

Линейные коэффициенты фотоупругости в слоистых структурах с квантовыми ямами с наклонным дном в области экситонных резонансов

© Р.А. Аюханов, Г.Н. Шкердин

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,
141120 Фрязино, Московская обл., Россия

(Поступила в Редакцию 24 марта 1998 г.)

Получено аналитическое выражение для линейных коэффициентов фотоупругости в слоистых структурах с квантовыми ямами (MQWS) с наклонным дном в области основного экситонного резонанса. Вычислены коэффициенты фотоупругости в сверхрешетке GaAs/Al_{0,28}Ga_{0,72}As на длинноволновом краю резонанса основного экситонного состояния. Показано, что эти коэффициенты для MQWS с наклоном дна, возникающим в варизонной квантовой яме, больше, а для наклона дна, задаваемого постоянным электрическим полем, приложенным к MQWS, меньше тех же величин в случае сверхрешетки с прямоугольной квантовой ямой. Для пьезоэлектрических сверхрешеток вычислена величина стимулированного наклоном дна квантовой ямы линейного вклада пьезополя в коэффициент фотоупругости и проведено его сравнение с вкладом, вносимым потенциалом деформации.

В [1] были исследованы фотоупругие свойства слоистых структур с квантовыми ямами (MQWS) в области экситонных резонансов и показано, что локализация электронов и дырок в квантовой яме (QW) приводит к существенному увеличению линейных коэффициентов фотоупругости (КФ) в таких структурах относительно объемного случая. Создание тем или иным способом энергетического наклона дна QW может привести к дополнительному изменению степени этой локализации из-за смещения взаимодействующих электрона и дырки по ширине ямы за счет наклона дна.

С другой стороны, возможность существования в QW экситонов в связанном состоянии вплоть до электрических полей $\sim 50F_0$ (F_0 — напряженность электрического поля, необходимая для ионизации объемного экситона) [2] позволяет предположить, что наклон дна QW может изменить закономерности сдвига энергетических уровней экситонов в электрических полях, а в случае пьезоэлектрических MQWS — характер модуляции экситонных уровней звуковой волной.

Далее будут исследованы упругооптические свойства пьезоэлектрических и непьезоэлектрических MQWS с наклонным дном QW вблизи резонанса основного состояния экситона.

Известно, что для расчета КФ необходимо знание волновых функций и энергетических уровней экситонов в QW, т.е. требуется учет наклона дна QW. Решая задачу в приближении бесконечно глубокой ямы,¹ рассмотрим два случая, при которых КФ ведет себя различным образом: когда тангенсы углов наклона дна QW для электрона и QW для дырки имеют разные знаки и когда их знаки равны (рис. 1).

¹ Как показывает анализ [3], это приближение может быть оправдано, в частности, для QW на основе GaAs при ширине QW вблизи борновского радиуса объемного экситона.

QW для электронов и дырок с различными тангенсами угла наклона, как показано в [4], можно создавать, варьируя состав слоя, составляющего QW в MQWS. Это приводит к возникновению координатной зависимости ширины запрещенной зоны и в общем случае к различным (в том числе и по знаку) тангенсам угла наклона. В частном случае системы GaAs/AlGaAs (такого типа MQWS будут рассматриваться далее) при замене в процессе эпитаксии атомов Ga на Al в слое GaAs, составляющем QW, знаки тангенсов углов наклона будут противоположны и количественно связаны друг с другом следующим образом: $A_e = -A_h \cdot 0.85/0.15$, A_e — тангенс угла наклона дна электронной QW, A_h — тангенс угла наклона дырочной QW [5]. Назовем этот случай наклоном, возникающим в варизонной QW.

Очевидно, что одинаковый тангенс угла наклона ($A_e = A_h$) имеет место в достаточно исследованном случае QW, находящейся в постоянном электрическом поле [2,6,7], т.е. в случае наклона дна ямы, задаваемого электрическим полем. Эти две ситуации и будут анализироваться в дальнейшем.

