

# Влияние электрического поля на ферроэластические фазовые переходы

© Д.Г. Санников, В.А. Головки

Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова Российской академии наук,  
119333 Москва, Россия

E-mail: sannikov@ns.crys.ras.ru

(Поступила в Редакцию 14 июня 2005 г.)

Теоретически рассмотрено влияние внешнего электрического поля на собственные ферроэластические фазовые переходы, описываемые двумерным представлением класса  $D_{4h}$ . Электрическое поле индуцирует инвариант Лифшица. Показано, что этот инвариант не приводит к возникновению несоизмерной фазы. Фазовая диаграмма для соразмерных переходов под действием поля существенно изменяется. Фазовый переход второго рода из исходной фазы расщепляется полем определенной ориентации на последовательность двух близких по температуре фазовых переходов второго рода.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 03-02-16104).

PACS: 64.10.+h, 64.70.Kb

## 1. Введение

При исследовании в рамках феноменологического подхода несоизмерных (incommensurate —  $I$ ) фаз и фазовых переходов (см. обзоры [1,2], монографию [3]) в термодинамическом потенциале исходной фазы кристалла учитываются градиентные инварианты, т.е. инварианты, содержащие производные по координатам от компонент параметра порядка. Классификация различных типов образования  $I$ -фаз основана на виде этих инвариантов. Наибольший интерес представляет градиентный инвариант Лифшица ( $L$ -инвариант)

$$\sigma \{ \eta, \xi \}_z \equiv \sigma (\eta \partial_z \xi - \xi \partial_z \eta), \quad \partial_z \equiv \partial / \partial z. \quad (1)$$

Здесь  $L$ -инвариант записан для двухкомпонентного параметра порядка  $\eta, \xi$ , преобразующегося по двумерному представлению группы симметрии исходной фазы кристалла. К образованию  $I$ -фазы может приводить наличие в термодинамическом потенциале градиентного инварианта типа инварианта Лифшица ( $LT$ -инвариант).  $LT$ -инвариант по виду совпадает с  $L$ -инвариантом (1), но  $\eta$  и  $\xi$  в нем преобразуются по разным (в данном случае одномерным) представлениям и только одна из переменных, например  $\eta$ , является параметром порядка. Существенно, что в случае  $L$ -инварианта  $I$ -фаза появляется на фазовой диаграмме (в области, где без учета этого инварианта осуществлялись бы соразмерные фазовые переходы второго рода) при любых, даже сколь угодно малых, значениях коэффициента  $\sigma$ . В том случае, когда  $LT$ -инвариант приводит к появлению  $I$ -фазы на фазовой диаграмме, коэффициент  $\sigma$  должен превышать некоторое значение, определяемое другими коэффициентами потенциала.

Если неодномерное представление не допускает  $L$ -инварианта, то такой инвариант может быть индуцирован ( $IL$ -инвариант) подходящим по симметрии внешним

воздействием, например электрическим полем. Коэффициентом при  $IL$ -инварианте является само внешнее воздействие. Следовательно, этот коэффициент мал, что, казалось бы, не должно препятствовать возникновению  $I$ -фазы. Впервые этот вопрос был рассмотрен в работе [4], и на основе общих соображений была построена фазовая диаграмма с  $I$ -фазой. Однако вопрос об индуцировании  $I$ -фазы оказался не столь простым. В [5] был рассмотрен конкретный пример двухкомпонентных собственных сегнетоэлектрических фазовых переходов и показано, что при наличии  $IL$ -инварианта в потенциале  $I$ -фаза может возникнуть только при значении индуцирующего поля, превышающем критическое значение, которое определяется коэффициентами потенциала.

В настоящей работе рассмотрены двухкомпонентные собственные ферроэластические фазовые переходы и исследована возможность индуцирования  $I$ -фазы электрическим полем. Такой случай представляет интерес, поскольку тензор деформации как неоднородный (зависящий от координат) параметр порядка существенно отличается от других неоднородных параметров, например поляризации.

Рассмотрено также представляющее самостоятельный интерес влияние электрического поля на фазовую диаграмму для соразмерных собственных ферроэластических фазовых переходов.

## 2. Выбор представления, инварианты

Рассмотрим двумерное неприводимое представление  $E_g$  кристаллического класса  $D_{4h}$ , по которому преобразуются компоненты  $u_{xz}$  и  $u_{yz}$  тензора деформации  $u_{ij}$ . Это представление допускает два независимых инварианта второй и четвертой степени по  $u_{xz}, u_{yz}$  и не допускает пьезоэффекта. Все это определяет простейшую алгебру рассматриваемого представления.

