t}^{(f)^{2}} \right] \\ \times \left[ (k_{x}^{2} - k_{y}^{2})^{2} S_{l}^{(f)^{2}} + 4k_{x}^{2} k_{y}^{2} S_{t}^{(f)^{2}} - \omega^{2} k^{2} \right] \right\}, \quad (21)$$

где  $S_l^{(f)} = (C_{11}^{(f)} / \rho^{(f)})^{1/2}$  и  $S_t^{(f)} = (C_{44}^{(f)} / \rho^{(f)})^{1/2}$  — фазовые скорости продольной и поперечной упругих волн в ферромагнетике, соответственно. В области низких частот уравнение (21) приводится к виду

$$\Omega^2 \left( k^2 S_t^{(f)^2} + h_{me} \frac{\omega_0^2}{k^2 S_t^{(f)^2}} \frac{k_x^2}{k^2} \Delta_R \right) = \Delta_L \Delta_R, \qquad (22)$$

$$\Delta_L = \alpha k^2 + h - \beta - h_{me} \frac{k_x^2}{k^2}, \qquad (23)$$

$$\Delta_{R} = \left\{ \alpha k^{2} + h + \frac{4\pi k_{y}^{2}}{k^{2}} - \frac{h_{me}}{k^{4} S_{l}^{(f)^{2}}} \left[ (k_{x}^{2} - k_{y}^{2})^{2} S_{l}^{(f)^{2}} + 4k_{x}^{2} k_{y}^{2} S_{t}^{(f)^{2}} \right] \right\} k^{2} S_{t}^{(f)^{2}}.$$
(24)

При  $\omega = 0$  система уравнений (12)–(14) разделяется на две независимые подсистемы; условие  $\Delta_t = 0$ является характеристическим уравнением для магнитоупругих возмущений с поляризацией  $\tilde{m}_z$ ,  $\tilde{u}_z^{(f)}$ , а условие  $\Delta_R = 0$  — характеристическим уравнением для магнитоупругих возмущений с поляризацией  $\tilde{m}_v$ ,  $\tilde{u}_x^{(f)}$ ,  $\tilde{u}_v^{(f)}$ ,  $\varphi$ .

Рассмотрим подробнее спектр низкочастотных магнитоупругих возбуждений в системе пленка-подложка в случае, когда одноосная анизотропия магнитной пленки достаточно велика  $\beta \gg 4\pi$ . В области внешних полей  $h - \beta \leq h_{me} \ll 4\pi \ll \beta \sim h$  получаем

$$\begin{split} |\tilde{h}_{Dy}| &= 4\pi k_y^2 |\tilde{m}_y| / k^2 \ll h |\tilde{m}_y|, \\ \left| B(k_x \tilde{u}_y^{(f)} + k_y \tilde{u}_x^{(f)}) \right| &\sim h_{me} |\tilde{m}_y| \ll h |\tilde{m}_y|. \end{split}$$
(25)

В этих приближениях

$$\tilde{m}_y \cong -i\Omega \tilde{m}_z/h, \tag{26}$$

следовательно можно положить  $\varphi = \tilde{u}_{x,y}^{(f,s)} = 0$ . Тогда решение уравнений движения (12), (20), (21), (26) должно удовлетворять лишь граничным условиям

$$\partial \tilde{m}_z / \partial y = 0, \quad \partial \tilde{u}_z^{(f)} / \partial y = 0$$
 при  $y = L,$  (27)

$$\partial \tilde{m}_z / \partial y = \mathbf{0}, \quad C_{44}^{(f)} \partial \tilde{u}_z^{(f)} / \partial y = C_{44}^{(s)} \partial \tilde{u}_z^{(s)} / \partial y,$$
  
 $\tilde{u}_z^{(f)} = \tilde{u}_z^{(s)}$  при  $y = \mathbf{0}.$  (28)