Будем рассматривать линейный по ширине QW наклон (т.е. вдоль координаты z , перпендикулярной слоям MQWS). Энергию дна QW шириной L_z , ограниченной бесконечными барьерами $z = -L_z/2$ и $z = L_z/2$, опишем по закону $E = A_{e,h}(z + L_z/2)$ для электронных и дырочных ям соответственно. В случае наклона в варизонной QW величины $A_{e,h} = eF_{e,h}$, где e — заряд электрона, $F_{e,h}$ — напряженности встроенных электрических полей [4], в общем случае различных для электронных и дырочных QW. В случае наклона, задаваемого электрическим полем, величины $F_e = F_h = F$ — напряженности реальных электрических полей, одинаковым образом приложенных к электронной и дырочной QW, и задача этом случае сводится к определению экситонных волновых функций и энергетических уровней, когда к MQWS при-

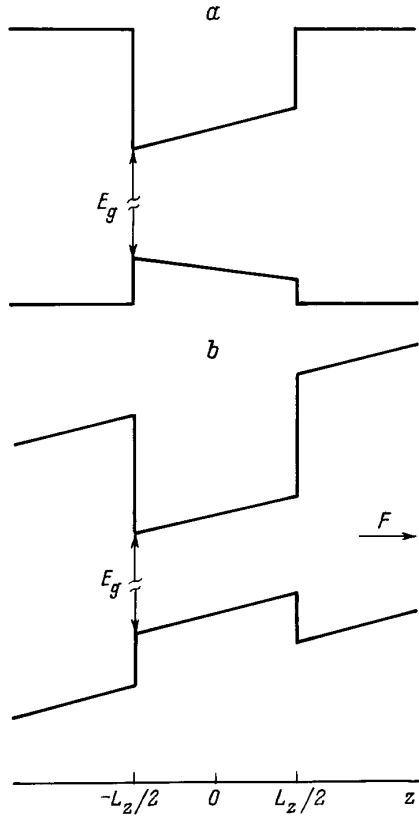


Рис. 1. Вид квантовых ям с наклонным энергетическим дном в случае наклона, возникающего в варизонной квантовой яме (a) и созданного постоянным электрическим полем (b).

ложено электрическое поле с напряженностью F [2,6,7].² Обобщение методики на случай произвольного наклона дна QW вне зависимости от величины и причины наклона позволяет записать гамильтониан для экситона в квантовой яме с наклонным дном в следующей форме:

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{\hbar^2}{2m_{e\perp}^*} \nabla_{z_e}^2 + A_e \left(z_e + \frac{L_z}{2} \right) - \frac{\hbar^2}{2m_{h\perp}^*} \nabla_{z_h}^2 \\
 & - A_h \left(z_h + \frac{L_z}{2} \right) - \frac{\hbar^2}{2\mu_{\parallel}} (\nabla_x^2 + \nabla_y^2) \\
 & - \frac{e^2}{\epsilon_0 \sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Здесь первый и второй члены описывают одномерное состояние электрона с координатой z_e в QW, имеющей тангенс энергетического наклона дна A_e , третий и четвертый — такое же состояние для дырки с координатой z_h и тангенсом угла наклона дна QW A_h , пятый — кинетическую энергию взаимодействующих электрона и дырки в плоскости XY, шестой — потенциальную

² Чтобы не ограничивать общности рассмотрения, нулевое значение энергии здесь, так же как и для варизонной QW, берется при $z = -L_z/2$. При определении энергии экситона это не повлияет на результат, так как для QW в электрическом поле $A_e = A_h$.

энергию взаимодействующих электрона с координатами $(0, 0, z_e)$ и дырки с координатами (x, y, z_h) , $m_{e\perp}^*$, $m_{h\perp}^*$ — эффективные массы электрона и дырки в направлении, перпендикулярном слоям MQWS, μ_{\parallel} — приведенная масса в направлении, параллельном слоям, ϵ_0 — стационарная диэлектрическая проницаемость (ДП) слоя, составляющего QW (считается, что в барьерных слоях стационарная ДП также равна ϵ_0), \hbar — постоянная Планка.

