01;04;10

Динамика компенсированных пучков заряженных частиц во внешнем магнитном и собственных полях

© С.Ю. Удовиченко

Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова,
189631 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 12 мая 1997 г. В окончательной редакции 13 октября 1997 г.)

На основе уравнений, определяющих траекторию граничной частицы, рассматривается динамика пучков заряженных частиц под действием собственного и внешнего магнитных полей. Исследуется влияние электрического поля частично скомпенсированного объемного заряда пучка, а также стационарного электрического поля и поля колебаний квазинейтральной пучковой плазмы на динамику быстрых частиц. Учитываются изменения полной энергии пучка под действием собственного электрического поля и продольной скорости из-за собственного магнитного поля.

Введение

Ионные и электронные пучки, получаемые из плазменных источников, транспортируются в остаточной газовой среде. Натекание остаточного газа в дрейфовое пространство пучка происходит из самого источника. При формировании сильноточных пучков заряженных частиц применяют принудительный напуск газа в каналы транспортировки с целью уменьшить влияние объемного заряда на динамику быстрых частиц. В результате ионизации частицами пучка атомов газа в канале транспортировки накапливаются вторичные заряженные частицы. При низком давлении газа, когда $A = \nu_l r/2v_s \ll 1$, плотность частиц плазмы порядка плотности частиц пучка [1,2]. Величина $\nu_l r$ определяет скорость ионизации среды, где $\nu_l = n_g \sigma_i \dot{z}$, n_g — плотность атомов газа, σ_i — сечение ионизации частицей пучка атома газа; $\dot{z} = dz/dt$ — скорость быстрых частиц, r — текущий радиус пучка; величина $v_s = (T_e/m_i)^{1/2}$, равная скорости ионного звука, определяет скорость ухода бесстолкновительной плазмы на стенку, где T_e — температура электронов плазмы, m_i — масса ионов плазмы. В обратном пределе $A \gg 1$ плотность плазмы может значительно превосходить плотность частиц пучка. В обоих случаях объемный заряд пучка полностью скомпенсирован. Стационарное электрическое поле квазинейтральной пучковой плазмы может оказывать существенное влияние на динамику пучков заряженных частиц [3]. Этот вывод опирается на результаты численного моделирования и не подкреплен аналитическими расчетами.

Электрическое поле квазинейтральной пучковой плазмы формируется, если время компенсации заряда пучка и время амбиполярного ухода компонент плазмы поперек пучка на стенки камеры меньше длительности импульса пучка $\tau_k + \tau_a < \tau_{\mathrm{puls}}$. Сильноточные пучки заряженных частиц являются короткоимпульсными. Если характерное время жизни вторичных частиц больше длительности импульса пучка ($\tau_a > \tau_{\mathrm{puls}}$), то компенсирующую объемный заряд пучка компоненту плазмы можно считать неподвижной. При этом результирующее электрическое поле пучково-плазменной системы равно нулю. Если же и время компенсации пучка $\tau_k = 1/n_g \sigma_i \dot{z} > \tau_{\mathrm{puls}}$, то пучок будет частично скомпенсирован по заряду. Следовательно, собственное электрическое поле пучка, распространяющегося в газовой среде, может быть полем неполностью скомпенсированного объемного заряда либо полем квазинейтральной пучковой плазмы.

Наряду с собственным электрическим полем существенное влияние на динамику пучка оказывает собственное магнитное поле, приводящее к его пинчеванию и в конечном итоге к ограничению транспортировки. Для предотвращения пинчевания пучка используется внешнее продольное магнитное поле [4]. Транспортировка сильноточных короткоимпульсных пучков во внешнем магнитном и собственных полях рассмотрена в [5,6]. Однако в [4,6] исследован частный случай полностью скомпенсированного по заряду пучка, когда собственное электрическое поле отсутствует, а в [5] не учитывается изменение полной энергии пучка под действием собственного электрического поля частично скомпенсированного заряда, а также изменение продольной скорости пучка из-за собственного магнитного поля.