Вид его следующий:

$$\tilde{m}_{z} = A[\eta_{1}(y) + \eta_{2}(y)] \exp[i(k_{x}x - \omega t)],$$
  

$$\tilde{u}_{z}^{(f)} = A[\gamma_{1}(y) + \gamma_{2}(y)] \exp[i(k_{x}x - \omega t)],$$
  

$$\tilde{u}_{z}^{(s)} = A[\operatorname{ctg}(q_{1}L) + \gamma_{3}\operatorname{ctg}(q_{2}L)] \exp[q_{3}y + i(k_{x}x - \omega t)], \quad (29)$$

где

$$\begin{split} \eta_{1,2}(y) &= -i\gamma_{1,2}(y) \left[ -\rho^{(f)}\omega^2 + C_{44}^{(f)}(k_x^2 \pm q_{1,2}^2) \right] / (k_x B M_0^2), \\ \gamma_1 &= \cos[q_1(L-y)] / \sin(q_1 L), \\ \gamma_2 &= \gamma_3 \operatorname{ch}(q_2(L-y)) / \operatorname{sh}(q_2 L), \\ \gamma_3 &= \frac{q_1}{q_2} \frac{S_t^{(f)^2}(k_x^2 + q_1^2) - \omega^2}{S_t^{(f)^2}(k_x^2 - q_2^2) - \omega^2}, \\ q_{1,2}^2 &= \left[ (Q_+^2 + 4\alpha^{-1} h_{me} C_{44}^{(f)^2} k_x^2)^{1/2} \pm Q_- \right] / (2C_{44}^{(f)}) \mp k_x^2, \\ Q_\pm &= \rho^{(f)} \omega^2 \pm C_{44}^{(f)} [h(h-\beta) - \Omega^2] / (\alpha h), \\ q_3 &= (k_x^2 - \rho^{(s)} \omega^2 / C_{44}^{(s)})^{1/2}. \end{split}$$

Подставляя выражения (29) в уравнения (27), (28), находим дисперсионное соотношение для магнитоупругих волн в форме

$$\frac{C_{44}^{(f)}}{C_{44}^{(s)}} \left[ \frac{q_1}{q_2} - \gamma_3 \left( \frac{q_2}{q_3} + \frac{C_{44}^{(s)}}{C_{44}^{(f)}} \operatorname{ctg}(q_2 L) \right) \right] \operatorname{tg}(q_1 L) = 1. \quad (30)$$

Предположим для простоты, что плотности и упругие модули пленки и подложки одинаковы ( $\rho^{(f)} = \rho^{(s)} = \rho$ ,  $C_{11}^{(f)} = C_{11}^{(s)} = C_{11}$ ,  $C_{44}^{(f)} = C_{44}^{(s)} = C_{44}^{(s)} = C_{44}$ ) и проанализируем решения уравнения (30) для двух предельных частных случаев: толстых  $L \gg L^* \equiv a(H_E/H_{me})^{1/2}$  ( $H_E = M_0 \sqrt{\alpha}/a$  и  $H_{me} = h_{me}M_0$  — обменное и магнитострикционное поля соответственно) и тонких магнитных пленок  $L \ll L^*$ .

Для толстых пленок  $L \gg L^*$  и волновых чисел  $k_x \sim k_c \equiv [\pi/(2LL^*)]^{1/2}$  дисперсия низкочастотных волн Лява описывается формулой

$$\omega_m^2 = S_t^2 \left\{ \left[ (H - H_A - H_{me}) / (H_{me} + L^{*2} k_x^2] k_x^2 + (2m - 1)^2 \pi^2 / (4L^2) \right\}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (31)$$

где  $H_A = \beta M_0$  — поле анизотропии. Каждая новая мода (новая поверхностная волна Лява) возникает при  $q_1 = (2m - 1)\pi/(2L)$ . Мода с m = 1 является мягкой. Используя условия

$$\omega = 0, \quad \partial \omega / \partial k_x = 0, \tag{32}$$

определяем критическое поле

$$H_c = H_A + H_{me} - 2H_E a^2 k_c^2, (33)$$

при котором коллинеарная фаза становится неустойчивой относительно малых магнитоупругих возмущений, и



**Рис. 2.** Качественный вид низкочастотной области спектра магнитоупругих волн в одноосной ферромагнитной пленке на упругой немагнитной подложке при  $H \cong H_c$ ; штриховая прямая соответствует объемной сдвиговой моде.