Для случая, когда энергия связи экситона в условиях размерного квантования в QW превышает ту же величину в объемном кристалле (что, как показывает расчет, выполняется в системе GaAs/AlGaAs при $L_z < 200 \text{ \AA}$), решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) выбирается в виде следующей пробной функции:

$$\begin{aligned}
 \Psi = & \frac{2}{\lambda} \left[\frac{\beta_e(\beta_e^2 + 4\pi^2)}{2\pi^2 L_z (1 - e^{-\beta_e})} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\beta_h(\beta_h^2 + 4\pi^2)}{2\pi^2 L_z (1 - e^{-\beta_h})} \right]^{\frac{1}{2}} \\
 & \times \cos \frac{\pi z_e}{L_z} \cos \frac{\pi z_h}{L_z} \exp \left(-\frac{\rho}{\lambda} \right) \\
 & \times \exp \left(-\frac{\beta_e}{2} \left[\frac{z_e}{\pi} + \frac{1}{2} \right] \right) \exp \left(-\frac{\beta_h}{2} \left[\pm \frac{z_h}{\pi} + \frac{1}{2} \right] \right), \quad (2)
 \end{aligned}$$

где верхний знак во второй экспоненте соответствует случаю наклона в варизонной QW, нижний — наклону, созданному электрическим полем, β_e, β_h — вариационные параметры, определяемые при решении уравнения Шредингера для свободного электрона и свободной дырки в соответствующей QW с наклонным дном вариационным методом аналогично методике, развитой в [6], где детально рассмотрено воздействие электрического поля на свободную частицу в QW. Средние величины основного энергетического состояния для свободных электронов и дырок также определялись численно при подстановке β_e и β_h в соответствующие выражения для энергий E_{1e} и E_{1h} , получаемые из решения уравнения Шредингера при учете первых двух и третьего-четвертого членов из (1) соответственно. λ — вариационный параметр, определяемый при решении уравнения Шредингера, где гамильтонианом являются пятый и шестой члены (1). Выражение, полученное для средней величины энергии основного состояния экситона относительно дна зоны проводимости при учете наклона дна QW, записывается в виде

$$\begin{aligned}
 E_{\text{ex}} = & \frac{\hbar^2}{2\mu_{\parallel} \lambda^2} - \frac{e^2}{\epsilon_0 \lambda^2} \frac{\beta_e(\beta_e^2 + 4\pi^2)}{\pi^2 (1 - e^{-\beta_e})} \frac{\beta_h(\beta_h^2 + 4\pi^2)}{\pi^2 (1 - e^{-\beta_h})} \frac{1}{\pi^2} \\
 & \times \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} d\rho dz_e dz_h \frac{\rho \exp \left(-\frac{2\rho}{\lambda} \right) \cos^2 z_e \cos^2 z_h}{\sqrt{\rho^2 + (L_z^2/\pi^2)(z_e - z_h)^2}} \\
 & \times \exp \left(-\beta_e \left[\frac{z_e}{\pi} + \frac{1}{2} \right] \right) \exp \left(-\beta_h \left[\pm \frac{z_h}{\pi} + \frac{1}{2} \right] \right) \quad (3)
 \end{aligned}$$

и определяется численно (верхний знак в экспоненте подынтегрального выражения — наклон в варизонной QW, нижний — наклон в электрическом поле).

Результаты расчета величин E_{ex} и λ в зависимости от ширины квантовой ямы для наклона в варизонной QW ($E_{\text{ex}}^v, \lambda_v$) и наклона, задаваемого электрическим полем ($E_{\text{ex}}^e, \lambda_e$), показаны на рис. 2. Здесь же приведены уточненные данные для этих же величин в случае простой (прямоугольной) ямы ($E_{\text{ex}}^p, \lambda_p$). Для одной и той же ширины квантовой ямы соотношения между ними выглядят так: $E_{\text{ex}}^v > E_{\text{ex}}^p > E_{\text{ex}}^e, \lambda_v < \lambda_p < \lambda_e$. Величина E_{ex}^v несколько больше энергии экситона в простой яме, что обусловлено смещением максимумов волновых функций электрона и дырки по направлению к одной из границ QW (к $z = L_z/2$) и в конечном счете их дополнительной локализацией. Меньшая величина энергии экситона E_{ex}^e относительно энергии в простой яме отражает противоположную ситуацию: электрическое поле смещает максимумы волновых функций электрона и дырки к различным границам (электрона к $z = -L_z/2$, дырки к

