

Проблемы интерпретации голографических интерферограмм вблизи фронтов ударных волн

© С.В. Грибин, Г.В. Островская

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 23 октября 1997 г.)

Предлагается способ, позволяющий избежать неоднозначности интерпретации интерферограмм вблизи фронта ударной волны, основанный на комбинации двухэкспозиционного шлирен-метода и голографической интерферометрии. Приводятся соотношения, позволяющие рассчитать на основе данных, получаемых при обработке двухэкспозиционных шлирен-фотографий как плотность на фронте ударной волны, так и ее градиент непосредственно за фронтом, что необходимо для расчета сдвигов интерференционных полос вблизи фронта ударной волны.

Введение

При интерференционных и интерференционно-голографических исследованиях гидродинамических процессов, как правило, возникают проблемы интерпретации интерференционной картины вблизи фронтов ударных волн. Резкий скачок плотности на фронте волны наряду с высокой скоростью распространения фронта приводят к размытию интерференционных полос и невозможности проследить за их ходом, что может вызвать ошибку в отсчете сдвигов на целое число полос. Такая неоднозначность в измерении сдвигов полос не только делает невозможным расчет плотности и давления на фронте ударной волны, но и ведет к искажению профилей плотности и давления за фронтом.

В обычной интерферометрии для исключения неоднозначности интерпретации полос вблизи резких фазовых скачков обычно используется так называемый метод "белой полосы" [1]. Этот метод требует кропотливой настройки интерферометра на нулевую полосу и применения импульсного источника света со сплошным спектром излучения. При исследовании плоских ударных волн возможно также применение интерферометрии в "наклонных пучках" [2], где благодаря отклонению объектного пучка от нормали к фронту волны происходит растягивание области фазового скачка.

Альтернативным способом решения проблемы является расчет величины фазового скачка с привлечением тех или иных сведений о гидродинамических параметрах ударной волны. Так, в работе [3] описан метод расчета скачка интерференционных полос на фронте ударных волн, образующихся при обтекании тела, пригодный при произвольной форме ударного фронта и использовании для регистрации интерферограмм и голограмм монохроматического лазерного излучения. Для определения плотности на фронте ударной волны использовались априорные данные о скорости невозмущенного газового потока.

В нашей работе [4] при определении параметров ударных волн при их проникновении из воздуха в во-

ду для исключения неоднозначности расшифровки хода интерференционных полос вблизи ударных фронтов был использован способ, основанный на комбинации голографической интерферометрии и двухэкспозиционного шлирен-метода. Настоящая работа посвящена более детальному рассмотрению этого метода и его теоретическому обоснованию.

Расчет сдвига интерференционных полос за фронтом ударной волны

Для простоты мы ограничимся здесь случаем осевой симметрии. При этом связь между сдвигом интерференционных полос $k(x)$ и радиальным распределением плотности $\rho(r)$ дается интегральным уравнением Абеля

$$k(x) = \frac{2(n_0 - 1)}{\lambda} \int_x^R \frac{[\rho(r)/\rho_0 - 1]rdr}{\sqrt{r^2 - x^2}}, \quad (1)$$

где x — расстояние, отсчитанное от оси симметрии объекта, n_0 и ρ_0 — исходный показатель преломления и исходная плотность среды, λ — длина волны зондирующего излучения, R — радиус фронта ударной волны.

Профиль плотности непосредственно за фронтом ударной волны можно в первом приближении аппроксимировать выражением

$$\rho(r) = \rho(R) - \rho_r(R)(R - r), \quad (2)$$

где ρ_r — производная плотности по r .

Подставляя (2) в (1) и выполняя интегрирование, получим

$$k(\xi) = \frac{2(n_0 - 1)R}{\lambda} \left\{ C(\xi) \left[\frac{\rho(R)}{\rho_0} - 1 \right] - D(\xi) \frac{\rho_r(R)R}{2\rho_0} \right\}, \quad (3)$$

где $\xi = x/R$, $C(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$,

$$D(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2} - \xi^2 \ln \frac{1 - \sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}.$$

Таким образом, для расчета сдвига полос в близости от фронта ударной волны нужно знать значения плотности $\rho(R)$ и ее производной $\rho_r(R)$ на фронте. Первая из этих величин связана со скоростью фронта N известным соотношением [5]

$$\frac{\rho(R)}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1)N^2}{(\gamma - 1)N^2 + 2a_0^2}. \quad (4)$$

В свою очередь скорость фронта N может быть измерена с помощью двухэкспозиционного шпирен-метода [6] по расстоянию, пройденному волной за время между двумя экспозициями. Как будет показано ниже, величина $\rho_r(R)$ также может быть рассчитана из гидродинамических соображений с привлечением данных, полученных шпирен-методом.

