

Теория фоторефрактивного резонанса

© В.В. Брыксин, М.П. Петров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в Редакцию 5 февраля 1998 г.)

Предложена теория записи голограмм в тонких фоторефрактивных кристаллах и самодифракции двух записывающих лазерных лучей, один из которых периодически модулируется по фазе. В линейном приближении по амплитуде фазовой модуляции приведены выражения для переменной составляющей интенсивности различных дифракционных порядков. Осцилляции интенсивности носят ярко выраженный резонансный характер. Это связано с возбуждением волн фоторефракции, а связь между положением по частоте резонансных пиков с периодом решетки описывается законом дисперсии этих колебаний. Полученные результаты хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

В фоторефрактивных кристаллах запись голограмм происходит путем фотовозбуждения электронов, последующего формирования в кристалле объемного заряда и как следствие пространственной модуляции показателя преломления возникающим неоднородным электрическим полем через электрооптический эффект. Запись может происходить как в стационарном (статическом) режиме, так и в нестационарных условиях, когда какой-либо из параметров (приложенное электрическое поле, амплитуда и фаза падающих лучей и т. п.) изменяется во времени [1]. Довольно подробно изучены эффекты, связанные с записью в знакопеременном электрическом поле [2,3] или при пилообразном изменении фазы одного из записывающих лучей [4–7]. В последнем случае было обнаружено резонансное возбуждение бегущих голографических решеток (т.е. решеток показателя преломления), когда скорость перемещения интерференционной картины совпадала с некоторой характерной скоростью движения голограммы [5]. При анализе нестационарных механизмов записи уместно пользоваться понятием фоторефрактивных волн (волн показателя преломления), возбужденных падающим на кристалл светом. В простейшем случае динамика этих волн совпадает с динамикой волн перезарядки ловушек [8,9], хотя в условиях, когда существенно влияние самодифракции света на формирование интерференционной картины по глубине кристалла [10], динамика системы может быть иной. В таких ситуациях волны фоторефракции не сводятся к волнам перезарядки ловушек.

В настоящей работе рассматриваются запись голограмм и самодифракция света в том случае, когда один из лучей периодически модулирован по фазе. Этот режим представляет большой практический интерес, так как позволяет регистрировать фазомодулированные оптические лучи с практически произвольными волновыми фронтами [11]. Наибольшее внимание в настоящей работе уделено области низких пространственных частот, где можно пренебречь диффузией носителей заряда, и основным механизмом голографической записи является дрейф электронов в приложенном электрическом поле. Анализ показал, что в этом случае возможно резонансное возбуждение фоторефрактивных

волн, если частота фазовой модуляции и период интерференционной картины удовлетворяют соответствующему дисперсионному соотношению. Это явление мы называем фоторефрактивным резонансом. Исследование проведено как для линейного, так и для нелинейного режимов записи. Термин "линейный режим записи" мы используем, если синусоидальная форма интерференционной картины приводит к строго синусоидальной форме пространственного изменения показателя преломления. Случай когда синусоидальная интерференционная картина приводит к несинусоидальному (хотя и периодическому) закону пространственного изменения показателя преломления, будем называть "нелинейным" режимом записи голограмм. Нелинейный режим весьма актуален при низких пространственных частотах, так как в этом случае кристаллы даже достаточно большой толщины могут рассматриваться как тонкие голограммы, и на дифракцию не накладываются брэгговские ограничения. Поэтому возможно наблюдение дифракции от решеток, представляющих собой высшие пространственные гармоники основной голограммы. Полученные теоретические результаты находятся в весьма хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными.

1. Основные уравнения

Если на кристалл падают два когерентных луча, один из которых периодически промодулирован по фазе (рис. 1), то интерференционная картина осциллирует около равновесного положения, и скорость генерации фотоэлектронов $g(x, t)$ в зону проводимости имеет вид

$$g(x, t) = WI(x, t) = g_0 \left\{ 1 + m \cos(kx + \Theta \cos \Omega t) \right\}. \quad (1)$$

Здесь интенсивность падающего света $I(x, t) = I_0 \{ 1 + m \times \cos(kx + \Theta \cos \Omega t) \}$, I_0 — полная интенсивность, Θ и Ω — амплитуда и частота фазовой модуляции, $k = 2\pi/\Lambda$ — волновой вектор интерференционной картины (Λ — период интерференционной картины), $W = \beta\alpha/P_0$, β — квантовый выход для фотопроводимости, α — коэффициент поглощения света, P_0 — энергия фотона записывающего света, $g_0 = WI_0$.

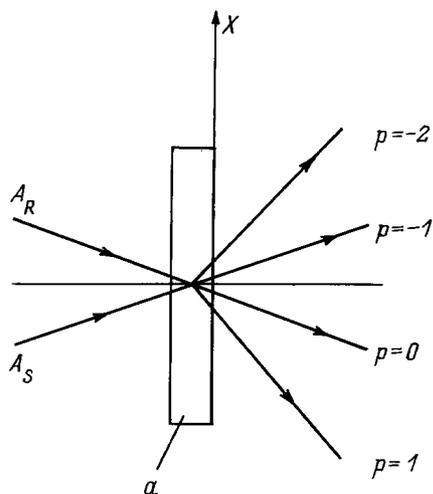


Рис. 1. Схема, иллюстрирующая направления распространения записывающих лучей и дифракционных порядков. Комплексные амплитуды лучей в плоскости кристалла имеют вид $A_S = A_{S0} \exp(ik_S x)$, $A_R = A_{R0} \exp(ik_R x + i\Theta \cos \Omega t)$. a — тонкий фоторефрактивный кристалл.

Индукцированное внутреннее электрическое поле $E(x, t)$ определяется из системы нелинейных дифференциальных уравнений [12]. Первым из них является уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial j(x, t)}{\partial x}, \quad (2)$$

где ρ — плотность заряда, j — плотность тока,

$$j(x, t) = e\mu n(x, t)[E_0 + E(x, t)] + eD \frac{\partial n(x, t)}{\partial x}. \quad (3)$$

Здесь $n(x, t)$ — концентрация фотоэлектронов, μ и D — их подвижность и коэффициент диффузии ($\mu = eD/(k_B T)$). Величина E_0 представляет собой приложенное внешнее электрическое поле, а $E(x, t)$ — индуцированное внутреннее электрическое поле.

Плотность заряда и поле связаны между собой уравнением Пуассона

$$\frac{\partial E(x, t)}{\partial x} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho(x, t). \quad (4)$$

Здесь ε — статическая диэлектрическая проницаемость. Далее будет удобно из уравнений (2) и (4) исключить плотность заряда. После интегрирования по координате получаем уравнение для тока

$$\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E(x, t)}{\partial t} + j(x, t) = j_0(t). \quad (5)$$

Здесь $j_0(t)$ есть полный ток во внешней цепи, определяемый далее.