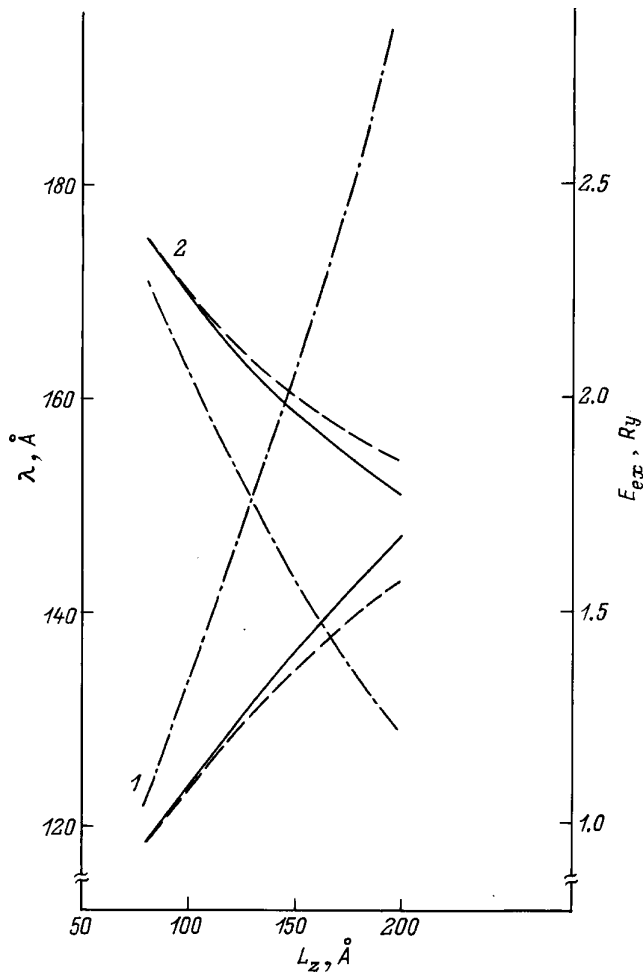


Рис. 2. Зависимость λ (семейство кривых 1) и E_{ex} (семейство кривых 2) от ширины квантовой ямы L_z . Штриховые линии — наклон в варизонной QW ($A_e = 10^5$ eV/cm, $A_h = -1.77 \cdot 10^4$ eV/cm), штрихпунктирные — наклон, создаваемый электрическим полем ($A_e = A_h = 10^5$ eV/cm), сплошная линия — простая QW ($A_e = A_h = 0$). R_y — энергия основного состояния объемного экситона.

