

Генерация гармоник в квантово-размерных структурах в сильном электромагнитном поле

© В.В. Капаев, А.Е. Тюрин

Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
117924 Москва, Россия

(Получена 25 мая 1997 г. Принята к печати 9 сентября 1997 г.)

На основе численного решения нестационарного уравнения Шредингера во внешнем электромагнитном поле проведено исследование генерации гармоник в системе туннельно-связанных квантовых ям без использования теории возмущений. Рассчитана временная зависимость дипольного момента, предложена методика расчета интенсивности излучения на заданной частоте. Для системы, содержащей три эквидистантных уровня энергии, показано, что влияние поля на энергетический спектр становится значительным уже при напряженностях в несколько сотен В/см, система выходит из резонанса. Зависимость амплитуды второй гармоники от поля становится неквадратичной в отличие от предсказываемой теорией возмущений, и происходит выход на некоторый стабильный уровень. В режиме кроссинга квазиэнергий показано, что в симметричной системе в сильном поле возможна генерация четных гармоник. Амплитуда гармоник существенно определяется начальным состоянием системы. Возможна ситуация, когда амплитуда генерируемой гармоники может быть даже больше, чем в структурах с резонансной конфигурацией уровней энергии (3 эквидистантных уровня для второй гармоники).

1. Введение

За последние годы достигнут значительный прогресс в теоретическом и экспериментальном исследовании нелинейных оптических свойств квантово-размерных структур [1–3]. Квантово-размерные структуры позволяют изучать широкий спектр квантовых эффектов без обращения к природным атомным и ионным системам [4]. Это может служить основой для создания новых оптоэлектронных приборов, а также использоваться при разработке и реализации новых методов обработки и передачи информации.

Как правило, при описании оптических нелинейностей в квантово-размерных гетероструктурах пользуются теорией возмущений [1,3,5]. Критерием применимости теории возмущений является малость каждой следующей поправки к волновой функции по сравнению с предыдущей при разложении по малому параметру (амплитуде внешнего воздействия): $|a_k^{n+1}| \ll |a_k^n|$. Получаемая из этого условия амплитуда поля может составлять в зависимости от параметров системы от ~ 10 до $\sim 10^3$ В/см. В квантово-размерных структурах наблюдается эффект усиления оптических нелинейностей по сравнению с объемным материалом, что впервые было предсказано в работе [6] для асимметричной структуры на основе GaAs/Al_xGa_{1-x}As. Это в первую очередь связано с тем, что область локализации волновых функций в квантово-размерных структурах составляет десятки нанометров вместо нескольких пикометров в атомных и ионных системах. Матричные элементы межподзонных переходов имеют тот же порядок величины, что и ширина структуры.

Чаще всего из соображений простоты и наглядности рассматривают эффект генерации второй гармоники. В этом случае нелинейные проницаемости по теории возмущений имеют кубическую зависимость от дипольных

матричных элементов, поэтому эффект отсутствует, если система инвариантна относительно инверсии [5]. Максимальный эффект генерации второй гармоники достигается в системе с тремя эквидистантно расположенными уровнями энергии, в которой при подходе к резонансу происходит поглощение двух фотонов с энергией, равной расстоянию между уровнями, и последующее переизлучение на двойной частоте — так называемый режим "двойного резонанса". Как показано в работе [1], в этом режиме величина нелинейной проницаемости 2-го порядка превышает ту же величину в объемном материале более чем на 3 порядка.

Интенсивности источников излучения, используемых в экспериментах на квантово-размерных структурах, таковы, что формальный критерий применимости теории возмущений может быть нарушен. В этой связи представляет интерес вычисление интенсивностей генерируемых гармоник без использования теории возмущений. Для решения нестационарного уравнения Шредингера при воздействии внешнего периодического поля в литературе предложен ряд схем [4,7,8]. В работах [9,10] предложен аналитический метод исследования генерации гармоник, в том числе и низких частот, для двухуровневой системы без ограничений по амплитуде воздействия. В данной работе для вычисления электронных волновых функций воспользуемся методом временного аналога модели Кронига–Пенни, предложенным в работе [7]. Преимущество этого метода при вычислении интенсивности излучения на той или иной частоте без ограничения по количеству уровней квазиэнергий будут отмечены в разделе 2. В том же разделе будет проведено сравнение интенсивностей второй гармоники дипольного излучения, которые могут достигаться в сильном поле, с тем, что наблюдается в упомянутом выше режиме двойного резонанса в системе с тремя эквидистантными уровнями энергии.

В разделе 3 проведен расчет и качественный анализ гармоник излучения, генерируемых в сильном поле в системе из двух туннельно-связанных квантовых ям в режиме кроссинга (пересечения) квазиэнергий. Показано, что в сильном поле можно добиваться генерации той или иной частоты излучения в зависимости от начального состояния и параметров структуры. Отмечено, что в случае симметричных структур можно наблюдать эффект генерации четных гармоник, что в принципе невозможно при малых полях. Показана возможность реализации режима оптического выпрямления в сильном поле путем специального подбора взаимного расположения нескольких уровней квазиэнергии и начального состояния системы.