Известно, что в длинноимпульсных пучках ($\tau_{\mathrm{puls}} > \tau_a$, τ_{osc}; τ_{osc} — период колебаний) под действием развитых низкочастотных и высокочастотных колебаний плазмы происходит декомпенсация объемного заряда [7]. Возможности улучшения транспортировки пучков с нарастающим объемным зарядом вдоль направления распространения остаются не исследованными.

Целью настоящей работы является исследование динамики полностью и частично компенсированных пучков заряженных частиц во внешнем и собственных магнитных полях. При этом для короткоимпульсных пучков учитываются изменения полной энергии из-за собственного электрического поля частично скомпенсированного объемного заряда и продольной скорости под действием внешнего магнитного поля, а для длинноимпульсных пучков исследуется влияние собственного электрического поля, обусловленного направленным и колебательным движением компонент плазмы.

Динамика пучка в отсутствие направленного и колебательного движения плазмы

Уравнения, определяющие траекторию граничной частицы аксиально-симметричного пучка во внешнем магнитном и собственных полях, имеют вид [4,5]

$$\frac{d(\gamma\dot{r})}{dt}=\frac{k\dot{z}_0c^2}{r}\left(\frac{1-\alpha}{\dot{z}}-\frac{\dot{z}}{c^2}\right)-\frac{1}{4}\frac{r\omega_H^2}{\gamma}\left(1-\frac{r_0^4}{r^4}\right),\quad(1)$$

$$\frac{d(\gamma\dot{z})}{dt}=k\dot{z}_0\frac{\dot{z}}{r},\quad(2)$$

где $\dot{r}=dr/dt$, $k=2e_\alpha I_b/m_{b\alpha}c^2\dot{z}_0$, e_α и $m_{b\alpha}$ — заряд и масса ионов или электронов пучка, I_b — ток пучка, $\gamma=[1-(\dot{z}^2+\dot{r}^2+(r\dot{\theta})^2/c^2]^{-1/2}$ — релятивистский фактор, $(r\dot{\theta})^2=\omega_H^2r_0^2(R^2-1)^2/4\gamma^2R^2$, $\omega_H=e_\alpha H/m_{b\alpha}c$, $R=r/r_0$, H — напряженность внешнего продольного магнитного поля, $\dot{z}$ и r_0 — начальные продольная скорость и радиус пучка, α — степень компенсации объемного заряда.

В [4] система уравнений (1) и (2) исследована для случая полностью скомпенсированного по заряду пучка ($\alpha=1$), когда собственное радиальное электрическое поле E_r равно нулю. При этом $\dot{\gamma}=e_\alpha E_r\dot{r}/m_{b\alpha}c^2=0$ или $\gamma=\gamma_0$, где γ_0 — релятивистский фактор при начальных условиях пучка. В правой части уравнения (1) второе слагаемое связано с силой собственного магнитного поля $H_\theta=2I_b/cr$, а третье — с силой вращения во внешнем магнитном поле. В [2] уравнение (1) включает в себя величину собственного электрического поля на радиусе пучка, $E_r=2I_b(1-\alpha)/\dot{z}$ и решается без учета уравнения (2). Использовалась модель равномерно заряженного цилиндрического пучка, в котором компенсирующие его заряд вторичные частицы покоятся.

В общем случае при $0\leqslant\alpha\leqslant1$ решение системы уравнений (1) и (2) определяется выражениями

$$\dot{z}=\dot{z}_0\frac{\gamma_0}{\gamma}\left(1+\frac{k}{\gamma_0}\ln R\right),$$