Эти уравнения следует дополнить соотношением баланса для плотности связанных зарядов $N(x, t)$ (ионизованных светом доноров). При этом нужно задать модель

рекомбинации. В настоящей работе мы используем простейшую модель

$$\frac{\partial N(x, t)}{\partial t} = g(x, t) - \frac{n(x, t)}{\tau}, \quad (6)$$

где τ представляет собой время жизни фотоэлектронов. Следует заметить, что такая модель рекомбинации накладывает серьезные ограничения на получаемые конечные результаты. С одной стороны, она предполагает наличие высокой концентрации свободных мест на центрах захвата N_A , так что рекомбинация имеет простой вид n/τ . С другой стороны, эта модель не учитывает истощения донорных центров. Более полная модель рекомбинации изложена в [12]. Используемая нами модель применима в ситуации, когда внешнее приложенное поле E_0 (и диффузионное поле E_D , см. далее) много меньше максимально возможной амплитуды внутреннего поля $E_q = eN_A/\varepsilon k$, где N_A — концентрация пустых мест на центрах захвата (т.е. концентрация компенсирующих ловушек) [1,12].

В используемой модели концентрация связанных зарядов N легко может быть исключена из задачи посредством подстановки (6) в уравнение непрерывности (2), которое принимает вид

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = g(x, t) - \frac{n(x, t)}{\tau} + \frac{1}{e} \frac{\partial j(x, t)}{\partial x}. \quad (7)$$

Таким образом, задача определения внутреннего поля сводится к необходимости разрешения системы двух уравнений (5) и (7) для величин $E(x, t)$ и концентрации свободных электронов $n(x, t)$. Уравнение же Пуассона (4) определяет только концентрацию связанных зарядов и поэтому далее нас не интересует.

Ток во внешней цепи $j_0(t)$ определяется в конце расчета из условия

$$\int_0^L E(x, t) dx = 0, \quad (8)$$

где L — длина образца.

Система уравнений (5), (7) по-прежнему слишком сложна для аналитического исследования и требует тех или иных упрощающих предположений. Первым из них является использование квазистатического приближения для уравнения баланса плотности фотоэлектронов, когда в (7) опускается вклад $\partial n/\partial t$. Квазистатическое приближение справедливо, если $\Omega_m \tau \ll 1$, где Ω_m — максимальная характерная частота задачи, и применимо во всех практически интересных случаях (см. [1]).

Второе приближение, используемое в настоящей работе, связано с малостью амплитуды колебаний решетки Θ (см. (1)). Мы будем искать решение системы уравнений (5), (7) с точностью до линейных поправок по Θ . Тем самым мы рассматриваем вклад в осцилляцию решеток только на основной частоте Ω , не учитывая эффекты на кратных частотах и другие сопутствующие явления. В

этом приближении, в частности, соотношение (1) имеет вид

$$\begin{aligned} g(x, t) &\cong g_0 \{1 + m \cos kx - m\Theta \sin kx \cos \Omega t\} \\ &\equiv g^{(0)}(x) + \delta g(x, t), \\ \delta g(x, t) &= -g_0 m \Theta \sin kx \cos \Omega t \\ &= -\frac{1}{2} g_0 m \Theta [\sin(kx + \Omega t) + \sin(kx - \Omega t)]. \quad (9) \end{aligned}$$

В установившемся режиме при использовании линейного приближения по Θ решение системы уравнений (5), (7) можно представить в виде суммы постоянного во времени вклада и малой осциллирующей добавки

$$\begin{aligned} E(x, t) &= E^{(0)}(x) + \text{Re } \delta E(x) \exp(i\Omega t), \\ n(x, t) &= n^{(0)}(x) + \text{Re } \delta n(x) \exp(i\Omega t), \\ j(x, t) &= j^{(0)}(x) + \text{Re } \delta j(x) \exp(i\Omega t), \\ j_0(t) &= j_0^{(0)} + \text{Re } \delta j_0 \exp(i\Omega t). \quad (10) \end{aligned}$$

Система нелинейных уравнений для постоянных составляющих легко разрешается в силу того, что $j^{(0)}(x) = J_0^{(0)}$, и не зависит от координаты. Тогда $n^{(0)}(x) = \tau g^{(0)}(x)$ и

$$j_0^{(0)} = e\mu n^{(0)}(x) [E_0 + E^{(0)}(x)] + eD \frac{dn^{(0)}(x)}{dx}. \quad (11)$$

Величина тока $j_0^{(0)}$ определяется из (11) с помощью условия (8), которое при использовании циклических граничных условий принимает вид

$$\int_0^{2\pi/k} E^{(0)}(x) dx = 0. \quad (12)$$

Тогда из (11) и (12) после несложных преобразований имеем

$$j_0^{(0)} = e\mu\tau g_0 \sqrt{1 - m^2} E_0, \quad (13)$$

$$E^{(0)}(x) + E_0 = E_0 \frac{\sqrt{1 - m^2}}{1 + m \cos kx} + E_D \frac{m \sin kx}{1 + m \cos kx}, \quad (14)$$

где $E_D = Dk/\mu = kk_B T/e$ — диффузионное поле.

Теперь можно приступить к решению основной задачи — определению осциллирующих поправок к внутреннему электрическому полю $\delta E(x)$ (см. (10)), уравнения для которых принимают сравнительно простой вид обыкновенных линейных дифференциальных уравнений.

2. Осциллирующая часть внутреннего электрического поля

Уравнения для линейных по Θ поправок δn и δE (10) получаем из (3), (5), (7)

$$\begin{aligned} \frac{\delta n}{\tau} + i\Omega \frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{d\delta E}{dx} &= -g_0 m \Theta \sin kx, \\ \delta j_0 - i\Omega \frac{\varepsilon}{4\pi} \delta E &= e\mu n^{(0)} \delta E + e\mu \delta n (E_0 + E^{(0)}) \\ &\quad + eD \frac{d\delta n}{dx}. \quad (15) \end{aligned}$$

Исключая отсюда δn и переходя к безразмерной координате $z = kx$, получаем уравнение для искомой величины δE

$$\begin{aligned} (1 + m \cos z + i\omega) \delta E \\ - i\omega k L_0 \left(1 + \frac{E^{(0)}}{E_0}\right) \delta E' - i\omega (kL_D)^2 \delta E'' \\ = \frac{4\pi}{\varepsilon} \tau_M \delta j_0 + m\Theta (E_0 + E^{(0)}) \sin z + mE_D \Theta \cos z. \quad (16) \end{aligned}$$

Здесь штрих означает дифференцирование по z ; введены диффузионная $L_D = \sqrt{D\tau}$ и дрейфовая $L_0 = \mu E_0 \tau$ длины, а также безразмерная частота $\omega = \Omega \tau_M$, причем $\tau_M^{-1} = 4\pi e \mu n_0 / \varepsilon = 4\pi e \mu g_0 \tau / \varepsilon$ имеет смысл максвелловского времени релаксации при однородной скорости генерации g_0 .