Вывод уравнений для расчета производной плотности среды на фронте криволинейной ударной волны

Вблизи фронта ударной волны система уравнений трехмерной газовой динамики может быть записана в виде [7]

$$\begin{aligned} \rho_t + u\rho_r + \rho u_r + (A/A')u\rho &= 0, & u_t + uu_r + p_r/\rho &= 0, \\ p_t + up_r &= a^2(\rho_t + u\rho_r), \end{aligned} \quad (5)$$

где ρ — плотность среды, p — давление, u — скорость частиц по нормали к фронту ударной волны, $a^2 = \gamma p/\rho$ — местная скорость звука, $A(r)$ и $A'(r)$ — площадь сечения лучевой трубки и ее производная по нормали r , $H = A'/2A$ — средняя кривизна фронта ударной волны.

Величины с подстрочными индексами соответствуют частным производным по времени t и координате r , отсчитанной по нормали к фронту.

Система (5) справедлива, в частности, для течений газа с плоской, осевой и сферической симметрией в окрестности фронта ударной волны. При этом H равно соответственно 0 , $1/2R$ и $1/R$, где R — радиус кривизны поверхности фронта.

На фронте ударной волны при $t = T_f(R)$ имеют место следующие условия динамической совместимости [4]:

$$\begin{aligned} P(M) &= \frac{P(R)}{\rho_0} = \frac{2\gamma M^2 - \gamma + 1}{\gamma + 1}, \\ D(M) &= \frac{\rho(R)}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1)M^2}{(\gamma - 1)M^2 + 2}, \\ V(M) &= \frac{u(R)}{a_0} = \frac{2(M - 1/M)}{(\gamma + 1)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $M = N/a_0$ — число Маха; $N = 1/(dT_f/dR)$ — скорость распространения фронта ударной волны; ρ_0 , ρ_0 и a_0 — параметры невозмущенной атмосферы.

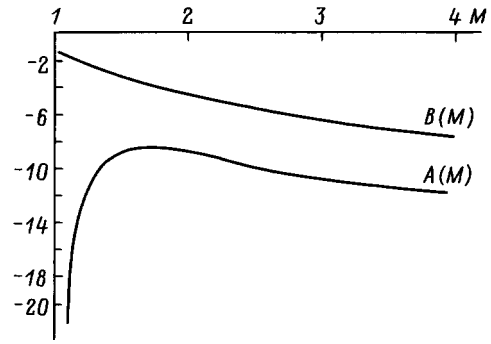


Рис. 1. Функции $A(M)$ и $B(M)$, используемые при расчете градиента плотности ρ_r по формуле (9).

Таким образом, на фронте ударной волны неизвестные функции p , ρ и u зависят только от одного параметра M — числа Маха фронта ударной волны.

Известно, что частные производные любой функции $f(r, t)$ на кривой $t = t^*(r)$ связаны соотношением

$$\frac{df}{dr} = f_r + f_t \frac{dt^*}{dr}, \quad (7)$$

где в левой части стоит полная производная от функции $f(r, t(r))$ по параметру r .

Применяя это соотношение к функциям $p = \rho_0 P(M)$, $\rho = \rho_0 D(M)$ и $u = a_0 V(M)$ на фронте ударной волны $t = T_f(R)$, можно получить уравнения, связывающие их производные на фронте,

$$\begin{aligned} p_r + p_t \frac{1}{N} &= \rho_0 P_M \frac{dM}{dR}, \\ \rho_r + \rho_t \frac{1}{N} &= \rho_0 D_M \frac{dM}{dR}, \\ u_r + u_t \frac{1}{N} &= a_0 V_M \frac{dM}{dR}. \end{aligned} \quad (8)$$

Система (8) совместно с (5) позволяет получить аналитические выражения для всех частных производных газодинамических функций на фронте ударной волны, если известны закон движения фронта $t = T_f(R)$ и его кривизна H . Например, для градиента плотности ρ_r получаем

$$\frac{\rho_r}{\rho_0} = A(M) \frac{dM}{dR} + B(M)H, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A(M) &= \frac{DMV_M}{(M - V)^2 - P/D} \\ &+ \frac{MP_M}{\gamma(M - V)[(M - V)^2 - P/D]} + \frac{MD_M}{M - V}, \\ B(M) &= \frac{2DV(M - V)}{(M - V)^2 - P/D}. \end{aligned}$$

Индекс M внизу обозначает дифференцирование соответствующей функции (6) по параметру M . Графики функций $A(M)$ и $B(M)$, необходимые для расчета производной ρ_r , представлены на рис. 1. Величины dM/dR и H берутся из эксперимента.