$$\gamma=\gamma_0\left(1+\frac{k}{\gamma_0}\ln R\right)^{1-\alpha}.\quad(3)$$

Решение (3) позволяет найти минимальное значение внешнего магнитного поля, при котором $\dot{r}=0$ и $\dot{z}$ минимально. Функция H/H_θ от параметра $\dot{z}$ имеет минимум при $\dot{z}=\dot{z}_0\beta_0^{-1}(1-\alpha)^{1/2}$, где $\beta_0=\dot{z}_0/c$. В полностью компенсированном пучке ($\alpha=1$) $\dot{z}$ и $\dot{r}$ одновременно обращаются в нуль, когда [4]

$$\left(\frac{H}{H_\theta}\right)_{E_r=0}=\frac{2^{1/2}\gamma_0}{k\left[\mathrm{ch}(2\gamma_0/k)-1\right]^{1/2}}.\quad(4)$$

В этих условиях еще нет возвратных движений частиц пучка и отсутствует его пинчевание. В условиях $\alpha<1$ минимальное внешнее магнитное поле, когда $\dot{r}=0$, достигается при минимальных $\dot{z}$, отличных от нуля. Зависимость минимального значения внешнего магнитного поля от собственного поля частично компенсированного пучка определяется выражением

$$\left(\frac{H}{H_\theta}\right)_{E_r\neq0}=\frac{2^{1/2}\gamma_0}{\beta_0k\left[\mathrm{ch}(2p)-1\right]^{1/2}}\times\left[\alpha\left(\frac{kp}{\gamma_0}+1\right)^{2(\alpha-1)}-\frac{1}{\gamma_0^2}\right],$$

$$p=\frac{\gamma_0}{k}\left[\left(\frac{1-\alpha}{\beta_0^2}\right)^{1/2\alpha}-1\right].\quad(5)$$

Во Введении уже отмечалось, что в [5] при рассмотрении эффекта пинчевания пучка в отсутствие внешнего магнитного поля не учитывалось изменение продольной скорости пучка из-за собственного магнитного поля. Покажем необходимость такого учета на примере полностью скомпенсированного пучка, когда отсутствует собственное электрическое поле и полная энергия пучка не изменяется ($\gamma=\gamma_0$).

Определяя из (3) при $\alpha=1$ значение $\dot{r}(t)$ и приняв $z=\dot{z}t$, получим зависимость текущего радиуса фокусируемого пучка от длины пробега z

$$z=\frac{\gamma_0r_0}{k}\exp(-\gamma_0/k)\int\limits_1^{\dot{z}/\dot{z}_0}\frac{x\exp(x/k)dx}{(1-x^2)^{1/2}}.\quad(6)$$

Расстояние, на котором появляются возвратные частицы и возможен режим вихревого тока пучка, дается выражением (6) при $\dot{z}=0$ или $R=\exp(-\gamma_0/k)$. В этом случае интеграл, входящий в (6), является табулированной функцией переменной k и равен $-{}_1F_2(1;\,1/2,\,3/2;\,\gamma_0^2/4k^2)-(3\pi\gamma_0/4k){}_1F_2(3/2;\,3/2,\,2;\,\gamma_0^2/4k^2)$, где ${}_1F_2$ — обобщенная гипергеометрическая функция.

Расстояние, на котором параллельный вначале пучок ($\dot{r}_0=0$) резко сжимается в "точку" и происходит "запирание" пучка вследствие его пинчевания, равно [5] $z=r_0(\pi\gamma_0/k)^{1/2}/2$. Сравнение этого выражения с (6) показывает, что раньше наступает режим возвратных частиц и связанное с ним "запирание" пучка.

В рамках рассмотренной модели все частицы внутри пучка движутся подобно граничной частице. Такая модель не учитывает перераспределение плотности тока по сечению пучка, а следовательно, и сил, действующих на частицы из-за пересечения их траекторий.