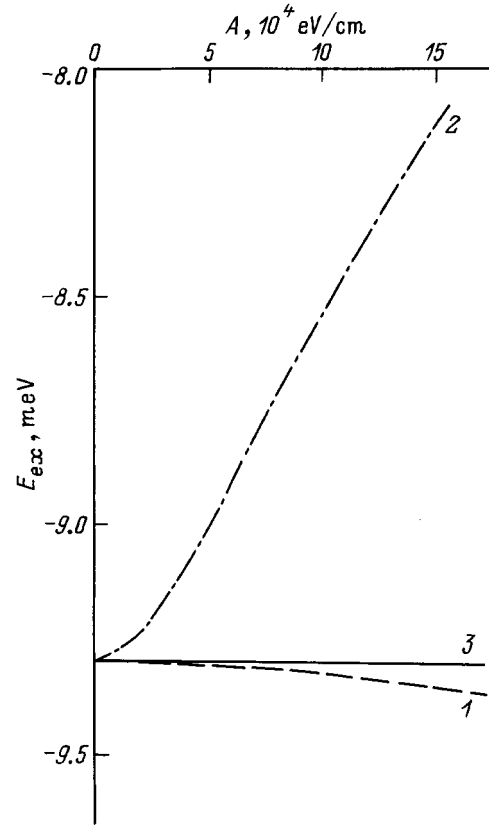


Рис. 3. Зависимость энергии основного состояния экситона от величины наклона дна QW ($L_z = 102$ Å). 1 — наклон в варизонной QW, 2 — наклон, создаваемый электрическим полем, 3 — простая QW (приведена для наглядности).

$z = L_z/2$), таким образом ослабляя эффект локализации электрона и дырки в простой QW [7].

Такая интерпретация подтверждается и зависимостью величины энергии основного состояния экситона от степени наклона дна QW (рис. 3).³ Увеличение наклона, усиливая степень локализации электрона и дырки возле границы $z = -L_z/2$, в случае варизонной QW увеличивает экситонную энергию (в этом случае степень локализации и соответственно вид кривых для E_{ex}^v на рис. 3 и E_{ex}^v и λ_v на рис. 2 зависят от соотношения между A_e и A_h , связанного с физико-химическими свойствами варизонного слоя). Увеличение же наклона в электрическом поле, смещая электрон и дырку к противоположным границам QW, ее уменьшает.

Эти существенные различия для наклона в варизонной QW и наклона, задаваемого электрическим полем, обуславливающие величину и поведение вариационного параметра λ в выражениях для волновых функций и экситонных энергий, сказываются и на величине резонансной части ДП в присутствии звука, полученной

³ Поскольку в случае наклона в варизонной QW $A_e \neq A_h$, в качестве величины, характеризующей наклон, используется тангенс угла наклона дна электронной ямы (A_e). Соответствующие тангенсы угла наклона для дырочной ямы, однозначно связанные с A_e , определяются как указано выше.

аналогично [1] в квазистатическом квазиоднородном приближении для звуковой волны,

$$\varepsilon_{ik}^r = -\frac{4\pi e^2 L_{ik}}{m_0^2 \omega^2 L} \frac{2}{\pi \lambda^2} \frac{1}{\hbar \omega - E^r + is},$$

$$E^r = E_g^W + E_{ex}, \quad E_g^W = E_g + E_{1e} - E_{1h} + (A_e - A_h) \frac{L_z}{2},$$

$$L_{ik} = \langle c, \mathbf{k} | e^{i\mathcal{X}\mathbf{r}} \hat{p}_k | v, \mathbf{k} - \mathcal{X} \rangle \langle v, \mathbf{k} - \mathcal{X} | e^{-i\mathcal{X}\mathbf{r}} \hat{p}_i | c, \mathbf{k} \rangle,$$

$$|c; v, \mathbf{k}\rangle = \frac{1}{\Omega_0} u_{c;v,\mathbf{k}}(r) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (4)$$

$L = L_z + L_B$ — период сверхрешетки, L_B — ширина слоя QW, составляющего энергетический барьер, $\omega\mathcal{X}$ — частота и волновой вектор возбуждающей экситон электромагнитной волны (ЭМВ), \mathcal{X}_1 — волновой вектор индуцированного ЭМВ тока, E_g^W — энергетический промежуток между основными состояниями электронов (E_{1e}) и дырок (E_{1h}) в собственных QW с наклонным дном без учета их взаимодействия друг с другом, E_g — ширина запрещенной зоны в трехмерном случае в слое, составляющем QW, \hat{p} — оператор импульса, m_0 — масса электрона, Ω_0 — объем элементарной ячейки трехмерного кристалла, $u_{c;v,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ — амплитуда блоховской функции для зоны проводимости и валентной зоны с волновым вектором \mathbf{k} , s — ширина основного экситонного уровня E^r .