пространственные масштабы критической моды определяются равенствами

$$d_c = 2\pi/k_c, \ k_c = (\pi/2LL^*)^{1/2},$$
  
 $q_1 \cong \pi/(2L), \ q_3 \cong k_c, \ q_2 \cong (2L^*)^{-1} \gg k_c.$  (34)

Когда толщина пленки увеличивается, критическое поле  $H_c$  стремится к  $H_A + H_{me}$ , т.е. пленка становится практически свободной, а период суперструктуры  $d_c$  и глубина проникновения упругих напряжений в пленку и подложку растут.

Для тонких пленок  $L \ll L^*$  и волновых чисел  $k_x \sim k_c \equiv L/(2{D^*}^2)$  дисперсионное соотношение низкочастотных волн Лява имеет вид

$$\omega^2 = S_t^2 [H - H_A + H_E a^2 k_x (k_x - 2k_c)] / [H_E a^2 (1 + S_t^2 / V_s^2)],$$
  
(35)  
где  $S_1 = (C_{44} / \rho)^{1/2}, V_s = g(\alpha M_0 H)^{1/2}.$ 

Используя условия (32), находим значения критического поля и параметров критического возмущения

$$H_c = H_A + H_E a^2 k_e^2, \tag{36}$$

$$d_c = 2\pi/k_c = 4\pi L^{*^2}/L,$$
  
$$q_{1,2} = [L/(2L^{*^3})]^{1/2} [1 \mp 3L/(8L^*)].$$
(37)

Когда толщина пленки уменьшается, поле  $H_c$  стремится к полю перехода из коллинеарной в угловую фазу  $H_A$  закрепленного образца, т.е. подложка все более препятствует упругой деформации пленки. При этом период  $d_c$  и глубина проникновения поверхностного решения в подложку  $q_3^{-1} \sim d_c/(2\pi)$  увеличивается. Параметры магнитострикционной сверхструктуры в двумерной ферромагнитной пленке на толстой подложке могут быть получены из (36), (37) посредством замены  $L \to a$ .

Отметим, что соотношение (30) дает точные значения критического поля и параметров критической моды при любой величине константы анизотропии  $\beta$ , поскольку при  $\omega = 0$  переменные системы уравнений (12)–(14) разделяются.

В длинноволновом пределе ( $|k_x L| \ll 1$ ) дисперсия волн Лява описывается выражением

$$\omega = S_t |k_x| (1 - k_x^2 L^2 / 2).$$
(38)

Как и в случае изотропной немагнитной пленки, глубина проникновения волны в подложку равна  $q_3^{-1} \sim (k_x^2 L)^{-1}$ . Спектр магнитоупругих волн Лява в тонкой одноосной ферромагнитной пленке на упругой подложке во внешнем поле  $H \cong H_c$  представлен на рис. 2.

Из дисперсионного соотношения (30) следует, что в предельных случаях свободной ( $C_{44}^{(s)} = 0$ ) и полностью закрепленной ( $C_{44}^{(s)} = \infty$ ) нижней стороны магнитной пленки неоднородное магнитоупругое состояние не возникает.

Статические возмущения с компонентами неоднородной намагниченности  $\tilde{m}_y$  и смещений  $\tilde{u}_x$ ,  $\tilde{u}_y$  устойчивы, так как они связаны с вращением намагниченности в "трудной" плоскости.

При распространении магнитоупругих волн перпендикулярно направлению внешнего поля переменные системы уравнений (12)–(14) разделяются. Поверхностная мода с компонентами смещений  $\tilde{u}_y$ ,  $\tilde{u}_z$  оказывается не связанной с намагниченностью и не представляет для нас интереса. Нетрудно убедиться, что при  $H = H_c$  частота низкочастотной магнитоупругой волны Лява с ненулевыми значениями  $\tilde{m}_y, \tilde{m}_z, \tilde{u}_x, \varphi$  не обращается в нуль. В частности, в случае толстых пленок дисперсионное соотношение для нее имеет вид

$$\omega^{2} \left\{ \frac{1}{\omega_{0}^{2}} + \frac{1}{k^{2} S_{t}^{2}} \left[ 2\Delta_{L} + h_{me} \left( \alpha k^{2} + h - \beta \frac{k_{y}^{2}}{k^{2}} \right) \right] \right\} = \Delta_{L},$$
  
$$\Delta_{L} = (\alpha k^{2} + h - \beta + 4\pi - h_{me})(\alpha k^{2} + h)$$
  
$$- (4\pi - h_{me})\beta(k_{y}^{2}/k^{2}), \quad k_{y} = \pi/2L. \quad (39)$$

Стабилизация волны Лява является следствием роста энергии размагничивающего поля.