Влияние стационарного электрического поля пучковой плазмы на динамику быстрых частиц

Рассмотрим динамику длинноимпульсных компенсированных пучков заряженных частиц в отсутствие внешнего магнитного поля. Пучки отрицательных ионов и электронов фокусируются, а пучки положительных ионов расплываются под действием собственного электрического поля квазинейтральной пучковой плазмы. Величина этого поля на радиусе пучка при низких давлениях газа ($A \ll 1$) для указанных типов пучков соответственно равна $E_r = m_i(\sigma_i n_g \dot{z})^2 r/e$ [2,5] и $E_r = 2T_e/er$ [2]. Воспользуемся уравнением огибающей пучка [5,8]

$$\frac{d^2r}{dz^2} = \frac{\varepsilon^2}{r^3} - \frac{k}{\gamma_0 r} - \frac{r\omega_H^2}{4\dot{z}^2\gamma_0^2}\left(1 - \frac{r_0^4}{r^4}\right) \pm \begin{cases} N_+/r\gamma_0, \\ rN_-/\gamma_0, \end{cases} \qquad (7)$$

где ε — эмиттанс пучка; параметр k, связанный с собственным магнитным полем, определен в (1); $N_+ = 2T_e/m_{b\alpha}\dot{z}^2$ для пучка положительных ионов, $N_- = m_i(\sigma_i n_g)^2/m_{b\alpha}$ для пучков отрицательных ионов и электронов.

С целью упрощения в (7) не учитывается изменение энергии частиц пучка под действием собственного электрического поля ($\gamma = \gamma_0$).

Вначале исследуем динамику слаботочных пучков, когда собственным магнитным полем можно пренебречь

$$\varepsilon^2/r^2 \gg k/\gamma_0. \qquad (8)$$

В случае пучков отрицательных ионов и электронов без внешнего магнитного поля первый интеграл уравнения (7) имеет вид

$$\left(\frac{dR}{dz_1}\right)^2 = (R^2 - 1)\left(\frac{a}{R^2} + 1\right), \qquad (9)$$

где $a = \varepsilon^2\gamma_0/r_0^4 N_-$, $z_1 = z(N_-/\gamma_0)^{1/2}$, $R = r/r_0$ и использовано начальное условие $(dR/dz_1) = 0$ при $z_1 = 0$.

Второй интеграл уравнения (7) дает зависимость текущего радиуса фокусируемого пучка от пути пробега z_1,

$$z_1 = \frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{1 + a - 2R^2}{|a - 1|}. \qquad (10)$$

Определяя наименьший радиус пучка $R_{\min} = a$, из уравнения (9) при $dR/dz_1 = 0$ найдем место локализации кроссовера пучка

$$z_b = \frac{\pi}{\sigma_i n_g}\left(\frac{m_{b\alpha}}{m_i}\gamma_0\right)^{1/2}. \qquad (11)$$

Предельная плотность тока в фокусируемых пучках отрицательных ионов и электронов, связанная с наличием собственного электрического пучково-плазменного поля, определяется плотностью тока в кроссовере

$$j_b = \frac{I_b r_0^2 N_-}{\pi\varepsilon^2\gamma_0}. \qquad (12)$$

Расплывание компенсированного пучка положительных ионов происходит преимущественно под действием амбиполярного электрического поля плазмы, так как при $T_e/\gamma_0 \gg T_b$, где T_b — температура пучка, выполняется неравенство $\varepsilon^2 \ll r^2 N_-/\gamma_0$. Для эмиттанса используется известное выражение [9] $\varepsilon = 2^{3/2}(T_b/m_{b\alpha})^{1/2} r_0/\dot{z}$. Приведем зависимость текущего радиуса расплываемого пучка от продольной координаты в случае нулевого начального условия $(dR/dz)_0 = 0$

$$z = (\pi\gamma_0/2N_+)^{1/2} r_0 \operatorname{erfi}(\ln^{1/2} R), \qquad (13)$$

где $\operatorname{erfi}(x)$ — интеграл вероятности мнимого аргумента.

При исследовании динамики сильноточных длинноимпульсных пучков нельзя пренебрегать величиной собственного магнитного поля в уравнении (7). С нарушением неравенства (8) в пучках отрицательных ионов и электронов происходит процесс пинчевания. В пучках положительных ионов пинчевание не наступает пока $N_+ \geqslant k$.