Поэтому очевидно, что от параметра λ зависят и величины КФ, вычисляемые с учетом экситонного эффекта. Разложение резонансной части ДП (4) в ряд Фурье в пренебрежении нелинейной частью модуляции уровня E^r в виде $\varepsilon_{ik} = \sum_n \varepsilon_{ik}^{nr} e^{in\alpha}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, позволяет получить в общем случае пьезоэлектрической MQWS выражение для коэффициентов разложения, пропорциональных КФ различных порядков по тензору деформации u_{ik} ,

$$\varepsilon_{ik}^{r,n} = -\frac{4\pi e^2 L_{ik}}{m_0^2 \omega^2 L} \frac{2}{\pi \lambda^2} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-in\alpha} d\alpha}{a^d - (E_1 + E_{ex}^m) u_{ik} + is},$$

$$a^d = -E_g^{W0} + \hbar\omega - E_{ex},$$

$$E_{ex}^m = \frac{dE_{ex}}{dF_\beta} \frac{4\pi\beta}{\varepsilon_0}, \quad \alpha = \mathbf{q}\mathbf{r} - \Omega t, \quad (5)$$

E_g^{W0} — невозмущенная звуком величина энергетического промежутка E_g^W , E_1 — потенциал деформации, E_{ex}^m — параметр сдвига уровня E_{ex} , $E_{ex}^m u_{ik}^0$ означает величину сдвига экситонного уровня, когда звуковая волна с амплитудой тензора деформации u_{ik}^0 возбуждает в пьезоэлектрическом кристалле электрическое поле напряженностью $F_\beta = 4\pi\beta u_{ik}^0 / \varepsilon_0$ (β — пьезоэлектрический модуль), dE_{ex}/dF_β — производная от энергии экситона в QW с наклонным дном по напряженности этого пьезополя (в случае наклона, задаваемого электрическим полем $dE_{ex}^e/dF_\beta = edE_{ex}^e/dA_e = edE_{ex}^e/dA_h$, в варизонной QW,

когда $A_e \neq A_h$, $dE_{ex}^v/dF_\beta \neq edE_{ex}^v/dA_e \neq edE_{ex}^v/dA_h$), Ω и \mathbf{q} — частота и волновой вектор звуковой волны.

Оценки показывают, что для MQWS с наклонным дном QW, как и в случае MQWS с простой ямой, для комнатных температур нелинейные члены (5) при реально достижимых интенсивностях звука становятся несущественными. Поскольку одной из специфических особенностей QW является возможность использования экситонных эффектов в области комнатных температур, в дальнейшем будем исследовать лишь линейные члены Фурье-разложения ε_{ik}^r . Ограничиваясь при интегрировании в ε_{ik}^r линейным членом по u_{ik} и используя формулу для резонансного КФ вида $P_{1111}^{2D} = \varepsilon_{11}^{r1}/(u_{11}^0 \varepsilon_0^2)$ [1], находим выражение для линейного члена резонансного КФ в случае, когда MQWS создана на основе кубического кристалла с пьезоэлектрическими свойствами,

$$P_{1111} = -\frac{4\pi e^2 L_{ik}}{m_0^2 \omega^2 L} \frac{2}{\pi \lambda^2} \frac{(E_1 + E_{ex}^m)}{(a^d + is)^2}. \quad (6)$$

Поскольку для одинаковых величин a и s линейные КФ для MQWS с наклонным дном QW $P_{1111}^{V,E}$ и с простой QW P_{1111}^{2D} соотносятся как

$$\frac{P_{1111}}{P_{1111}^{2D}} = \frac{\lambda_p^2 (E_1 + E_{ex}^{mv,e})}{\lambda_{v,e}^2 E_1},$$