2. Генерация второй гармоники

Рассмотрим гетероструктуру, состоящую из двух квантовых ям, разделенных туннельно-прозрачным барьером, которая подвергается внешнему периодическому воздействию. Будем производить непосредственный расчет полной интенсивности излучения на частоте ω с использованием спектрального разложения [11,12]:

$$dE_\omega = \frac{4}{3c^3} \left| \frac{d^2 P_\omega(t)}{dt^2} \right|^2 \frac{d\omega}{2\pi}. \quad (1)$$

Расчет временной зависимости дипольного момента структуры произведем на основе метода временного аналога Кронига–Пенни [7]. Этот метод основан на предположении о том, что на систему действует периодическая последовательность прямоугольных импульсов

$$U(t) = \begin{cases} U_1, & nT < t < nT + \tau_1, \\ U_2, & nT + \tau_1 < t < (n + 1)T, \end{cases} \quad (2)$$

где n — целое, $T = \tau_1 + \tau_2$ — период внешнего воздействия. Преимущество этой модели состоит в том, что методы расчета оказываются более простыми по сравнению с использованием потенциала вида $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$, а основные результаты получаются аналогичными. Знание спектра квазиэнергий [10] позволяет проводить качественный анализ поведения системы в любой момент времени, а в случае, когда основную роль играют 2 уровня размерного квантования, этот метод позволяет производить рассмотрение аналитически. Волновую функцию системы во внешнем поле можно представить в виде

$$\Psi(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} g_m \exp(-i\varepsilon_m t / \hbar) \Phi_m(x, t), \quad (3)$$

где ε_m — квазиэнергия, $\Phi_m(x, t)$ — соответствующая функция Флоке, периодическая во времени, $\Phi_m(x, t) = \Phi_m(x, t + T)$, g_m — коэффициенты разложения начального состояния системы $\Psi(x, 0)$ по базису

$\Phi_m(x, 0)$. Подставляя (3) в выражение для дипольного момента $P(t) = e \int \Psi^*(x, t)x\Psi(x, t)$ и раскладывая $\Phi_m(x, t)$ в ряд Фурье, получаем

$$P(t) = e \sum_{m,n} g_m^* g_n \exp[-i(\varepsilon_n - \varepsilon_m)t / \hbar] \times \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{mn} \exp(-i\omega k t), \quad (4)$$

где

$$a_k^{mn} = 2/T \int_{-T/2}^{T/2} dt \int \exp(i\omega k t) \Phi_m^*(x, t)x\Phi_n(x, t)dx.$$

Как видно из (4), в том случае, когда основную роль играют только 2 уровня квазиэнергии и $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, поведение дипольного момента во времени становится периодическим, а амплитуда k -ой гармоники определяется просто коэффициентом при $\exp(-i\omega k t)$ в разложении (4). Когда в разложении (3) играют роль несколько уровней квазиэнергии, для вычисления амплитуд гармоник можно воспользоваться разложением $P(t)$ в интеграл Фурье на конечном временном интервале T_0 .

В общем случае волновые функции уровней размерного квантования, находящихся в ямах, могут не образовывать полную ортонормированную систему. Тогда необходимо учитывать волновые функции непрерывного спектра. Воспользуемся моделью квазинепрерывного спектра, создаваемого бесконечными потенциальными барьерами на определенном расстоянии от краев структуры. Величина этого расстояния подбирается из условий сходимости результатов.

При учете большого количества квазиэнергий возникает сложность с подбором подходящего промежутка времени T_0 из-за несоизмеримости величин квазиэнергий. Чтобы обойти эту трудность в качестве отклика структуры на заданной частоте $n\omega_0$, будем использовать свертку спектральной плотности из (1) с функцией

$$\sigma(\omega) = 1/\sqrt{2\pi\Delta\omega_0^2} \exp[-(\omega - n\omega_0)^2/2\Delta\omega_0^2], \quad (5)$$

где $\Delta\omega_0$ — спектральная ширина линии регистрирующего прибора, n — порядок гармоники излучения, ω_0 — частота внешнего воздействия. Разумно выбирать спектральную ширину линии прибора порядка ширины уровней энергии Γ , соответствующей "естественной ширине" линии. Полная интенсивность излучения на частоте $n\omega_0$ дается подстановкой второй производной по времени от дипольного момента $P(t)$ в (1), домножением полученного выражения на (5) и интегрированием по всей области частот. В результате для интенсивности получаем

$$I = \sum_{m,n,k} |\omega_{n,m,k}^2 \delta_m^* g_n a_k^{n,m}|^2 \sigma^*(\omega_{n,m,k}), \quad (6)$$