Таблица преобразования компонент  $x_i$ ,  $u_\alpha$ ,  $\partial_i u_\alpha \equiv (\partial/\partial x_i)u_\alpha$  по неприводимым представлениям (НП) кристаллического класса  $D_{4h}$

НП	Компонента
$A_{1g}$	$u_1 + u_2 \quad u_3$
$A_{2g}$	
$E_u$	$x \quad \partial_x(u_1 - u_2) \quad \partial_y u_6 \quad \partial_z u_5$ $y \quad -\partial_y(u_1 - u_2) \quad \partial_x u_6 \quad \partial_z u_4$
$B_{1g}$	$u_1 - u_2$
$B_{2g}$	$u_6$
$A_{1u}$	$\partial_x u_4 - \partial_y u_5$
$A_{2u}$	$z \quad \partial_x u_5 + \partial_y u_4$
$E_g$	$u_4$ $-u_5$
$B_{1u}$	$\partial_x u_4 + \partial_y u_5 \quad \partial_z u_6$
$B_{2u}$	$\partial_x u_5 - \partial_y u_4 \quad \partial_z(u_1 - u_2)$

В таблице показано, по каким представлениям класса  $D_{4h}$  преобразуются компоненты вектора  $x_i = \{x, y, z\}$ , компоненты тензора деформации  $\{u_\alpha\}$  (используем матричную форму записи  $\alpha = 1, \dots, 6$ ; в частности,  $u_4 = 2u_{yz}$ ,  $u_5 = 2u_{xz}$ ) и производные по координатам от  $u_\alpha$ . Чтобы не загромождать таблицу, в ней не приводятся производные  $\partial_x(u_1 + u_2)$ ,  $\partial_y(u_1 + u_2)$  и  $\partial_x u_3$ ,  $\partial_y u_3$ , преобразующиеся как  $x$ ,  $y$ , и производные  $\partial_z(u_1 + u_2)$  и  $\partial_z u_3$ , преобразующиеся как  $z$ . Это очевидно, поскольку  $u_1 + u_2$  и  $u_3$  — инварианты (см. единичное представление  $A_{1g}$ ).

Квадратичная по всем компонентам  $u_\alpha$  часть термодинамического потенциала, как следует из таблицы, имеет вид

$$\Phi = 1/2C_{44}(u_4^2 + u_5^2) + 1/2C_{66}u_6^2 + 1/4(C_{11} - C_{12})(u_1 - u_2)^2 + 1/4(C_{11} + C_{12})(u_1 + u_2)^2 + 1/2C_{33}u_3^2 + C_{13}(u_1 + u_2)u_3, \quad (2)$$

где коэффициенты выбраны так, чтобы получалось обычное выражение для упругой энергии кристалла вида  $1/2C_{ijkl}u_{ij}u_{kl}$  [6] ( $C_{\alpha\beta} = C_{ijkl}$ ). Коэффициент  $C_{44}$  в (2) предполагается линейно зависящим от температуры  $T$ :  $1/2C_{44} = \alpha_T(T - \Theta)$  в окрестности точки  $T = \Theta$ , где он обращается в нуль. Иными словами, параметром порядка являются компоненты  $u_4$  и  $u_5$ .

Подчеркнем, что шесть однородных, т.е. не зависящих от координат, компонент  $u_\alpha$  могут принимать произвольные значения. Неоднородные компоненты  $u_\alpha$  не являются независимыми: они выражаются через три компоненты вектора смещения  $X_i = \{X, Y, Z\}$ , по которым и нужно варьировать термодинамический потенциал. В квадратичную по  $X_i$  форму вносят вклад все шесть компонент  $u_\alpha$ . Именно поэтому они и приведены в (2).

Рассмотрим теперь градиентные инварианты. Как видно из таблицы, представление  $E_g$  не допускает  $L$ -инварианта для компонент  $u_4, u_5$ ; не существует также ни одного  $LT$ -инварианта, связывающего компоненты  $u_\alpha$ , которые преобразуются по разным представлениям.

$LT$ -инварианты вида  $\{u_5 P_x\}_z + \{u_4 P_y\}_z$ , связывающие компоненты  $u_\alpha$  и  $P_i$ -поляризации, существуют (их всего восемь). Они могут приводить к возникновению  $I$ -фаз, но такая задача выходит за рамки данной работы (роль подобных инвариантов в возникновении  $I$ -фаз для кристалла  $BCCD$  обсуждается в [7], а для кристалла  $K_2SeO_4$  — в [8]).