Дифференциальное уравнение второго порядка (16) (типа уравнения Хилла) должно решаться при условии периодичности $\delta E(z) = \delta E(z + 2\pi)$, а ток δj_0 , согласно (12), определяется условием обращения в нуль нулевой Фурье-компоненты поля $\delta E(z)$.

При получении аналитического решения уравнения (16) ограничимся предельным случаем слабого влияния диффузионных процессов, положив $L_D = 0$, $E_D = 0$. Это приближение применимо при достаточно малой величине пространственного волнового вектора k . В результате с учетом (14) получаем уравнение первого порядка

$$\begin{aligned} (1 + m \cos z)(1 + m \cos z + i\omega) \delta E - i\omega d \delta E' \\ = m\Theta E_0 \sqrt{1 - m^2} [\sin z + A(1 + m \cos z)]. \quad (17) \end{aligned}$$

Здесь $d = kL_0 \sqrt{1 - m^2}$, а константа $A = 4\pi \tau_M \times \delta j_0 / \varepsilon E_0 m \sqrt{1 - m^2}$ пропорциональна току δj_0 и тоже может быть определена из условия равенства нулю нулевой Фурье-компоненты внутреннего поля.

Общее решение (17) имеет вид

$$\begin{aligned} \delta E(z) &= \exp[\lambda z + \chi(z)] \\ &\times \left\{ C + \int_0^z dz' \varphi(z') \exp[-\lambda z' - \chi(z')] \right\}, \quad (18) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\lambda &= (1 + i\omega + m^2/2)(i\omega d)^{-1}, \\ \chi(z) &= (i\omega d)^{-1} m \sin z (2 + i\omega + m \cos z), \\ \varphi(z) &= -\frac{m\sqrt{1-m^2}\Theta E_0}{i\omega d} \left[\sin z + A(1 + m \cos z) \right].\end{aligned}\quad (19)$$

Постоянная интегрирования C в (18) определяется из условия периодичности решения (12)

$$C = -(1 - e^{-2\pi\lambda})^{-1} \int_0^{2\pi} dz \varphi(z) \exp[-\lambda z - \chi(z)].\quad (20)$$

При исследовании дифракции нас интересуют Фурье-компоненты поля

$$\delta E_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dz \delta E(z) \exp(-ipz).\quad (21)$$

Для их определения разложим в ряд Фурье функцию

$$\exp \chi(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} r_p \exp(ipz),$$

$$\begin{aligned}r_p &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dz \\ &\times \exp \left\{ -ipz + \frac{m}{i\omega d} \sin z (2 + i\omega + m \cos z) \right\}.\end{aligned}\quad (22)$$

Разлагая (18) в ряд Фурье и используя определение константы C (20) и разложение (22), после некоторых алгебраических преобразований получаем

$$\begin{aligned}\delta E_p &= \frac{m\sqrt{1-m^2}\Theta E_0}{2i} \sum_{p'=-\infty}^{\infty} \frac{r_{p'+p}}{1 + i\omega - p'\omega d + m^2/2} \\ &\times \left[r_{p'+1} - r_{p'-1} + A(2r_{p'} + mr_{p'+1} + mr_{p'-1}) \right].\end{aligned}\quad (23)$$

При этом мы воспользовались соотношением $\chi(z) = -\chi(-z)$.

Теперь можно явно определить константу A из условия (12) $\delta E_0 = 0$

$$\begin{aligned}A &= - \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{r_p(r_{p+1} - r_{p-1})}{(1 + i\omega - p\omega d + m^2/2)} \\ &\times \left\{ \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{r_p(2r_p + mr_{p+1} + mr_{p-1})}{1 + i\omega - p\omega d + m^2/2} \right\}^{-1}.\end{aligned}\quad (24)$$

Дальнейшее исследование Фурье-компонент поля в общем виде требует численных расчетов. Простой аналитический результат можно получить в пределе малого

контраста освещения, когда $m \ll 1$. В этом случае

$$\begin{aligned}r_p &= \delta_{p,0} - m \frac{2 + i\omega}{2\omega d} (\delta_{p,1} - \delta_{p,-1}) + \frac{m^2}{4\omega d} \\ &\times \left\{ \left[\frac{(2 + i\omega)^2}{2\omega d} - 1 \right] \delta_{p,2} + \left[\frac{(2 + i\omega)^2}{2\omega d} + 1 \right] \delta_{p,-2} \right\} \\ &+ \dots\end{aligned}$$

Отсюда первые из набора Фурье-компонент поля имеют вид

$$\delta E_1 = -\frac{1}{2} mi\Theta E_0 \frac{1}{1 + i\omega + \omega d},\quad (25)$$

$$\delta E_2 = \frac{1}{4} m^2 i\Theta E_0 \frac{2 + i\omega}{(1 + i\omega + \omega d)(1 + i\omega + 2\omega d)}.\quad (26)$$

Фурье-компоненты с отрицательными p можно найти из соотношения $\delta E_p(\omega) = \delta E_{-p}^*(-\omega)$. При малом контрасте Фурье-компоненты поля быстро убывают, так как в этом случае $\delta E_p \propto m^{|p|}$.

Другим важным предельным случаем является область высоких частот. При $\omega \rightarrow \infty$ можно произвести суммирование ряда в (23). Здесь мы приведем прямо конечный результат такого суммирования, опустив детали расчета,

$$\begin{aligned}\delta E_p &= \frac{\pi m\sqrt{1-m^2}\Theta E_0}{2i^{p-1}\omega d \operatorname{sh}(\pi/d)} I_{p+i/d} \\ &\times \left(\frac{m}{d} \right) \left[I_{1-i/d} \left(\frac{m}{d} \right) + I_{-1-i/d} \left(\frac{m}{d} \right) \right],\end{aligned}\quad (27)$$

где $I_\nu(x)$ — модифицированная функция Бесселя с комплексным индексом. Таким образом, в области высоких частот все Фурье-компоненты поля при любой модуляции освещения убывают по закону $1/\omega$. Из этого выражения нетрудно получить выражение для δE_p в условиях сильной контрастности, когда $m \rightarrow 1$, т. е. $d \rightarrow 0$ в области высоких частот, справедливое для любых p ,

$$\delta E_p = (-1)^p \Theta E_0 \omega^{-1} \operatorname{th} \alpha \exp(-|p|\alpha),\quad (27a)$$

где $\cosh \alpha = m^{-1}$. Заметим, что это выражение справедливо для $d \ll 1$, т. е. не только при сильной контрастности, но и при достаточно слабом поле E_0 в условиях произвольных значений m . В частности, оно согласуется с (25), (26) при $m \ll 1$, когда $\alpha = \ln(2/m) \gg 1$. Важным свойством поля δE_p при большой контрастности является слабое убывание его амплитуды с ростом p . С другой стороны, Фурье-компоненты в этом пределе действительны и антисимметричны при замене $\omega \rightarrow -\omega$. Это приводит к тому, что в отсутствие диффузии осцилляции отсутствуют; при сильной контрастности меняется высокочастотная асимптотика дифракционных пиков (см. далее).