где

$$\sigma^*(\omega_{n,m,k}) = \sigma(\omega_{n,m,k}) / \sum_{m',n',k'}^{\infty} \sigma(\omega_{n',m',k'}),$$

$$\omega_{n,m,k} = (1/\hbar)(\varepsilon_n - \varepsilon_m) + \omega k.$$

В зависимости от условий задачи будем пользоваться тем или иным способом расчета. С целью уменьшения числа параметров в численном расчете введем безразмерные координату и время: $x^* = x/\lambda$, где $\lambda = (2\pi\hbar^2/m^*\Delta E_c)^2$, а $t^* = t/t_0$, $t_0 = 2\pi\hbar/\Delta E_c$. Для структур на основе GaAs/Al_xGa_{1-x}As при $x = 0.1$, $\lambda \simeq 15$ нм, $t_0 \simeq 0.041$ пс, а при $x = 0.3$, $\lambda \simeq 9$ нм, $t_0 \simeq 0.016$ пс.

Сначала рассмотрим двухъямную структуру с тремя эквидистантными уровнями энергии: $a_1 = 0.4\lambda$, $a_2 = 0.88\lambda$, $b = 0.2\lambda$, где a_1 — ширина левой ямы, a_2 — ширина правой ямы, b — ширина барьера. Для такой структуры $E_2 - E_1 = E_3 - E_2 = \Delta E$, а период воздействия, соответствующий $\hbar\omega = \Delta E$, равен $T = 3.75t_0$. Выражение для нелинейной проницаемости 2-го порядка, полученной по теории возмущений с учетом процессов релаксации, имеет вид [1]

$$\chi_{2\omega}^{(2)} = \frac{e^3 Z_{12} Z_{23} Z_{31}}{\hbar^2 (\omega_{12} - \omega - i\Gamma_{21})(2\omega_{23} - 2\omega - i\Gamma_{32})}, \quad (7)$$

где e — заряд электрона, Z_{12} , Z_{23} , Z_{31} — дипольные матричные элементы переходов, $\Gamma_{ij} = \hbar/T_{ij}$ — время релаксации. Обычно принимается [13] $\Gamma_{21} = \Gamma_{32} = \hbar/T_{\text{offdiag}}$, $T_{\text{offdiag}} \sim 10^{-12}$ с.

Прямое количественное сопоставление наших результатов с формулой (7) затруднено, поскольку мы не учитываем релаксационных процессов. Этой ситуации соответствует $\Gamma_{ij} = 0$ в (7), тогда формула (7) будет справедлива при некоторой расстройке частоты ω от резонансной. В области применимости теории возмущений и формулы (7) должна сохраняться квадратичная зависимость дипольного момента $P_{2\omega}$ от амплитуды поля. Наш расчет справедлив при любом $\omega - \omega_{12}$. При малой амплитуде воздействия результат нашего расчета должен совпадать с (7). Как и в случае (7), при малой расстройке резонанса $\omega - \omega_{12}$ амплитуда второй гармоники оказывается большой, и уже при малых амплитудах наблюдается существенное отличие зависимости $P(E)$ от квадратичной. При сопоставлении с результатами теории возмущений в качестве $\Delta\omega_0$ разумно выбирать величину порядка Γ_{ij}/\hbar , где Γ_{ij} — ширина уровней энергии, пропорциональная обратному времени релаксации $1/T_{\text{offdiag}}$. Таким образом, наши расчеты позволяют уточнить критерий применимости теории возмущений при вычислении амплитуды второй гармоники.

Для учета влияния квазинепрерывного спектра будем использовать свертку спектральной плотности с передаточной функцией (5). На рис. 1 показана зависимость интенсивности второй гармоники от амплитуды внешнего воздействия (сплошная линия). За начальное состояние

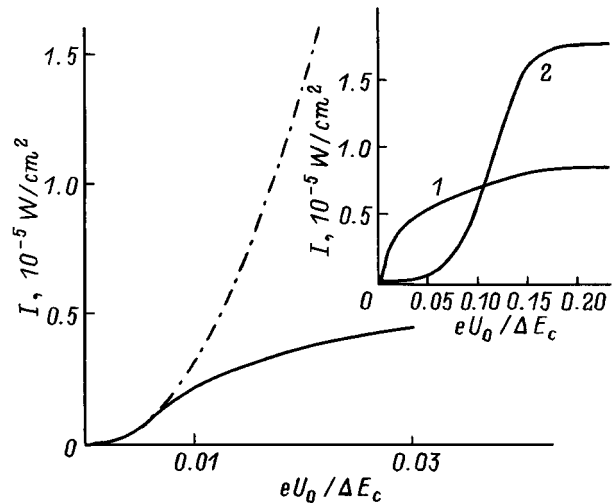


Рис. 1. Зависимость интенсивности (I) второй гармоники от амплитуды поля для двухъямной структуры с тремя эквидистантными уровнями. Сплошная линия — расчет с помощью формулы (6) (см. текст), штрихпунктирная линия — расчет по теории возмущений. На вставке — интенсивность второй гармоники в зависимости от амплитуды поля для структуры с тремя эквидистантными уровнями ($a_1 = 0.4\lambda$, $a_2 = 0.8821\lambda$, $b = 0.2\lambda$) (1) и для структуры с параметрами $a_1 = 0.4\lambda$, $a_2 = 0.8\lambda$, $b = 0.6\lambda$ (2). Период воздействия $T = 3.74t_0$.