Параметры фронта ударной волны, найденные с помощью двухэкспозиционного шпирен-метода

$t, \mu\text{s}$	M	$dM/dR, \text{cm}^{-1}$	H, cm^{-1}	ρ/ρ_0 по (4)	ρ_r/ρ_0		K	
					по (9)	по [3]	расчет по формуле (3)	по интерферограмме
1.1	4.45	-8.0	2.42	4.80	76	78	1.7	1.6
2.1	3.50	-5.0	1.71	4.27	46	54	2.2	2.1
3.0	3.15	-3.5	1.41	4.00	30	42	2.6	2.5
4.7	2.75	-2.6	1.16	3.60	20	28	2.9	3.0
5.8	2.45	-2.3	1.05	3.27	17	22	2.8	3.0
7.8	2.20	-2.0	0.91	2.95	15	13	2.8	3.0
10.0	2.00	-1.5	0.79	2.67	10	8.4	2.9	2.8

Обработка экспериментальных результатов

В нашей работе [4] были получены двухэкспозиционные шпирен-фотографии и голографические интерферограммы ударной волны, возникающей в результате диэлектрического пробоя воздуха под действием излучения импульсного CO_2 лазера. В результате обработки шпирен-фотографий, соответствующих различным моментам времени, были получены зависимости радиуса фронта ударной волны и скорости его распространения от времени, что позволяет построить экспериментальную зависимость скорости фронта от радиуса $M(R)$, приведенную на рис. 2. На том же рисунке показана полная производная dM/dR , необходимая для расчета градиента плотности ρ_r и найденная путем графического дифференцирования функции $M(R)$. Средняя кривизна фронта ударной волны находилась как

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right),$$

где R и R' — главные радиусы кривизны фронта, измеряемые непосредственно по шпирен-фотографии.

Измеренные значения M , dM/dR и H для ряда моментов времени, а также значения плотности и ее градиента, рассчитанные с их помощью соответственно

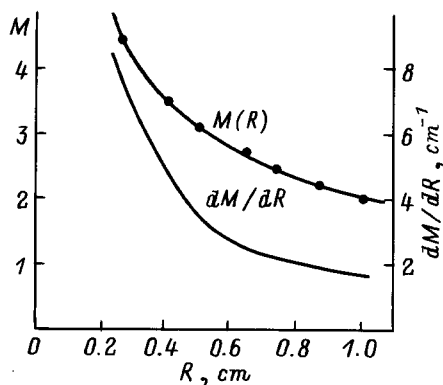


Рис. 2. Экспериментальные зависимости числа Маха M и dM/dR от радиуса фронта ударной волны R .

по формулам (4) и (9), приведены в таблице. Там же приведены значения градиента плотности, найденные нами по методу [3], суть которого состоит в нахождении ρ_r из уравнения, представляющего собой разность двух выражений вида (3) для двух значений безразмерного радиуса ξ_1 и ξ_2

$$k(\xi_1, \xi_2) = \frac{2(n_0 - 1)R}{\lambda} \left\{ [C(\xi_1) - C(\xi_2)] \left[\frac{\rho(R)}{\rho_0} - 1 \right] - [D(\xi_1) - D(\xi_2)] \frac{\rho_r(R)R}{2\rho_0} \right\}, \quad (10)$$

где $k(\xi_1, \xi_2) = k(\xi_1) - k(\xi_2)$.

Уравнение (10) позволяет найти $\rho_r(R)$ по измеренной на интерферограмме разности сдвигов $k(\xi_1, \xi_2)$ и величине $\rho(R)$, рассчитанной по формуле (4) с использованием значения скорости фронта N , найденного двухэкспозиционным шпирен-методом. Следует, однако, заметить, что чем ближе друг к другу точки ξ_1 и ξ_2 , тем больше ошибка в определении величины $\rho_r(R)$. Существенно же увеличить расстояние между точками, в которых производятся измерения сдвигов $k(\xi_1)$ и $k(\xi_2)$, нельзя, так как линейная аппроксимация (2), используемая при выводе (3), справедлива лишь в непосредственной близости от ударного фронта, т.е. при значениях ξ_1 и ξ_2 , близких к 1. Учитывая сказанное, совпадение величин $\rho_r(R)$, найденных двумя независимыми методами, можно считать удовлетворительным.