Минимальная величина внешнего продольного магнитного поля, необходимого для предотвращения эффекта пинчевания, определяется так же, как и в случае короткоимпульсных пучков. Учитывая, что $\gamma = \gamma_0(1 \pm N_\pm \ln R/\gamma_0)$ и $\dot{z} = \dot{z}_0(1 + k\ln R/\gamma_0) \times (1 + N_\pm \ln R/\gamma_0)^{-1}$, получим

$$\frac{H}{H_\theta} = \frac{1}{\beta_0}\left[\left(1 \pm \frac{N_\pm}{k}\right)^2 - \frac{1}{\gamma_0^2}\right]\left(\frac{H}{H_\theta}\right)_{E_r=0}, \qquad (14)$$

где величина $(H/H_\theta)_{E_r=0}$ определена в (4).

Транспортировка пучка в условиях развитых колебаний плазмы

В нестабильных пучках в условиях развитых пучково-плазменных неустойчивостей происходит динамическая декомпенсация объемного заряда. Пучок положительных ионов становится нескомпенсированным по заряду, если амплитуда ленгмюровских электронных колебаний плазмы нарастает до величины, достаточной для захвата и выноса вторичных электронов с пучком. Стационарное электрическое поле растет вдоль такого пучка от величины амбиполярного поля квазинейтральной пучковой плазмы до поля полностью нескомпенсированного по заряду пучка [7]. Его значение на радиусе пучка определяется выражением: $E_r = 2I_b^+\eta\sigma_i n_g(z - z_0^e)/\dot{z}_0 r$, где $\eta \approx 1/2$ — доля захваченных в колебания электронов; n_g — постоянная вдоль пучка плотность газа; z_0^e — расстояние, на котором происходит нелинейное ограничение высокочастотных колебаний путем захвата электронов плазмы.

Пучок отрицательных ионов или электронов становится декомпенсированным в результате захвата медленных компенсирующих ионов в ленгмюровские ионные колебания плазмы и выноса их из пучка. Известно аналитическое выражение для распределения стационарного электрического поля в таких частично компенсированных пучках, когда вынос ионов плазмы происходит вдоль пучка [7]. Величина этого поля на радиусе пучка

$E_r = -2I_b^- \sigma_i n_g \gamma_i (z - z_0^+)/\omega_{pi} r$, где γ_i и ω_{pi} — инкремент и частота ионных колебаний плазмы; z_0^+ — расстояние, на котором происходит захват медленных ионов в колебания. В обоих случаях электрическая сила является дефокусирующей.

Если поместить пучок во внешнее магнитное поле $H = H_0(z/z_0^{e,+} - 1)^{1/2}$, квадрат величины которого нарастает вдоль координаты z по тому же закону, что и собственное электрическое поле, можно получить равновесный размер так называемого бриллюэновского пучка. Такое равновесное магнитное поле можно создать в цилиндрическом соленоиде с переменной плотностью намотки проводника с током $n(z) = H(z)/I$, где $n(z)$ — число витков на единицу длины, I — ток в обмотке соленоида. Например, в случае пучка положительных ионов из уравнения огибающей (7), включающего собственное электрическое поле в режиме декомпенсации, следует уравнение для равновесного радиуса

$$\frac{\varepsilon^2}{r_0^3} - g(z) r_0 + \frac{k}{\gamma_0 r_0}\left[\frac{\eta \sigma_i n_g}{\beta_0^2}(z - z_0^e) - 1\right] = 0, \qquad (15)$$

где $g(z) = \omega_H^2(z)/4\dot{z}^2\gamma_0^2$ — параметр канала с переменной фокусировкой.

Решение (15) дает равновесный радиус пучка $r_0 = \varepsilon(\gamma_0/k)^{1/2}$ и величину равновесного магнитного поля $H_0 = 4(\eta\sigma_i n_g z_0^e)^{1/2} I_b^+/\varepsilon \dot{z}_0$.