принималось $\Psi(x, 0) = |1\rangle^0$ при отсутствии внешнего воздействия. При оценке границы применимости по формулам теории возмущений получаем значение поля $\sim 10^3$ В/см ($\sim 0.01\Delta E_c$). Штрихпунктирная кривая на рис. 1 соответствует интенсивности второй гармоники, рассчитанной по теории возмущений. При превышении некоторого значения поля происходит отклонение зависимости второй гармоники (сплошная линия) от штрихпунктирной кривой. Значение поля, при котором эта зависимость перестает отражать квадратичную зависимость дипольного момента структуры от напряженности поля составляет $\sim 7 \cdot 10^2$ В/см. При дальнейшем увеличении амплитуды поля следует выход на некоторый стабильный уровень интенсивности второй гармоники. Наблюдается хорошее соответствие формулы (6) с результатами эксперимента, приведенными в [1]. Значение поля, при котором проводился эксперимент, было $\sim 10^3$ В/см, что соответствует теоретической границе применимости теории возмущений. Выход из резонанса (и отклонение зависимости от квадратичной) обусловлен зависимостью расстояния между уровнями квазиэнергии от амплитуды поля и изменением матричных элементов $a_k^{n,m}$ из-за зависимости от поля функций Флоке.

Таким образом, трехуровневая система выходит из резонанса при конечной амплитуде воздействия. Это наводит на мысль о подборе параметров системы, в которой резонанс будет достигаться при заданной амплитуде воздействия.

Такая ситуация реализуется в структуре с параметрами $a_1 = 0.4\lambda$, $a_2 = 0.8\lambda$, $b = 0.6\lambda$ при той же частоте воздействия.

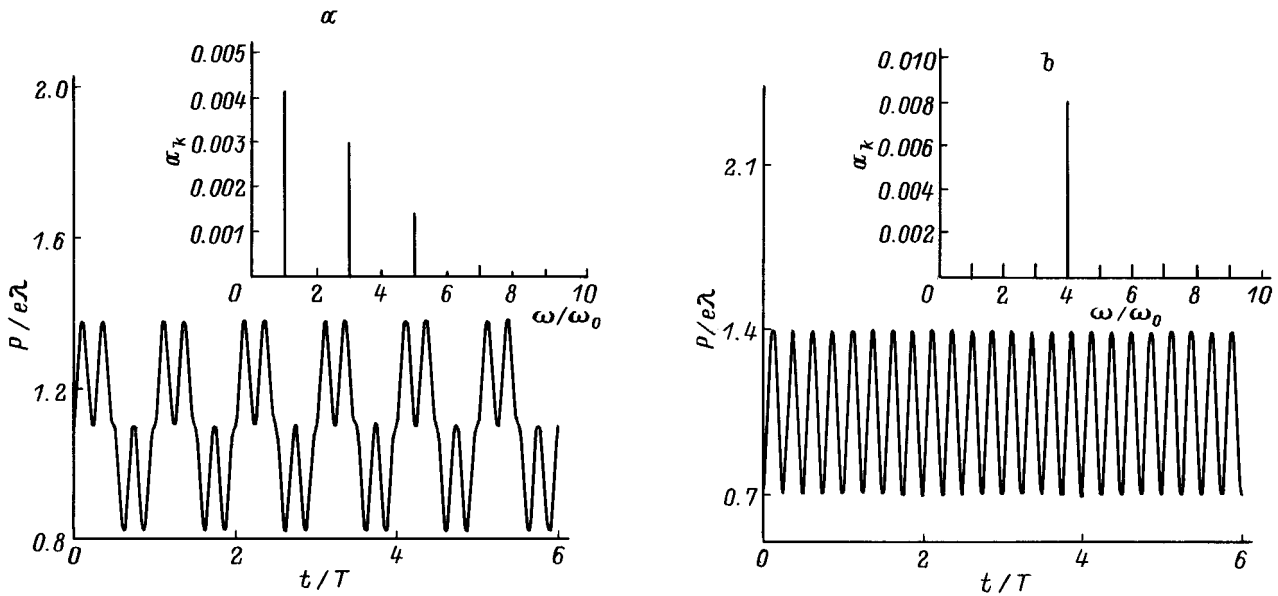


Рис. 2. Зависимость дипольного момента P от времени t для симметричной структуры с параметрами $a_1 = 0.4\lambda$, $a_2 = 0.4\lambda$, $b = 0.4\lambda$ при $T = 46t_0$, $eU_0 = 0.05\Delta E_c$. Начальное состояние: $a - \Psi(x, 0) = |1\rangle^0$, $b - \Psi(x, 0) = (|1\rangle^0 + |2\rangle^0)/\sqrt{2}$. На вставках — фурье-коэффициенты разложения соответствующих дипольных моментов.