Для определения области устойчивости угловых фаз (19) нужно решать полную линеаризованную систему уравнений и граничных условий (12)–(14). Можно доказать, однако, что минимальным порогом неустойчивости обладает магнитоупругая волна Лява с волновым вектором, параллельным направлению намагниченности в угловой фазе, и отличными от нуля неоднородными компонентами намагниченности и смещений  $\tilde{m}_x, \tilde{m}_z, \tilde{u}_x, \tilde{u}_z$ . Как и волна Лява (29) и (30), она не создает дипольного поля. Поле потери устойчивости угловой фазы  $H'_c$  относительно возниковения неоднородного состояния и волновое число критической моды  $k'_c$  определяются из



**Рис. 3.** Фазовая диаграмма одноосной ферромагнитной пленки на упругой немагнитной подложке: сплошная кривая — линия потери устойчивости коллинеарной фазы, штриховая кривая линия потери устойчивости угловой фазы.

следующих соотношений: в случае толстых ферромагнитных пленок ( $L \gg L^*$ ) получаем

$${H_c'}^2 \cong H_A \Big[ H_A - H_{me} + 2\pi^2 a^2 H_E / (LL^* \beta^{1/2}) \Big],$$
  
 ${k_c'}^2 \cong \pi^2 / (LL^*),$  (40)

а в случае тонких ферромагнитных пленок ( $L \ll L^*$ ) —

$${H_c'}^2 \cong H_A (H_A - \pi^2 H_{me} L^2 / {L^*}^2), \quad k_c' \cong 2\pi^2 L / {L^*}^2.$$
 (41)

При  $L \to 0$  поле потери устойчивости угловой фазы стремится к полю анизотропии  $H_A$ .

Общий вид фазовой диаграммы одноосной ферромагнитной пленки с магнитострикцией на полубесконечной немагнитной подложке в координатах (L, H) представлен на рис. 3. В качественном плане она аналогична фазовой диаграмме изолированной одноосной ферромагнитной пленки с "легкой" осью, перпендикулярной ее развитой поверхности, в отсутствие магнитоупругого взаимодействия [17–19]. Доменная фаза обладает минимальной энергией во всей области полей и толщин пленки на диаграмме левее линии фазовых переходов второго рода  $H_c(L)$  из коллинеарной в доменную фазу, а угловые фазы метастабильны в интервале от нулевого поля до линии потери устойчивости  $H'_c(L)$ . Существование доменной структуры в широкой области полей и толщин пленки

При конечной толщине подложки  $L_s \gg L$  доменная структура становится энергетически невыгодной, когда размер домена D превышает толщину подложки  $(D > L_s)$ . Толщина подложки выполняет роль радиуса экранирования поля упругих деформаций, подобную

лондоновской глубине проникновения поля в одноосной ферромагнитной пленке со сверхпроводящим покрытием [18,19]. В результате для тонких пленок угловая фаза оказывается абсолютно устойчивой, и возможен прямой переход по полю из коллинеарной в угловую фазу.

### 3. Обсуждение результатов и выводы

Итак, показано, что магнитоупругое взаимодействие не сводится к перенормировке констант анизотропии магнитной пленки. Дальнодействующий характер магнитоупругих напряжений в слоистой системе ферромагнитная пленка-немагнитная подложка во внешнем магнитном поле приводит к появлению магнитоупругих доменов в области внешних полей, близких к полю перехода из коллинеарной в однородную угловую фазу.