Величины ρ/ρ_0 и значения ρ_r/ρ_0 , определенные по формуле (9), использовались для расчета сдвига полос вблизи ударного фронта. В таблице приведены значения K при $\xi = 0.975$, т.е. на расстоянии, равном $R/40$, от фронта. Там же приведены значения K , использованные при решении обратной задачи — нахождении радиального распределения плотности по измеренным на интерферограмме сдвигам полос. При этом дробная часть величины K измерялась непосредственно по интерферограмме, а целочисленная часть находилась из соображений наилучшего совпадения со значениями K , рассчитанными по формуле (3).

Радиальные распределения плотности за фронтом ударной волны, полученные в результате обработки голографических интерферограмм, соответствующих раз-

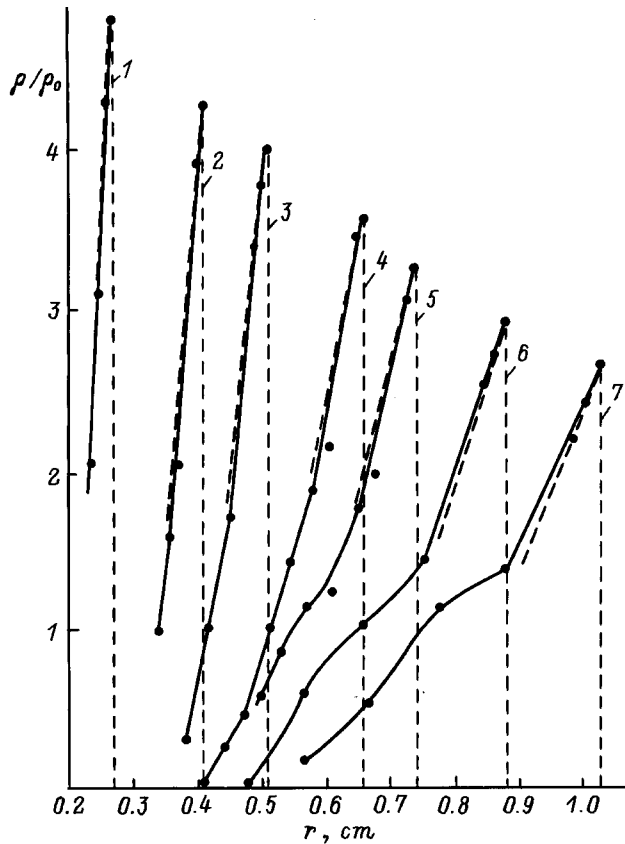


Рис. 3. Радиальные распределения плотности за фронтом ударной волны для моментов времени: 1 — 1.1, 2 — 2.1, 3 — 3.0, 4 — 4.7, 5 — 5.8, 6 — 7.8, 7 — 10.0 μs .

личным моментам времени, отсчитанным от момента лазерного пробоя в воздухе, приведены на рис. 3. На этом рисунке ближайшие к фронту точки определены по двухэкспозиционным шпирен-фотографиям. Штриховые линии соответствуют линейной аппроксимации (3) профиля плотности за фронтом. Таким образом, использование комбинации двухэкспозиционного шпирен-метода и голографической интерферометрии позволило избежать неоднозначности в интерпретации интерферограмм вблизи фронта ударной волны и получить поле плотности за фронтом на разных стадиях развития процесса.

В заключение следует отметить, что приведенная в данной работе методика пригодна для изучения ударных волн не только в газах, но и в прозрачных конденсированных средах, подчиняющихся уравнению состояния в форме Гэта [5],

$$\frac{p + C}{p_0 + C} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma, \quad (11)$$

где C и γ — константы, характеризующие среду.

В частности, для воды $C = 3075 \text{ kG/cm}^2$ и $\gamma = 7.15$. Тот же подход применим и для ударных волн в твердых материалах при высоких давлениях [8]. Анализ выражений для коэффициентов A и B в формуле (9) показывает,

что константа C для расчета ρ_r за ударным фронтом не требуется. Существенной является лишь величина параметра γ .

Работа выполнена при Государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации (грант № 96-15-96394).

Список литературы

- [1] Захарьевский А.Н. Интерферометры. М.: Оборонгиз, 1952.
- [2] Диагностика плазмы / Под ред. Р. Хаддлстоуна, С. Леонарда. М.: Мир, 1967.
- [3] Казанджан Э.П., Сухоруких В.С. // Оптические методы исследования в баллистическом эксперименте. Л.: Наука, 1979. С. 158–170.
- [4] Грибин С.В., Комиссарова И.И., Островская Г.В. и др. // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 8.
- [5] Яковлев Ю.С. Гидродинамика взрыва. Л.: Судпромгиз, 1961.
- [6] Дрейден Г.В., Дмитриев А.П., Островский Ю.И., Этинберг М.И. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 2. С. 311–314.
- [7] Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
- [8] Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.