а для наклона, задаваемого электрическим полем $\lambda_e > \lambda_p$, параметр сдвига уровня $E_{ex}^{me} < 0$, величина P_{1111}^E как в пьезоэлектрических, так и в непьезоэлектрических MQWS всегда меньше КФ для простой ямы P_{1111}^{2D} . Электрическое поле, увеличивая в (2) вариационный параметр λ , сводит волновую функцию экситона в QW к волновой функции, количественно описывающей объемный кристалл. Поскольку КФ для наклона, задаваемого электрическим полем, P_{1111}^E связаны с объемным КФ P_{1111}^{3D} как $P_{1111}^E/P_{1111}^{3D} \sim 2a_B s^{3D}/(L s^{2D} \lambda_e^2)$ (где a_B — борковский радиус объемного экситона, s^{3D} и s^{2D} — величины энергетических размазов для трехмерного и квазидвумерного случая), то при $L = 2a_B$, $s^{2D} = s^{3D}$ для электрических полей, при которых $\lambda_e \sim a_B$, величина $P_{1111}^E \sim P_{1111}^{3D}$.

В случае наклона в MQWS с варизонной QW, когда $\lambda_v < \lambda_p$ и параметр сдвига $E_{ex}^{mv} > 0$, дополнительная локализация электронов и дырок как бы уменьшает толщину QW, благодаря чему увеличивается КФ (P_{1111}^V). Это показано на рис. 4, где при использовании (6) построены кривые для линейных резонансных КФ для конкретной сверхрешетки GaAs/Al_{0.28}Ga_{0.72}As ($L_B = 207 \text{ \AA}$, $L_{ik} = 1.2 \cdot 10^{-38} \text{ g} \cdot \text{erg}$ [8], $s^{2D} = 4 \text{ meV}$) на частоте, смещенной на 8 meV в длинноволновую область от максимума поглощения основного состояния экситона в MQWS с варизонной QW, для наклона, задаваемого электрическим полем, приложенным к MQWS, а также приведены уточненные данные для простой ямы в зависимости от ширины ямы.

Если кристалл, на основе которого создана MQWS, обладает пьезоэлектрическими свойствами, то величина и характер модуляции основного экситонного уровня

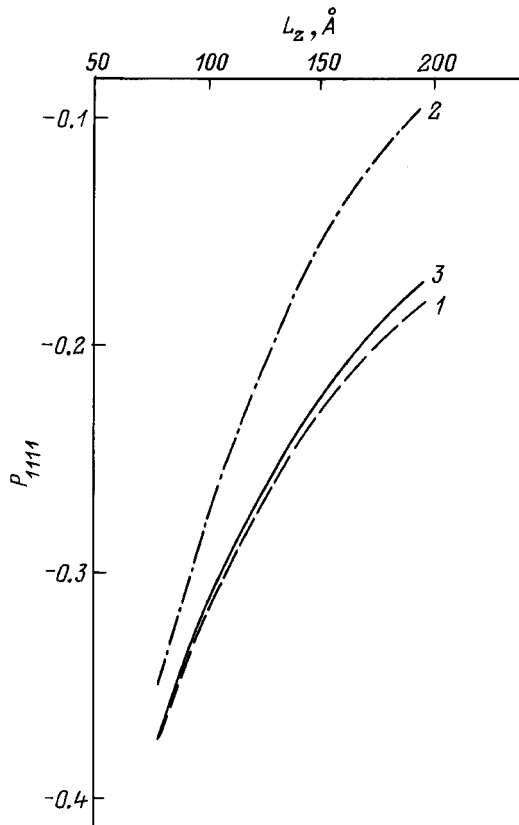


Рис. 4. Зависимость резонансной части КФ P_{1111} от ширины QW L_z . 1 — наклон в MQWS с варизонной QW ($A_e = 10^5$ eV/cm, $A_h = -1.77 \cdot 10^4$ eV/cm), 2 — наклон, создаваемый электрическим полем ($A_e = A_h = 10^5$ eV/cm), 3 — простая QW ($A_e = A_h = 0$).

пьезоэлектрическим полем (а значит, и вклад пьезополя в КФ) в таких MQWS с наклонным дном QW будут иными, чем в случае пьезоэлектрической MQWS с простой QW. Поскольку основной уровень любой трехмерной водородоподобной системы для электрических полей, много меньших величины, необходимой для ионизации системы, всегда квадратично зависит от приложенного электрического поля (см., например, [3]) и в случае экситона в простой QW эта зависимость сохраняет такой же вид, то модуляция пьезополем экситонного уровня также близка к квадратичной, является весьма малой и не вносит вклада в линейный КФ.