На вставке к рис. 1 приведены зависимости интенсивности второй гармоники для системы с тремя эквидистантными уровнями (кривая 1) и для структуры $a_1 = 0.4\lambda$, $a_2 = 0.8\lambda$, $b = 0.6\lambda$ (кривая 2). Кривая 1 является продолжением сплошной линии на рис. 1 в область больших полей. Как и следовало ожидать, при малых воздействиях интенсивность излучения системы с тремя эквидистантными уровнями значительно превышает интенсивность второй гармоники, генерируемой "нерезонансной" в этой области структурой. Однако при увеличении амплитуды поля находится такая область значений амплитуды, в которой интенсивность второй гармоники этой структуры превышает значения интенсивности в системе 3-х эквидистантных уровней.

Таким образом, оказалось возможным подобрать такую двухъямную структуру, в которой происходит усиление эффекта генерации второй гармоники в сильном поле даже по сравнению с резонансным режимом в системе с тремя эквидистантными уровнями. Аналогичный расчет можно использовать для нелинейных эффектов более высокого порядка, для которых также можно ожидать подобного рода усиление.

Следует отметить, что использование прямоугольных импульсов вместо синусоидального воздействия может сказаться на конечном результате, так как в самом воздействии присутствуют более высокие гармоники. Однако при скважности импульсов, равной единице для электромагнитного излучения, вторая фурье-компонента исходного сигнала равна нулю. Для дополнительного подтверждения справедливости этой модели был проведен расчет при синусоидальном воздействии, для которого качественная зависимость амплитуды второй гармоники от поля получается аналогичной.

3. Генерация гармоник в двухуровневой системе

Остановимся подробнее на анализе генерации гармоник в структурах, содержащих два уровня пространственного квантования. В этом случае, как правило, основную роль в разложении (3) играют только два первых члена. Эта ситуация является наиболее наглядной, а общий подход сохраняется при рассмотрении большего числа мод Флоке. Анализ значительно упрощается, если считать, что система находится в режиме кроссинга квазиэнергий, поскольку, как упоминалось ранее, поведение дипольного момента со временем становится периодическим, а амплитуда генерируемой гармоники определяется коэффициентом перед соответствующей экспонентой в формуле (4).

Рассмотрим, для примера, симметричную двухъямную структуру с шириной ям $a_1 = a_2 = 0.4\lambda$ и шириной барьера $b = 0.4\lambda$. Для симметричной структуры при симметричном периодическом воздействии условие пересечения двух уровней квазиэнергии находится аналитически [7]:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = 2m\hbar\omega, \tag{8}$$

$$\Delta_1 = E_2^{(1)} - E_1^{(1)}, \quad \Delta_2 = E_2^{(2)} - E_1^{(2)},$$

где $\omega = 2\pi/T$ — частота внешнего воздействия, $E_i^{(j)}$ — соответствующее значение уровня энергии (i) на первом и втором полупериоде воздействия (j). Таким образом, пересечению квазиэнергий можно поставить в соответствие $2m$ -квантовый процесс, в котором за каждую половину периода воздействия система совершает одинаковое число m целых колебаний, т. е. можно ожидать генерацию