Описанный механизм образования доменов может оказаться существенным даже для магнитных материалов с малой магнитострикцией. Так, для железо-иттриевого граната при комнатной температуре  $M_0 = 140 \, \Gamma c$ ,  $\alpha = 3.8 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^2$ ,  $\rho = 5.17 \text{ g/cm}^3$ ,  $C_{44} \sim 10^{12} \text{ dyne/cm}^3$ ,  $BM_0^2 \sim 10^7 \, {
m erg/cm^3}$ , откуда  $h_{me} \sim 2 \cdot 10^{-3}$  и  $L^* \sim 10^{-4} \, {
m cm}$ . В окрестности точки потери устойчивости коллинеарной фазы  $H = H_c$  размер домена  $D/2 \sim 150\,\mu{
m m}$  при  $L \sim 10^{-5} \, {
m cm}$  и  $D/2 \sim 20 \, \mu {
m m}$  при  $L \sim 20 \, \mu {
m m}$ . Согласно экспериментальным данным, размеры доменов в толстых пленках железо-иттриевого граната на подложках из галлий-гадолиниевого граната в малых касательных внешних полях имеют именно такой порядок величины. Примерно те же значения *h<sub>me</sub>* получаются для литиевого феррита и железа и на порядок больше для гексагонального кобальта. Разумеется, подобные оценки в случае материалов с кубической и гексагональной симметрией являются лишь качественными. Для количественных оценок необходим специальный анализ.

Приведенные соображения позволяют сделать вывод, что подобные неоднородные состояния могут иметь место и в других материалах с взаимодействием подсистем, например, в антиферромагнитных и сверхпроводящихпленках, выращенных на массивной упругой подложке.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 96-02-17283а и № 96-02-16082).

#### Список литературы

- [1] С.В. Вонсовский. Магнетизм. Наука, М. (1971). 1031 с.
- [2] В.В. Леманов. Физика магнитных диэлектриков. Наука, Л. (1974). 284 с.
- [3] И.Е. Дикштейн, Е.А. Туров, В.Г. Шавров. В кн.: Динамические и кинетические свойства магнитных систем. М. (1986). 404 с.
- [4] В.И. Ожогин, В.Л. Преображенский. ЖЭТФ 46, 523 (1977);
   УФН 31, 713 (1988); J. Magn. Magn. Mater. 100, 544 (1991).
- [5] Ю.В. Гуляев, И.Е. Дикштейн, В.Г. Шавров. УФН 40, 701 (1997).

- [6] С.В. Герус, В.В. Тарасенко. ФТТ 17, 12, 2247 (1976).
- [7] V.G. Bar'yakhtar, R.A. Turov. In: Spin Waves and Magnetic Excitations 2 / Ed by A.S. Borovik-Romanov and S.K. Sinha. North-Holland, Amsterdam (1988). Chap. 7.
- [8] J.P. Parekh. Electron. Lett. 5, 322 (1969); 5, 540 (1969).
- [9] Б.Н. Филиппов, Л.Г. Оноприенко. ФММ 30, 1121 (1970).
- [10] J.P. Parekh, H.I. Bertoni. Appl. Phys. Lett. 20, 362 (1972).
- [11] R.Q. Scott, D.L. Mills. Phys. Rev. B15, 3545 (1977).
- [12] H. Mattheus, Van De Vaart. Appl. Phys. Lett. 15, 373 (1969).
- [13] R.E. Camley. J. Appl. Phys. 50, 5272 (1979).
- [14] R.E. Camley, A.A. Maradudin. Appl. Phys. Lett. 38, 610 (1981).
- [15] I.E. Dikshtein, Sung-Ho Suck Salk. Phys. Rev. B53, 14957 (1996).
- [16] И.Е. Дикштейн. ФТТ 31, 3, 175 (1989).
- [17] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов. ФЭТФ 72, 1504 (1977).
- [18] Ю.И. Беспятых, В. Василевский, Э.Г. Локк, В.Д. Харитонов. ФТТ **40**, *6*, 1068 (1998).
- [19] Yu.I. Bespyatykh, E.H. Lokk, S.A. Nikitov, W. Wasilevski. J. Magn. Magn. Mater. (1998), в печати.