Что касается предела $\omega \rightarrow 0$, то его легче всего получить из (16) прямой подстановкой $\omega = 0$. Точный

результат, справедливый и при наличии диффузии, имеет вид

$$\delta E_p \Big|_{\omega=0} = ip\Theta E_p^{(0)}, \quad (28)$$

где $E_p^{(0)}$ — Фурье-компонента стационарного поля (14),

$$E_p^{(0)} = \left(\frac{-m}{1 + \sqrt{1 - m^2}} \right)^p (E_0 + iE_D). \quad (29)$$

В (29) $p > 0$. При $p < 0$ следует воспользоваться соотношением $E_p^{(0)} = E_{-p}^{(0)*}$ и $E_0^{(0)} = 0$. Интересно отметить, что соотношение (28) справедливо не только для рассматриваемой здесь модели, когда стационарные Фурье-компоненты определяются соотношением (29), но и в самом общем случае. Действительно, при $\Omega = 0$, согласно (1), мы имеем связь точного стационарного решения $E(z)$ при произвольной величине Θ с решением при $\Theta = 0$: $E(z) = E^{(0)}(z + \Theta)$. Для Фурье-компонент это означает, что $E_p = E_p^{(0)} \exp(ip\Theta)$. Отсюда в линейном приближении по Θ следует соотношение (28).

Теперь можно приступить к исследованию характеристик дифрагированного света.

3. Дифракция на осциллирующей решетке

Рассмотрим дифракцию света на тонкой голограмме, которая записывается двумя лучами A_S и A_R , $A_S = A_{S0} \exp(ik_S x)$, $A_R = A_{R0} \exp(ik_R x + i\Theta \cos \Omega t)$. Голограмма считается тонкой, если ее толщина h удовлетворяет условию $h \ll \Lambda^2 n_0 / \lambda$, где n_0 — показатель преломления света. Для тонкой голограммы можно ввести коэффициент пропускания $T(x, t) = \exp[i\varphi(x, t)]$, который связывает между собой амплитуду света A_{out} непосредственно за голограммой с амплитудой падающего света A_{in} , т. е. $A_{out}(x, t) = T(x, t)A_{in}(x, t)$. В нашем случае $\varphi(x, t) = QE(x, t)$ есть приращение фазы луча, проходящего через голограмму, за счет модуляции показателя преломления. При этом Q — параметр, зависящий от электрооптических свойств кристалла. Для кристаллов с точечной группой 23 и $\bar{4}3m$, например при срезе $\langle 110 \rangle$, направлении волнового вектора решетки вдоль оси $[001]$ и поляризации падающего света параллельно оси $[1\bar{1}0]$, $Q = \pi r_{41} n_0^3 h / \lambda$, где r_{41} — электрооптический коэффициент. Заметим, что дифракционная эффективность голограммы при $m \ll 1$ и $\Theta = 0$ связана с Q соотношением $\eta = (QE_1^{(0)})^2$, а $E_1^{(0)}$ — первая Фурье-компонента стационарного поля (29).

Разложим $T(x, t)$ в ряд Фурье по пространственным гармоникам с учетом того, что $E(x, t) = E^{(0)}(z) + \text{Re} \delta E(z) \exp(i\Omega t)$ (см. (10)) (мы перешли к безразмерной координате $z = kx$). Ограничиваясь

линейным приближением по $\delta E(z)$ (т. е. по Θ), получаем

$$T(x, t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (B_p + ib_p) \exp(ipz),$$

$$B_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dz \exp(-ipz + iQE^{(0)}(z)),$$

$$b_p = \frac{Q}{2\pi} \int_0^{2\pi} dz \exp(-ipz + iQE^{(0)}(z)) \text{Re} [\delta E(z) e^{i\Omega t}]. \quad (30)$$

С учетом того, что дифракционная эффективность $\eta \ll 1$, в (30) можно ограничиться наименьшим приближением по Q . В результате имеем

$$B_p = \delta_{p,0} + iQE_p^{(0)}, \quad (31)$$

$$b_p(t) = \frac{Q}{2} \delta E_p(\omega) e^{i\Omega t} + \frac{Q}{2} \delta E_p(-\omega) e^{-i\Omega t}. \quad (32)$$

Фурье-компоненты $E_p^{(0)}$ и δE_p определены в предыдущем разделе. Выражения (31) и (32) описывают дифракцию света первого порядка на фазовых решетках с пространственными частотами pk . Всеми высшими порядками дифракции для какой-либо отдельной решетки мы пренебрегаем, поскольку ограничиваемся малой дифракционной эффективностью.

Теперь найдем амплитуды и интенсивности света, продифрагированного на этих решетках. Заметим, что при нумерации дифракционных порядков возникает некоторая неоднозначность. Например, нулевой порядок для луча A_R совпадает с минус первым порядком для луча A_S , и наоборот. Условимся нумеровать наблюдаемые дифракционные лучи индексом p , который соответствует первому дифракционному порядку луча A_R на решетке с волновым вектором pk . Соответственно соотношение между k_R и k_S определим как $k_S = k_R - k$, причем $k > 0$. Полагая, как и прежде, $\Theta \ll 1$, запишем выражение для амплитуды луча с номером p в виде

$$A_p = \left[A_{R0} (B_p + i\Theta B_p \cos \Omega t + ib_p(t)) + A_{S0} (B_{p+1} + ib_{p+1}(t)) \right] \exp[i(k_R + pk)x].$$

Соответственно для интенсивности

$$I_p(t) = |A_p|^2 = \left| A_{R0} (B_p + i\Theta B_p \cos \Omega t + ib_p(t)) + A_{S0} (B_{p+1} + ib_{p+1}(t)) \right|^2.$$

Опуская в (30) вклад, квадратичный по Θ , получаем вид осциллирующей части интенсивности света в p -м дифракционном пучке

$$\delta I_p(t) = 2 \text{Re} \left\{ i\Theta \cos \Omega t A_{S0} A_{R0} B_{p+1}^* B_p + i(A_{R0} B_p^* + A_{S0} B_{p+1}^*) \times (A_{R0} b_p(t) + A_{S0} b_{p+1}(t)) \right\}. \quad (33)$$