С целью получения невозмущенного бриллюэновского потока необходимо выполнить согласование пучка с магнитной фокусирующей линзой — на входе в соленоид одновременно обеспечить нужный размер пучка и правильную ориентацию фазового эллипса.

Заключение

В настоящей работе на основе уравнений, определяющих траекторию граничной частицы, аналитически исследовано влияние электрического поля частично скомпенсированного объемного заряда и поля квазинейтральной пучковой плазмы на динамику пучков отрицательных, положительных ионов и электронов. При этом учитывалось воздействие на пучок собственного и внешнего магнитных полей. Величина стационарного электрического поля квазинейтральной плазмы взята из работы [2], а его величина в нестабильных декомпенсированных пучках — из [6].

Исследована динамика короткоимпульсных компенсированных пучков, в которых отсутствует направленное и колебательное движение плазмы. С учетом изменения энергии пучка под действием электрического поля частично скомпенсированного заряда найдена величина минимального внешнего магнитного поля, необходимого для предотвращения пинчевания пучка.

Показано, что в полностью скомпенсированном пучке при отсутствии собственного электрического поля и внешнего магнитного поля необходимо учитывать изменение продольной скорости из-за собственного магнитного поля пучка. Расстояние, на котором наступает возвратное движение быстрых частиц и возможно "запирание" пучка, оказывается меньше расстояния, на котором происходит пинчевание пучка.

Исследована динамика длинноимпульсных пучков, в которых необходимо учитывать направленное и колебательное движение плазмы. Найдено место локализации кроссовера слаботочных прецизионных пучков отрицательных ионов и электронов в отсутствие внешнего магнитного поля. Определена предельная плотность тока таких пучков, связанная с наличием собственного электрического поля квазинейтральной пучковой плазмы. Определен закон расплывания компенсированного пучка положительных ионов под действием собственного электрического поля.

Найдена величина минимального внешнего магнитного поля, необходимого для предотвращения пинчевания длинноимпульсного компенсированного пучка заряженных частиц.

Предложена возможность улучшить транспортировку нестабильных компенсированных пучков. В нарастающем магнитном поле соленоида можно реализовать равновесное состояние пучка с нарастающим объемным зарядом вдоль направления распространения. Тем самым предотвращается расплывание пучка в результате воздействия на него развитых колебаний компенсирующей плазмы.

Полученные результаты могут быть использованы при решении проблемы транспортировки пучков заряженных частиц в газовой среде, связанной с реализацией стационарного состояния пучково-плазменных систем, равновесных конфигураций пучков во внешних и собственных полях и их устойчивостью. Такая проблема возникает при формировании пучков в различных инжекторных устройствах.

Список литературы

[1] *Hooper E.B., Andersen O.A., Willmann P.A.* // Phis. Fluids. 1979. Vol. 22. N 12. P. 2334–2335.
[2] *Удовиченко С.Ю.* // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 4. С. 31–39.
[3] *Sidorov V.P., Udovichenko S.Yu., Astapkovich A.M.* et al. // Proc. of Symp. on the Production and Neutralization of Negative Ions and Beams. Brookhaven (USA), 1989. P. 614–628.
[4] *Авраменко М.И., Кузнецов В.С., Фидельская Р.П.* // ВАНТ. Сер. Электрофизическая аппаратура. 1993. Вып. 26. С. 66–72.
[5] *Мешков И.Н.* // Транспортировка пучков заряженных частиц. Новосибирск: Наука, 1991.
[6] *Киквидзе Р.Р.* и др. // Физика плазмы. 1984. Т. 10. Вып. 5. С. 976–981.
[7] *Удовиченко С.Ю.* // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 8. С. 104–112.
[8] *Капчинский И.М.* Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. М.: Атомиздат, 1966.
[9] *Тепляков В.А., Дербилов В.И.* // ПЭТ. 1969. № 1. С. 21.