В случае QW с наклонным дном ситуация качественно иная. Для пьезополей, напряженность которых много меньше напряженности приложенного электрического поля, задающего наклон дна QW, или напряженности встроенных электрических полей в случае варизонной QW (даже для хороших пьезоэлектриков поля не превышают 10^3 V/cm при средних интенсивностях звука), зависимость энергии экситона от пьезополя приобретает квазилинейный характер, т.е. создание наклона дна QW приводит к возникновению квазилинейной модуляции основного уровня экситона пьезополем и вносит линей-

ный вклад в величину КФ, чего нет в случае простой ямы. Величина этой модуляции (т.е. E_{ex}^{me}), зависящая от производной dE_{ex}^e/dF_β , для наклона, задаваемого электрическим полем, в системе GaAs/Al_{0.28}Ga_{0.72}As максимальна в области электрических полей $\sim 5 \cdot 10^4 - 10^5$ V/cm, когда сама кривая зависимости энергии экситона от электрического поля, создающего наклон, приобретает квазилинейный характер.

Оценки показывают, что величина линейного вклада пьезополя в резонансную фотоупругость (а также величина модуляции энергии экситонного уровня) невелика и преобладающий вклад вносит потенциал деформации. Так, для системы GaAs/Al_{0.28}Ga_{0.72}As $E_{ex}^{me} \sim 0.2$ eV, $E_{ex}^{mv} \sim 0.04$ eV, тогда как потенциал деформации $E_1 \sim 6$ eV.

Таким образом, в MQWS с наклонным дном QW свойства фотоупругости существенно иные, чем для MQWS с простой ямой. В MQWS с варизонной QW тангенсы энергетического наклона дна имеют разные знаки, благодаря чему возникающая дополнительная локализация электрона и дырки в QW увеличивает энергию основного состояния экситона и соответственно линейный член резонансного КФ. Противоположная ситуация для MQWS в постоянном электрическом поле, когда тангенсы угла наклона квантовых ям одинаковы. Смещение электрона и дырки к различным границам квантовых ям приводит к уменьшению как энергии экситона, так и величины линейного резонансного КФ. В пьезоэлектрических MQWS наклон дна QW стимулирует квазилинейную модуляцию пьезополем энергии экситона и линейный по пьезополю вклад в КФ, что является отличительной особенностью этого случая от случаев простой ямы и объемного кристалла. Однако величина этого вклада (и модуляции) существенно меньше тех же величин, стимулированных потенциалом деформации.

Авторы выражают благодарность Ю.В. Гуляеву за ценные обсуждения, Е.Н. Алексею за большую помощь в проведении численных расчетов.

Список литературы

- [1] Р.А. Аюханов, Г.Н. Шкердин. ФТТ **35**, 7, 1916 (1993).
- [2] D.A.B. Miller, D.S. Chemla, T.C. Damen, A.C. Gossard, W. Wiegmann, T.H. Wood, C.A. Burrus. Phys. Rev. Lett. **53**, 22, 2173 (1984).
- [3] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Наука, М. (1963). 702 с.
- [4] Г.П. Пека, В.Ф. Коваленко, А.Н. Смоляр. Варизонные полупроводники. Выща шк., Киев (1989). 250 с.
- [5] R. Dingle, W. Wiegmann, C.H. Henry. Phys. Rev. Lett. **33**, 14, 827 (1974).
- [6] G. Bastard, E.E. Mendez, L.L. Chang, L. Esaki. Phys. Rev. **B28**, 6, 3241 (1983).
- [7] J.A. Brum, G. Bastard. Phys. Rev. **B31**, 6, 3893 (1985).
- [8] Арсенид галлия. Получение, свойства и применение / Под ред. Ф.П. Кесаманлы и Д.Н. Наследова. Наука, М. (1973). 471 с.