Брэгговские пики с $p = 0, -1$ при малых Q пропорциональны первой степени этого параметра, в то время как остальные пропорциональны Q^2 . Поэтому сначала рассмотрим отдельно случай $p = 0$. Используя (31) и (32), из (33) получаем

$$\delta I_0 = A_{S0}A_{R0}Q \operatorname{Re} \left\{ [2\Theta E_1^{(0)} + i\delta E_1(\omega) + i\delta E_1(-\omega)] \cos \Omega t - [\delta E_1(\omega) - \delta E_1(-\omega)] \sin \Omega t \right\}. \quad (34)$$

Как отмечалось выше, при $\Omega \rightarrow \infty$ величины δE_p обращаются в нуль. Поэтому в области высоких частот зависимость $\delta I_1(\omega)$ выходит на плато. Согласно (29),

$$\delta I_0 \Big|_{\Omega \rightarrow \infty} = -2Q\Theta A_{S0}A_{R0} \frac{mE_0}{1 + \sqrt{1 - m^2}} \cos \Omega t. \quad (35)$$

В пределе же $\Omega \rightarrow 0$, согласно (34) и (28), величина δI_0 обращается в нуль.

При произвольной частоте в предыдущем разделе были получены выражения для величин δE_1 лишь для слабой модуляции (см. (25)), поэтому здесь мы можем привести полную зависимость $\delta I_0(\omega)$ только при $m \ll 1$

$$\begin{aligned} \delta I_0 &= -A_{S0}A_{R0}QmE_0\Theta\omega \\ &\times \frac{\sqrt{1 + \omega^2(3 + d^4) + \omega^4(1 + d^2)^2(3 - 2d^2) + \omega^6(1 + d^2)^4}}{1 + 2\omega^2(1 - d^2) + \omega^4(1 + d^2)^2} \\ &\times \cos(\Omega t + \varphi_0), \end{aligned} \quad (36)$$

где фаза определена соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{1 + \omega^2(1 + d^2)}{\omega[1 - d^2 + \omega^2(1 + d^2)^2]}. \quad (37)$$

Пик с $p = -1$ определяется соотношением $\delta I_{-1} = -\delta I_0$.

Для пиков с $p \neq 0, -1$ из (33) получаем

$$\delta I_p = Q \operatorname{Re} (A_{R0}E_p^{(0)*} + A_{S0}E_{p+1}^{(0)*})(A_{R0}b_p + A_{S0}b_{p+1}). \quad (38)$$

При получении (38) было учтено, что, согласно (29), величина $E_p^{(0)}E_{p+1}^{(0)*}$ действительна. В силу этого обстоятельства при $\Omega \rightarrow \infty$ интенсивности δI_p , $p \neq 0, -1$, обращаются в нуль по закону ω^{-1} (см. (27)) и не имеют высокочастотного плато, характерного для брэгговских пиков.

Этот результат тесно связан с тем, что в настоящей работе мы пренебрегаем всеми эффектами, связанными с конечной концентрацией акцепторов N_A и соответственно с конечным значением поля E_q (см. раздел 1). Во многих случаях это оправдано; например, в $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ поле E_q достигает значений порядка 100 кВ/см при периоде решетки $\Delta \sim 10 \mu\text{m}$ [13] и еще более увеличивается с ростом Λ . Однако в других материалах, например в $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$, поле E_q приблизительно на порядок (или по крайней мере в несколько раз) меньше [14] и его учет может оказаться важным. Есть основания предположить,

что учет поля E_q может привести к появлению разности фаз $\Delta = \operatorname{arctg}(E_0/E_q)$ между гармониками постоянного поля, т.е. $\operatorname{Im} E_p^{(0)}E_{p'}^{(0)*} \neq 0$. В результате в выражении для интенсивности пиков с $p \neq 0, -1$ (40) появляется дополнительный вклад, амплитуда которого не зависит от частоты Ω и дается выражением (см. (33))

$$\delta I_p = -2Q^2\Theta A_{S0}A_{R0} \cos \Omega t \operatorname{Im} E_p^{(0)}E_{p+1}^{(0)*}. \quad (39)$$

В предельном случае $\Omega \rightarrow \infty$ величины b_p обращаются в нуль, и соотношение (39) описывает высокочастотное плато для небрэгговских пиков. Это означает, что измерения высокочастотного плато дают информацию о величине поля E_q . Что касается статического предела $\Omega \rightarrow 0$, то, согласно (32) и (28), в этом случае $b_p = ip\Theta E_p^{(0)} \cos \Omega t$. Подстановка такого значения b_p в (33) дает результат $\delta I_p|_{\omega=0} = 0$ при любом виде Фурье-компонент $E_p^{(0)}$.

Кроме того, при учете E_q появляется сдвиг решетки статического поля, и компоненты $E_p^{(0)}$ становятся комплексными величинами даже в отсутствие диффузии. Согласно (38), появляется вклад в интенсивность пиков, пропорциональный $\operatorname{Im} b_p$ и сильно отличающийся от вклада, пропорционального $\operatorname{Re} b_p$, описывающего интенсивность при $E_q \rightarrow \infty$. Таким образом, появляется несколько экспериментальных возможностей для регистрации эффектов, связанных с полем E_q , а следовательно, и для измерения этой величины (а вместе с тем и концентрации акцепторов N_A).

Отметим здесь также, что в пределе сильной контрастности и в пределе высоких частот, когда справедливо соотношение (27а), величина b_p чисто мнимая. Поэтому в отсутствие диффузии, когда Фурье-компоненты статического поля $E_p^{(0)}$ действительны, высокочастотные асимптотики при сильной контрастности уже не имеют характера ω^{-1} , как это имело место в условиях слабой контрастности.