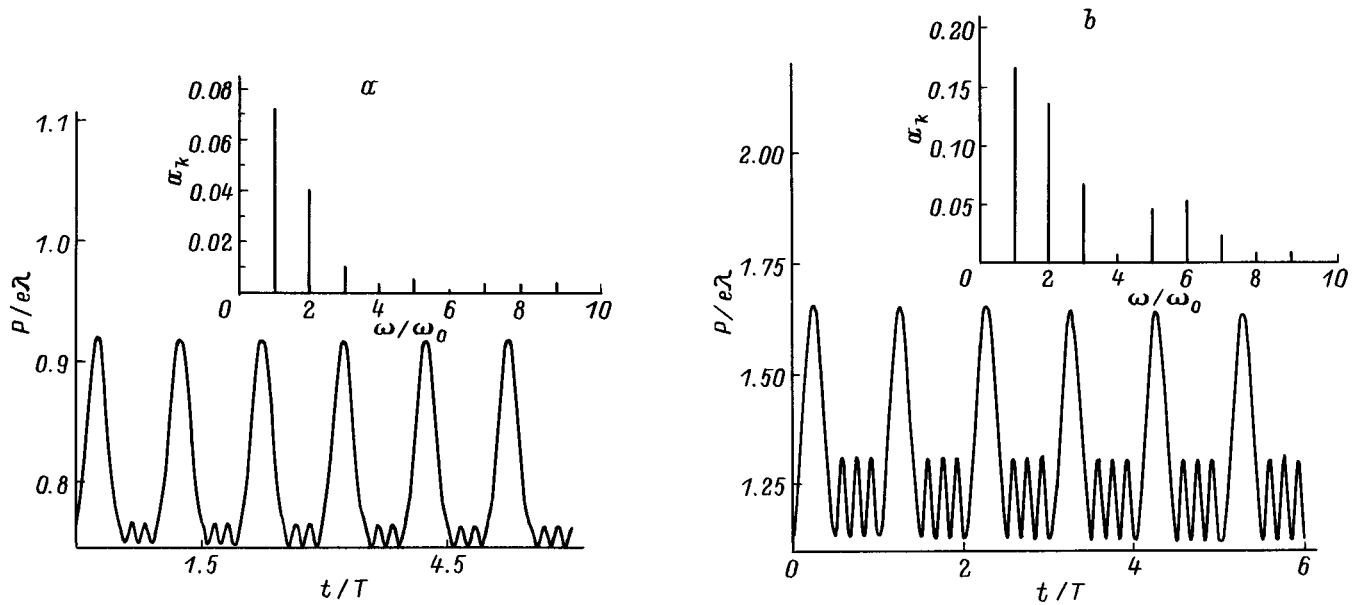


Рис. 3. Зависимость дипольного момента P от времени t для асимметричной структуры с параметрами $a_1 = 0.5\lambda$, $a_2 = 0.4\lambda$, $b = 0.6\lambda$ при $T = 40.6t_0$, $eU_0 = 0.075\Delta E_c$. Начальное состояние: $a - \Psi(x, 0) = |1\rangle^0$, $b - \Psi(x, 0) = (|1\rangle^0 + |2\rangle^0)/\sqrt{2}$. На вставках — фурье-коэффициенты разложения соответствующих дипольных моментов.

гармоники с частотой $2m\omega$. Поскольку фурье-разложение $P(\omega)$ определяется коэффициентами g_i , то результат будет зависеть от начальных условий.

Чтобы не ограничиваться лишь генерацией второй гармоники, рассмотрим случай генерации гармоники с частотой 4ω . Параметры воздействия $T = 46t_0$, $eU_0 = 0.05\Delta E_c$ соответствуют 4-квантовому процессу. На рис. 2, a представлена зависимость дипольного момента от времени, когда за начальное состояние принималось состояние $\Psi(x, 0) = |1\rangle^0$ при отсутствии внешнего воздействия. Та же зависимость, но при начальном состоянии $\Psi(x, 0) = (|1\rangle^0 + |2\rangle^0)/\sqrt{2}$, представлена на рис. 2, b . На вставках к рис. 2, a и b показано разложение дипольного момента в ряд Фурье. В одном случае в излучении присутствуют только нечетные, в другом — только четные гармоники, причем четвертая гармоника будет максимальной.

Чтобы объяснить присутствие четных или нечетных гармоник в симметричной структуре, заметим, что задача симметрична относительно преобразования $C = T\sigma_z$, где T — сдвиг по времени на половину периода внешнего воздействия, σ_z — оператор пространственной четности [14], т. е. задача обладает так называемой обобщенной четностью [15]. Функции Флоке ортогональны друг другу. В нашем случае они построены таким образом, что первая функция Флоке соответствует основному состоянию системы в отсутствие внешнего воздействия, вторая — первому возбужденному состоянию. Волновая функция основного состояния четна, первого возбужденного — нечетна. При смещении на половину периода обе функции антисимметричны, причем временные колебания $\Phi_1(x, t)$ и $\Phi_2(x, t)$ происходят в противофазе. Таким образом, мы имеем два состояния с разной об-

общенной четностью. Из этого следует, что, когда за начальное состояние принимается основное или первое возбужденное состояние, присутствуют только нечетные гармоники излучения. Если начальное состояние — линейная комбинация двух этих состояний с равными коэффициентами, происходит вычитание одной функции Флоке из другой, что приводит к уничтожению всех нечетных и появлению только четной гармоники излучения, определяемой квантовым числом m в (8). Линейная комбинация функций Флоке дает волновую функцию, делокализованную по всей структуре, что отражается на значительном увеличении амплитуды четных гармоник относительно нечетных.

Теперь рассмотрим асимметричную структуру с параметрами $a_1 = 0.5\lambda$, $a_2 = 0.4\lambda$, $b = 0.6\lambda$. Условие пересечения квазиэнергий для асимметричной структуры удовлетворяется, когда соотношение энергий стационарных состояний на первой и второй полуволне Δ_1/Δ_2 равно отношению целых чисел l/m [7]. При этом период воздействия должен быть равен: $T = 4\pi\hbar l/\Delta_1$. Возьмем для примера $eU_0 = 0.075\Delta E_c$, $T = 40.6t_0$, при этом соотношение энергий будет $\Delta_2/\Delta_1 = 3$. Как и в случае симметричной структуры, будем проводить расчет для двух различных начальных условий $\Psi(x, 0) = |1\rangle^0$ и $\Psi(x, 0) = (|1\rangle^0 + |2\rangle^0)/\sqrt{2}$. Результаты расчета представлены на рис. 3. Как видно из рис. 3, a для $\Psi(x, 0) = |1\rangle^0$ за первый полупериод система совершает одно колебание, за второй — три, что соответствует квантовым числам $l = 1$, $m = 3$ соответственно. На вставке к рис. 3, a представлено разложение дипольного момента в ряд Фурье, в котором присутствуют первая, вторая и третья гармоники колебаний. Для начального состояния $\Psi(x, 0) = (|1\rangle^0 + |2\rangle^0)/\sqrt{2}$ амплитуды коэффи-