Внешнее электрическое поле  $E_i$  индуцирует  $IL$ -инвариант, который имеет вид (см. (1))

$$\sigma [E_x \{u_4, u_5\}_y - E_y \{u_4, u_5\}_x]. \quad (3)$$

При переходе от компонент  $u_\alpha$  к компонентам  $X_i$   $L$ -инвариант для  $u_\alpha$  может превратиться в  $LT$ -инвариант для  $X_i$ . Возможно и обратное превращение  $LT$ -инварианта для  $u_\alpha$  в  $L$ -инвариант для  $X_i$ . То же справедливо для  $IL$ - и  $ILT$ -инвариантов. Поэтому наряду с  $IL$ -инвариантом (3) необходимо рассмотреть также все  $ILT$ -инварианты. Основываясь на данных таблицы, можно получить десять таких инвариантов.  $ILT$ -инварианты имеют вид

$$\begin{aligned} v_1 [E_x \{u_2, u_1\}_x - E_y \{u_2, u_1\}_y], \\ v_{2,3} [E_x \{u_6, u_1 \pm u_2\}_y \pm E_y \{u_6, u_1 \pm u_2\}_x], \\ v_{4,5} [E_x \{u_3, u_1 \pm u_2\}_x \pm E_y \{u_3, u_1 \pm u_2\}_y], \\ v_6 [E_x \{u_3, u_6\}_y + E_y \{u_3, u_6\}_x], \\ v_7 [E_x \{u_3, u_5\}_z + E_y \{u_3, u_4\}_z], \\ v_{8,9} [E_x \{u_5, u_1 \pm u_2\}_z \pm E_y \{u_4, u_1 \pm u_2\}_z], \\ v_{10} [E_x \{u_4, u_6\}_z + E_y \{u_5, u_6\}_z]. \end{aligned} \quad (4)$$

### 3. О возможности образования несоразмерной фазы

Исследуем потерю устойчивости исходной фазы  $G_0$  относительно гармонических смещений  $X_i$  с волновым вектором  $q_i$ , определяющую возможность фазового перехода из  $G_0$ -фазы в  $I$ -фазу. Вначале не будем пренебрегать никакими компонентами  $u_\alpha$ ,  $X_i$  и  $q_i$ . Положим только  $E_z = 0$ , поскольку  $E_z$  не входит ни в один из инвариантов (3) и (4). Выразим  $u_\alpha$  через  $X_i$  [6]

$$\begin{aligned} u_1 &= \partial_x X, & u_4 &= \partial_y Z + \partial_z Y, \\ u_2 &= \partial_y Y, & u_5 &= \partial_z X + \partial_x Z, \\ u_3 &= \partial_z Z, & u_6 &= \partial_x Y + \partial_y X. \end{aligned} \quad (5)$$

Будем искать потерю устойчивости  $G_0$ -фазы относительно гармонических смещений  $X_i$  общего вида

$$\begin{aligned} X &= 2R_x \cos(q_i x_i), \\ Y &= 2R_y \sin(q_i x_i + \Delta_y), \\ Z &= 2R_z \cos(q_i x_i + \Delta_z). \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что разность  $R_x - R_y$  и постоянный сдвиг по фазе  $\Delta_y$  малы в меру малости электрического поля. В ну-

левом по полю приближении  $X$  и  $Y$  преобразуются по двумерному представлению  $E_u$ , поэтому  $X = 2R \cos \varphi$ ,  $Y = 2R \sin \varphi$ , где  $2R$  и  $\varphi = q_i x_i$  — полярные координаты  $X$  и  $Y$ .

Подставим (6) в (2) и (5) и проинтегрируем по координатам. В результате получим квадратичную по  $R_i$  форму

$$\begin{aligned} \bar{\Phi} = & (C_{11}q_x^2 + C_{66}q_y^2 + C_{44}q_z^2)R_x^2 \\ & + 2(C_{66} + C_{12})q_x q_y \sin \Delta_y R_x R_y \\ & + (C_{66}q_x^2 + C_{11}q_y^2 + C_{44}q_z^2)R_y^2 \\ & + 2(C_{44} + C_{13})q_x q_z \cos \Delta_z R_x R_z \\ & + (C_{44}q_x^2 + C_{44}q_y^2 + C_{33}q_z^2)R_z^2 \\ & + 2(C_{44} + C_{13})q_y q_z \sin(\Delta_y - \Delta_z) R_y R_z. \end{aligned} \quad (7)$$

Как отмечалось выше, в нее вносят вклад все компоненты  $u_\alpha$  в (2).