Вернемся теперь к исследуемому здесь случаю слабой контрастности в условиях $E_q \rightarrow \infty$. В пределе слабой модуляции $m \ll 1$ соотношение (40) упрощается, так как $E_p^{(0)}, b_p \propto m^p$ и быстро убывают с ростом p . Без учета диффузионного вклада в $E_p^{(0)}$ имеем для $p \geq 1$

$$\delta I_p = Q^2(-2)^{-p} m^p A_{R0}^2 E_0 C_p \cos(\Omega t + \varphi_p), \quad (40)$$

где амплитуда C_p и фаза φ_p определяются соотношениями

$$\begin{aligned} C_p &= \left\{ [\operatorname{Re}(\delta E_p(\omega) + \delta E_p(-\omega))]^2 + [\operatorname{Im}(\delta E_p(\omega) - \delta E_p(-\omega))]^2 \right\}^{1/2}, \\ \operatorname{tg} \varphi_p &= \frac{\operatorname{Im}(\delta E_p(\omega) - \delta E_p(-\omega))}{\operatorname{Re}(\delta E_p(\omega) + \delta E_p(-\omega))}. \end{aligned} \quad (41)$$

В дальнейшем рассматриваются пики с $p \geq 1$. Выражения для пиков с $p \leq -2$ можно получить из соотношения

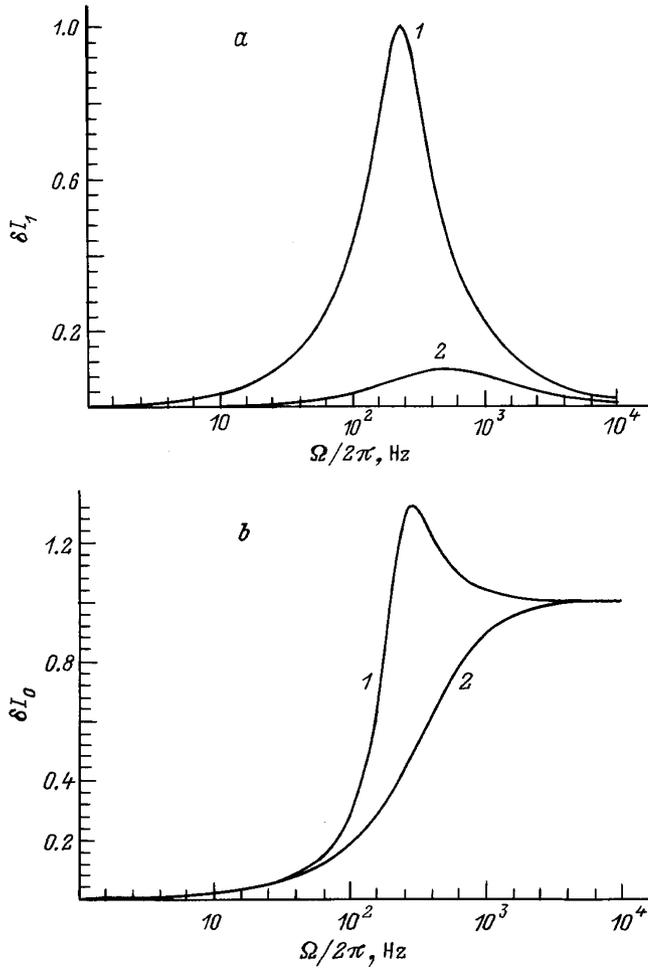


Рис. 2. Зависимость сигналов δI_1 (a) и δI_0 (b) (в относительных единицах) от частоты $\Omega/2\pi$, $\tau_M = 3 \cdot 10^{-4}$ с. $d = 2$ (1) и 0.2 (2).

$\delta I_{-p-1} = (A_{S0}/A_{R0})^2 \delta I_p$. Из (41) с учетом (25) для пика с $p = 1$ имеем

$$C_1 = m\Theta E_0 \frac{\omega d}{\sqrt{1 + 2\omega^2(1 - d^2) + \omega^4(1 + d^2)^2}},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1 - \omega^2(1 + d^2)}{2\omega}. \quad (42)$$

На рис. 2 показаны расчетные зависимости для δI_0 и δI_1 по формулам (36) и (42).

Теперь заметим, что при получении выражения (34) для интенсивности брэгговского пика с $p = 0$ были опущены члены, пропорциональные Q^2 . Однако возможна ситуация, когда такой вклад играет преобладающую роль. Это имеет место в случае анизотропной дифракции, если на выходе установлен анализатор поляризации, направленный по оси, ортогональной поляризации падающего на кристалл света. Дело в том, что при анизотропной дифракции лучи, дифрагирующие в первый порядок, имеют направление поляризации, перпендикулярные поляризации падающего луча. Поэтому интерфе-

ренции между дифрагированным и недифрагированным лучами не происходит. Это имеет место, например, при внешнем поле вдоль оси $[1\bar{1}0]$ и поляризации света, параллельной оси $[001]$, в кристаллах классов 23 и $\bar{4}3m$. В этом случае переменная составляющая сигнала δI_0 , пропорциональная Q^2 , описывается соотношением (38), полученным выше для небрэгговских пиков, при подстановке туда $p = 1$

$$\delta I_0 = QA_{R0}^2 \operatorname{Re} E^{(0)*} b_1. \quad (43)$$

Это означает, что в такой ситуации пик с $p = 0$ описывается теми же формулами, что и пик с $p = 1$ (см. (40)–(42)) с заменой $A_{S0}^2 \rightarrow A_{R0}^2$.

Для пика с $p = 2$ соответствующие выражения имеют очень громоздкий вид

$$C_2^2 = \left[\frac{3m^2\Theta E_0\omega d}{D(d)D(2d)} \right]^2$$

$$\times \left[4 - (3 + 40d^2)\omega^2 - (19 + 50d^2 - 132d^4)\omega^4 \right.$$

$$+ (4 + 110d^2 + 309d^4 - 160d^6)\omega^6$$

$$+ (30 + 200d^2 + 303d^4 - 200d^6 + 64d^8)\omega^8$$

$$+ (17 + 100d^2 + 279d^4 + 360d^6 - 240d^8)\omega^{10}$$

$$\left. + (1 + d^2)^2(1 + 4d^2)^2\omega^{12} \right],$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \left[2 - \omega^2(1 + 10d^2) - \omega^4(4 + 15d^2 - 8d^4) \right.$$

$$\left. - \omega^6(1 + d^2)(1 + 4d^2) \right] \omega^{-1} \left[1 - \omega^2(2 + 5d^2) \right.$$

$$\left. - \omega^4(3 + 5d^2 - 4d^4) \right]^{-1}, \quad (44)$$

где

$$D(d) = 1 + 2\omega^2(1 - d^2) + \omega^4(1 + d^2)^2.$$

Эти сложные выражения сильно упрощаются в физически наиболее интересном предельном случае $\omega \ll 1$, но произвольных ωd

$$C_2 \cong \frac{6m^2\Theta E_0\omega d}{|1 - \omega^2 d^2| |1 - 4\omega^2 d^2|}, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 \cong \frac{2}{\omega}. \quad (45)$$

Выражение для C_2 имеет полюса при частотах $\omega = d^{-1}, (2d)^{-1}$ ($\Omega = (kL_0\tau_M)^{-1}, (2kL_0\tau_M)^{-1}$). Соответствующие выражения для пиков с $p = 0, 1, -1, -2$ имеют полюс только на одной частоте $\omega = d^{-1}$ (см. (36), (42)). Наличие такой полюсной структуры при $\omega \rightarrow 0$, но конечных значениях ωd хорошо видно из общего выражения (23), которое обнаруживает при произвольных значениях m полюса в точках $\omega = (1 + m^2/2)/pd$, где p — целое число. Прежде чем обсуждать физическую природу этих резонансных пиков, обратим внимание на еще одну особенность дифракционной картины.