циентов Фурье значительно больше, а четные гармоники проявляются сильнее (рис. 3, *b*). Это объясняется тем, что, как уже отмечалось выше, волновая функция оказывается делокализованной по всей структуре при задании начального состояния в виде линейной комбинации по стационарным состояниям, что приводит к увеличению дипольного момента и к большему участию четных гармоник.

Таким образом, симметричные системы в сильном поле можно считать хорошим объектом для формирования четных гармоник излучения с достаточно большой амплитудой, "выделенной" на фоне всех остальных частот. На каждом из полупериодов воздействия структура становится несимметричной, что приводит к потере пространственного центра инверсии. В том случае, когда поле не оказывает сильного влияния на уровни энергии симметричной структуры, произведение дипольных матричных элементов переходов в формуле (7) становится равным нулю, поэтому генерация второй (четной) гармоники невозможна. Спектр частот в случае асимметричных структур более богатый по сравнению с симметричными, что дает возможность использовать их для генерации более широкого спектра гармоник. Подбирая структуры с различными значениями соотношения Δ_2/Δ_1 , можно контролируемым образом получать необходимое распределение частот с выделенными гармониками, соответствующими квантовым числам l и m .

Мы рассмотрели режим периодического поведения волновых функций, который реализуется при пересечении двух первых уровней квазиэнергии. Проведенный выше анализ показывает, что в этом случае в спектре выделенными являются целочисленные гармоники. Хотя на практике получить нужное начальное состояние достаточно сложно, интересен также случай, когда при специально выбранном взаимном расположении нескольких уровней квазиэнергии и определенном выборе начального состояния, можно реализовать режим генерации низких частот (режим оптического выпрямления). Динамика волновых функций определяется взаимным расположением уровней квазиэнергии, поэтому, контролируя расстояние между ними, можно добиться также генерации частот, в целом число раз меньших, чем частота внешнего воздействия. Для расчета была выбрана структура, в которой при амплитуде внешнего воздействия $eU_0 = 0.05\Delta E_c$ основной вклад в разложение (3) вносят только три первых члена: $a_1 = 0.7\lambda$, $a_2 = 0.5\lambda$, $b = 0.3\lambda$. В данном случае, поскольку количество квазиэнергий невелико, удобно пользоваться разложением дипольного момента в интеграл Фурье. Нужный нам режим должен реализоваться при значительном сближении двух из трех рассматриваемых уровней квазиэнергии. Первое такое сближение происходит при значении периода воздействия $T = 2.06t_0$. Специальным выбором начального состояния обеспечивается большое значение коэффициента при экспоненте с малой частотой колебаний и малое значение коэффициента при

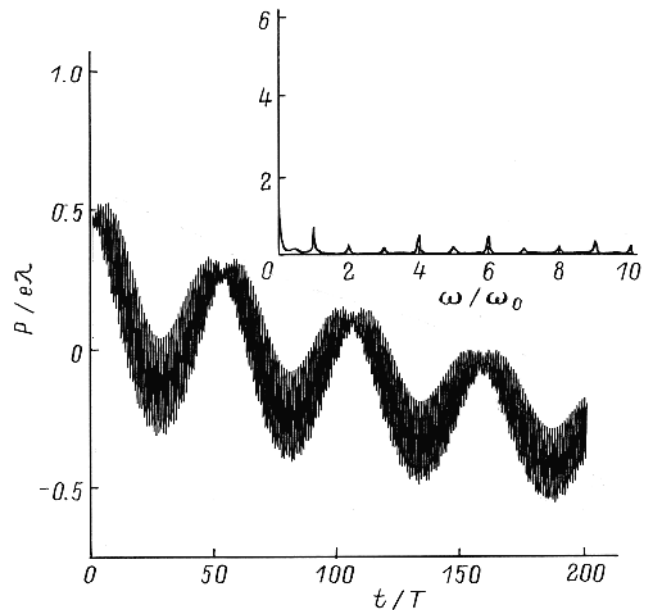


Рис. 4. Зависимость дипольного момента от времени для асимметричной структуры с параметрами $a_1 = 0.7\lambda$, $a_2 = 0.5\lambda$, $b = 0.3\lambda$ при $T = 2.06t_0$, $eU_0 = 0.05\Delta E_c$ для начального состояния $\Psi(x, 0) = |2\rangle^0$. На вставке — спектральная плотность дипольного момента.