До сих пор рассматривался случай, когда не уточнялась связь между интенсивностями лучей R и S и контрастом m . Если в эксперименте дополнительная подсветка отсутствует, то интенсивности A_{S0} и A_{R0} связаны с глубиной модуляции m соотношением $m = 2A_{R0}A_{S0}/(A_{R0}^2 + A_{S0}^2)$, т. е.

$$\frac{A_{R0}}{A_{S0}} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - m^2}}{m}. \quad (46)$$

С помощью (46) и (29) соотношение (38) для дифракционных пиков с $p \neq 0, -1$ преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \delta I_p = Q^2 A_{S0}^2 \operatorname{Re} E_{p+1}^{(0)*} & \left(1 - \frac{1 \pm \sqrt{1 - m^2}}{1 + \sqrt{1 - m^2}} \right) \\ & \times \left(b_{p+1} + \frac{1 \pm \sqrt{1 - m^2}}{m} b_p \right). \end{aligned} \quad (47)$$

Знак плюс выбирается при $A_{R0} > A_{S0}$, а знак минус — в противоположном случае. Отсюда следует, что в отсутствие дополнительной подсветки осциллирующая часть небрэгговских дифракционных максимумов с положительными p полностью гасится, если $A_{R0} > A_{S0}$ (осциллируют лишь пики с отрицательными p). И наоборот, при $A_{R0} < A_{S0}$ полностью гаснет осциллирующая часть небрэгговских пиков с отрицательными p .

4. Фоторефрактивные волны и резонансный характер дифракции

Теперь обратимся к выяснению физической природы резонансного характера дифракции в условиях, когда $d \gg 1$ (т. е. $kL_0 \gg 1$), выявленного в предыдущем разделе. Для этого рассмотрим фотопроводник, описываемый уравнениями (3), (5), (7) в условиях однородной засветки, $g(x, t) = g_0$. В этом случае указанная система уравнений имеет тривиальное решение $n(x, t) = g_0\tau \equiv n^{(0)}$, $j(x, t) = j_0 = e\mu n^{(0)}E_0$, $E(x, t) = 0$. Рассмотрим малые поправки к этому решению: $n(x, t) = n^{(0)} + \delta n(x, t)$, $j(x, t) = j_0 + \delta j(x, t)$. В результате получим линеаризованную систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} + e\mu(n^{(0)}\delta E + \delta nE_0) + eD \frac{\partial \delta n}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \delta n}{\partial t} = -\frac{\delta n}{\tau} - \frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t}. \end{aligned} \quad (48)$$

Производя подстановку $E(x, t) = E \exp(iqx - i\nu t)$, $\delta n(x, t) = \eta \exp(iqx - i\nu t)$, получаем соотношение

$$\frac{1}{\nu\tau_M}(1 - i\nu\tau_M)(1 - i\nu\tau) = qL_0 + i(qL_D)^2. \quad (49)$$

В пределе низких частот $\nu\tau \ll 1$, $\nu\tau_M \ll 1$, пренебрегая диффузионными процессами ($L_D \rightarrow 0$), получаем дисперсионное соотношение для мод собственных колеба-

ний системы (электронной плотности и электрического поля)

$$\nu = (qL_0\tau_M)^{-1} = \frac{4\pi en^{(0)}}{q\varepsilon E_0\tau}. \quad (50)$$

Время жизни этих колебаний велико, если выполнены целый ряд условий: $\nu\tau \ll 1$, $\nu\tau_M \ll 1$, а волновой вектор находится в интервале $(\mu E_0\tau)^{-1} = L_0^{-1} \ll q \ll \frac{eE_0}{k_B T}$. Собственные колебания электрического заряда такого типа в полупроводниках впервые были исследованы в [8,9] и получили там название волн перезарядки ловушек. В фоторефрактивных кристаллах через механизм эффекта Погкельса волны заряда трансформируются в колебания диэлектрической проницаемости. Такие колебания, как уже указывалось выше, мы называем фоторефрактивными волнами.

До сих пор рассматривались пространственно однородные среды. В условиях же голографической записи среда не пространственно однородна, но периодически модулирована, так что $n^{(0)} = n^{(0)}(kx)$ и $n^{(0)}(kx) = n^{(0)}(kx + 2\pi)$. При этом уравнения (48) в условиях выполнения вышеприведенных неравенств принимают вид

$$n^{(0)}(kx)\delta E + \delta nE_0 = 0, \quad \frac{\delta n}{\tau} = -\frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t}.$$

Подставляя решение в виде $E(x, t) = E(x) \exp(-i\nu t)$, $\delta n(x, t) = \eta(x) \exp(-i\nu t)$, получаем

$$\nu \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi ien^{(0)}(kx)}{\varepsilon E_0\tau} E.$$

Из этого уравнения, используя условие периодичности в пространстве для поля $E(x)$, получаем дисперсионное соотношение

$$\nu = \frac{2e}{lk\varepsilon E_0\tau} \int_0^{2\pi} dz n^{(0)}(z) = \frac{4\pi en_0^{(0)}}{lk\varepsilon E_0\tau} \equiv \frac{\nu_0}{l}, \quad (51)$$

где $l = 1, 2, 3, \dots$, а $n_0^{(0)} = n_0 = g_0\tau$ — нулевая Фурье-компонента плотности фотоэлектронов (см. также раздел 1). Соотношение (51) есть дискретный аналог дисперсионного уравнения (50). Оно показывает, что в периодически модулированной среде спектр фоторефрактивных волн имеет дискретный характер: распространяются фоторефрактоны с волновыми векторами k и с частотами $\nu = \nu_0/l$. При этом собственные моды уже не являются плоскими волнами, но модулированы в пространстве по фазе. При малых значениях m брэгговские пики ($p = 0, -1$) формируются за счет рассеяния на одном фоторефрактоне с $l = 1$, а резонанс наступает при $\Omega = \nu_0$. Дифракционные пики с $p = 1, -2$ формируются при рассеянии на фоторефрактоне с $l = 2$ (резонанс при $\Omega = \nu_0/2$) или на фоторефрактоне с $l = 1$ (резонанс при $\Omega = \nu_0$) и т.д. При этом следует иметь в виду, что закон сохранения импульса в периодической системе выполняется с точностью до дискретной величины

pk , $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, т.е. здесь следует говорить о законе сохранения квазиимпульса и о процессах переброса. При сильном контрасте (m близка к единице) в формировании любого дифракционного пика принимает участие весь дискретный набор фоторефрактонов, вследствие чего частотная зависимость всех дифракционных пиков имеет многополосной характер при наборе частот $\Omega = \nu_0/l$, где l — целое число. Именно такую полюсную структуру имеет общее соотношение (23) при замене в знаменателе $i\omega \rightarrow 0$, что соответствует приведенному выше условию существования фоторефрактонов $\omega = \Omega\tau_M = \nu\tau_M \ll 1$. Но при произвольных значениях m , как следует из (23), резонанс несколько смещается и наступает при $\Omega = (1 + m^2/2)\nu_0/l$.

В заключение еще раз подчеркнем, что в силу затухания фоторефрактивных волн острые резонансы дифракционных пиков наблюдаемы лишь при достаточно сильном внешнем электрическом поле E_0 , когда выполнено условие $ke\mu E_0\tau \gg 1$. Это одновременно накладывает ограничение сверху на период пространственной модуляции при фиксированном электрическом поле E_0 . С другой стороны, во избежание затухания фоторефрактонов за счет диффузионных процессов период модуляции не должен быть и слишком малым, так чтобы $k \ll eE_0/(k_B T)$.

5. Обсуждение полученных результатов

В настоящей работе представлена теория явлений, возникающих в фоторефрактивном кристалле при освещении двумя лучами когерентного света, один из которых периодически промодулирован по фазе с частотой Ω . Установлено, что наряду со стационарной голографической решеткой показателя преломления возникает динамическая (осциллирующая) решетка. При сделанных в работе приближениях (пренебрежение диффузией и вкладом от поля E_q) стационарная решетка не сдвинута относительно интерференционной картины.

Осциллирующая решетка имеет две компоненты. Одна из них не сдвинута относительно стационарной решетки и описывается вещественной частью b_p , а другая сдвинута на угол $\pi/2$ (мнимая часть b_p , см. (32)). Амплитуда несдвинутой компоненты в линейном режиме записи имеет максимум при частоте $\Omega_r = \nu_0$ (см. (51)). Высота и ширина этого максимума (т.е. добротность резонанса) определяются произведением волнового вектора решетки на дрейфовую длину kL_0 . В нелинейном режиме теория предсказывает при достаточно большой величине параметра kL_0 появление целой серии максимумов на частотах $\Omega_r = \nu_0/l$, где l — целое число (см. (51)).

Возникновение резонанса связано с возбуждением волн фоторефракции в фоторефрактивных средах, когда период голографической решетки и частота фазовой модуляции записывающего луча совпадают с соответственно периодом и частотой фоторефрактивных волн.

Поэтому указанное явление может быть названо фоторефрактивным резонансом. Экспериментально этот эффект наблюдался в [15] и, по-видимому, в [16]. Сопоставление показывает, что теория находится в хорошем согласии с экспериментом.

Сдвинутая компонента также осциллирует во времени, но характер ее частотной зависимости иной, чем у несдвинутой компоненты. Здесь амплитуда колебаний не обращается в нуль при $\Omega \rightarrow 0$ (см. (28) и (32)), хотя при достаточно больших значениях kL_0 тоже может наблюдаться максимум при $\Omega = \Omega_r$. При $\Omega \rightarrow \infty$ амплитуды обеих (сдвинутой и несдвинутой) компонент обращаются в нуль. Сдвинутая компонента определяет частотную зависимость брэгговских порядков дифракции (34).

Процессы, происходящие при дифракции света, качественно можно представить себе следующим образом. Прежде всего имеет место дифракция на статической решетке. Кроме того, происходит дифракция на несдвинутой и сдвинутой компонентах осциллирующей решетки. При дифракции двух падающих на кристалл лучей в одном и том же направлении распространяется несколько лучей, которые интерферируют между собой. В зависимости от номера дифракционного порядка можно выделить те или иные доминирующие дифрагированные лучи. Как уже упоминалось выше, в направлениях $p = 1, -2$, например, регистрируется дифракция от статической и несдвинутой осциллирующей компонент, а для $p = 0, -1$ — от статической и сдвинутой компонент голограммы. Интересно отметить, что при $\Omega \rightarrow 0$ сигналы от статической и сдвинутой осциллирующей голограмм в точности компенсируют друг друга, и переменный сигнал обращается в нуль. Это явление хорошо известно [17]. Оно очень существенно для практических применений, так как обеспечивает свойство адаптивности, т.е. подавление паразитных низкочастотных фазовых флуктуаций.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты № 96-02-16848а и 98-02-18254).

Список литературы

- [1] M.P. Petrov, S.I. Stepanov, A.V. Khomenko. Photorefractive Crystals in Coherent Optical Systems. Springer Series in Optical Sciences. Springer-Verlag (1991). V. 59.
- [2] S.I. Stepanov, M.P. Petrov. Opt. Commun. **53**, 292 (1985).
- [3] G. Pauliat, A. Villing, J.C. Launay, G. Roosen. J. Opt. Soc. Am. **B7**, 1481 (1990).
- [4] J.P. Huignard, A. Marrakchi. Opt. Commun. **38**, 249 (1981).
- [5] S.I. Stepanov, V.V. Kulikov, M.P. Petrov. Opt. Commun. **44**, 19 (1982).
- [6] Ph. Refreiger, L. Solymar, H. Rajbenbach, J.P. Huignard. J. Appl. Phys. **58**, 45 (1985).
- [7] T.E. McClelland, D.J. Webb, B.I. Sturman, M. Mann, K.N. Ringhofer. Opt. Commun. **113**, 371 (1995).

- [8] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ФТП **6**, 3, 572 (1972); Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ФТП **12**, 2319 (1978); **13**, 1, 138 (1979).
- [9] Н.Г. Жданова, М.С. Каган, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ЖЭТФ **74**, 364 (1978).
- [10] S. Bruegnot, M. Defour, J.P. Huignard. Opt. Commun. **134**, 599 (1997).
- [11] T.J. Hall, M.A. Fiddy, M.S. Ner. Opt. Lett. **5**, 484 (1980).
- [12] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii. Ferroelectrics **22**, 949 (1979).
- [13] J.P. Huignard, P. Guenter. In: Photorefractive materials and they applications II. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1989). P. 205.
- [14] М.П. Петров, А.В. Шамрай, В.М. Петров, И. Зоубулис. ФТТ **39**, 11, 1990 (1997).
- [15] M.P. Petrov, V.M. Petrov, V.V. Bryksin, I. Zouboulis, A. Gervens, E. Kraetzig. Opt. Lett. **22**, 1083 (1997).
- [16] M. Vasnetsov, P. Buchhave, S. Lyuksyutov. Opt. Commun. **137**, 181 (1997).
- [17] С.И. Степанов. В сб.: Оптическая голография с записью в трехмерных средах / Под ред. Ю.Н. Денисюка. Наука, Л. (1983).