членах с частотами $k\omega$, k — целое. Такая ситуация реализуется, если взять за начальное состояние первое возбужденное состояние в отсутствие внешнего поля $\Psi(x, 0) = |2\rangle^0$. Результаты расчетов представлены на рис. 4. Электрон, изначально локализованный в правой яме, совершает плавную передислокацию из одной ямы в другую с незначительными колебаниями на целочисленных частотах. Период плавной передислокации определяется взаимным расположением уровней квазиэнергии. Расстояние между квазиэнергиями составляет $0.021\Delta E_c$, что соответствует $T = 96.82t_0$.

4. Заключение

В настоящей работе на основе численного решения нестационарного уравнения Шредингера изучен эффект генерации гармоник дипольного излучения сильным внешним электромагнитным полем в случае двух туннельно-связанных квантовых ям. На примере эффекта генерации второй гармоники проведен расчет полной интенсивности излучения на основе метода временного аналога модели Кронига–Пенни. Проведено сравнение величины эффекта генерации второй гармоники в системе, находящейся в сильном поле в режиме резонансного туннелирования, с эффектом "двойного резонанса" в системе трех эквидистантно расположенных уровней, в которой реализуется максимальное излучение на частоте 2ω при малых воздействиях. Отмечено, что в сильном поле может происходить значительное увеличение эффекта генерации второй гармоники даже по сравнению с резонансным режимом излучения.

Проведен анализ гармоник, генерируемых в двухуровневой системе в сильном поле, в режиме кроссинга (пересечения) уровней квазиэнергии. Установлено, что используя управляемую эволюцию электронных состояний в квантово-размерных структурах, можно контролируемым образом добиваться генерации нужной гармоники дипольного излучения. Показано, что симметричные структуры в сильном поле могут служить хорошим объектом для генерации четных гармоник излучения, что в принципе невозможно при малых воздействиях. Отмечена возможность реализации режима оптического выпрямления при специальном взаимном расположении трех уровней квазиэнергии и определенном выборе начального состояния.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и INTAS.

Список литературы

- [1] E. Rosencher, Ph. Bois. Phys. Rev. B, **44**, 11 315 (1991).
- [2] J.Z. Kaminski. J. Phys.: Condens. Matter., **6**, 1577 (1994).
- [3] H. Kuwatsuka, H. Ishikawa. Phys. Rev. B, **50**, 5323 (1994).
- [4] *Localization and confinement of electrons in semiconductors*, ed. by F. Kachar, H. Heinrich, G. Bauer (Springer Verlag, Berlin, 1990).
- [5] Н. Бломберген. *Нелинейная оптика* (М., Мир, 1966).
- [6] M.K. Gurnik, T.A. DeTemple. IEEE J. Quant Electron., **QE-19**, 791 (1983).
- [7] А.А. Горбацевич, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев. ЖЭТФ, **107**, 1320 (1995).
- [8] Ya. Kousuke, F. Shechao, Qing Hu. Phys. Rev. B, **54**, 7987 (1996).
- [9] Y. Dakhnovskii, R. Bavl. Phys. Rev. B, **48**, 11 020 (1993).
- [10] Y. Dakhnovskii, R. Bavl. Phys. Rev. B, **48**, 11 010 (1993).
- [11] Я.Б. Зельдович. ЖЭТФ, **51**, 1492 (1966).
- [12] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теория поля* (М., Наука, 1988).
- [13] E. Rosencher, P. Bois, J. Nagle. SPIE Proc., **1273**, 138 (1990).
- [14] Опт. и спектр., **49**, 1024 (1980).
- [15] R. Bavl, H. Metiu. Phys. Rev. A, **47**, 3299 (1993).

Редактор Л.В. Шаронова

Generation of harmonics in quantum-scale structures in a strong electromagnetic field

V.V. Kapayev, A.E. Tyurin

P.N. Lebedev Physics Institute,
Russian Academy of Sciences,
117921 Moskow, Russia

Abstract On the basis of numerical solution of a nonstationary Schrödinger equation in external electromagnetic field the investigation was made of generation of harmonic in tunneling-coupled quantum well structures without use of perturbation theory. The time dependence of dipole momentum was calculated and the technique of calculation of luminescence intensity of a given frequency was proposed. It was shown that for the system containing three equidistant energy levels the field influence on the energy spectrum becomes significant already at the field amplitude of several hundreds V/cm, the system leaving the resonant mode. The dependence of the second harmonic amplitude on the field becomes non quadratic in contrast to that of perturbation approach. The exit on some stable level occurs. In the mode of quasienergy levels crossing, it was shown that the generation of even harmonics was possible in symmetric systems. The harmonic amplitude is strongly determined by initial conditions of the system. The situation is possible when amplitude can be even of larger than that for the structures with resonant configuration of energy levels (3 equidistant levels for second harmonic).

e-mail: kapayev@sci.lpi.ac.ru