Проделав то же с  $IL$ -инвариантом (3), получим

$$\begin{aligned} \sigma(E_x q_y - E_y q_x) q_z [q_z \cos \Delta_y R_x R_y + q_y \sin \Delta_z R_x R_z \\ - q_x \cos(\Delta_y - \Delta_z) R_y R_z]. \end{aligned} \quad (8)$$

Заметим, что первое слагаемое в этом выражении в нулевом по полю приближении, когда можно принять  $R_x = R_y = R$ , действительно является  $IL$ -инвариантом, т.е. входит в коэффициент при квадратичной форме  $R_x^2 + R_y^2 = R^2$  пропорционально  $q^3$  — на одну степень выше содержащихся там членов. Два других слагаемых связывают  $R_i$ , преобразующиеся по разным представлениям, и, следовательно, являются  $ILT$ -инвариантами. При исключении  $R_z$  из суммы (7) и (8) эти инварианты войдут в коэффициент упругости при  $R_x^2 + R_y^2$  пропорционально  $q^4 E^2$ , т.е. на две степени по  $q$  выше содержащихся там членов.

Уже из выражений (7) и (8), не рассматривая градиентные инварианты более высоких степеней по производным, а следовательно, и по  $q_i$ , можно сделать определенные выводы. Обратим внимание на следующее обстоятельство. В квадратичной по  $R_i$  форме (7) мода  $R_z$  будет мягкой (т.е. перед  $R_z^2$  стоит обращающийся в нуль коэффициент  $C_{44}$ ), только если положить  $q_z = 0$ . Мода  $R_x, R_y$  будет мягкой (т.е. перед  $R_x^2 + R_y^2$  стоит коэффициент  $C_{44}$ ), только если положить  $q_x = q_y = 0$ .

Рассмотрим сначала первый случай:  $q_z = 0$ .  $IL$ -инвариант (8) обращается тождественно в нуль! Из  $ILT$ -инвариантов (4) отличными от нуля оказываются первые три:

$$\begin{aligned} v_1(E_x q_x - E_y q_y) q_x q_y \cos \Delta_y R_x R_y, \\ v_{2,3}(E_x q_y \pm E_y q_x)(q_x^2 \mp q_y^2) \cos \Delta_y R_x R_y. \end{aligned} \quad (9)$$

Заметим, что эти  $ILT$ -инварианты для компонент  $u_\alpha$  в нулевом по полю приближении, когда  $R_x = R_y = R$ ,  $\Delta_y = 0$ , превратились в  $IL$ -инварианты для компонент  $R_i$ . Однако они не вносят вклада в коэффициент при  $R_z^2$ .

Во втором случае ( $q_x = q_y = 0$ )  $IL$ -инвариант (8) снова обращается тождественно в нуль! Из  $ILT$ -инвариантов (4) отличным от нуля оказывается седьмой

$$v_7 q_z^3 [E_x \sin \Delta_z R_x R_z - E_y \cos(\Delta_y - \Delta_z) R_y R_z]. \quad (10)$$

Этот инвариант связывает компоненты  $R_i$ , преобразующиеся по разным представлениям, и, следовательно, остается  $ILT$ -инвариантом для квадратичной по  $R_i$  формы.

Итак, если рассматривать только случаи наличия мягкой моды,  $IL$ -инвариант обращается в нуль. Отличные от нуля  $ILT$ -инварианты либо не вносят вклада в коэффициент при мягкой моде и, следовательно, не могут привести к образованию  $I$ -фазы, либо вносят в коэффициент упругости столь малый вклад ( $\sim E^2$ ), что  $I$ -фаза практически возникнуть не может.

Для двумерного представления  $E_u$  класса  $D_{4h}$ , рассмотренного в [5],  $IL$ -инвариант не обращается в нуль, однако превращается в  $ILT$ -инвариант. Происходит это потому, что электрическое поле не только индуцирует  $IL$ -инвариант, но и понижает симметрию кристалла, в результате чего двумерное представление  $E_u$  расщепляется на одномерные. Хотя это расщепление мало в меру малости поля, оно оказывается достаточным для превращения  $IL$ -инварианта в  $ILT$ -инвариант.  $I$ -фаза может возникнуть в поле, превышающем критическое значение, которое выражается через коэффициенты термодинамического потенциала [5]. Критическое поле, следовательно, имеет „атомную“ величину. В эксперименте такие поля практически не достижимы (исключая особые случаи аномально малых значений некоторых коэффициентов потенциала).

#### 4. Влияние поля на соразмерные фазовые переходы

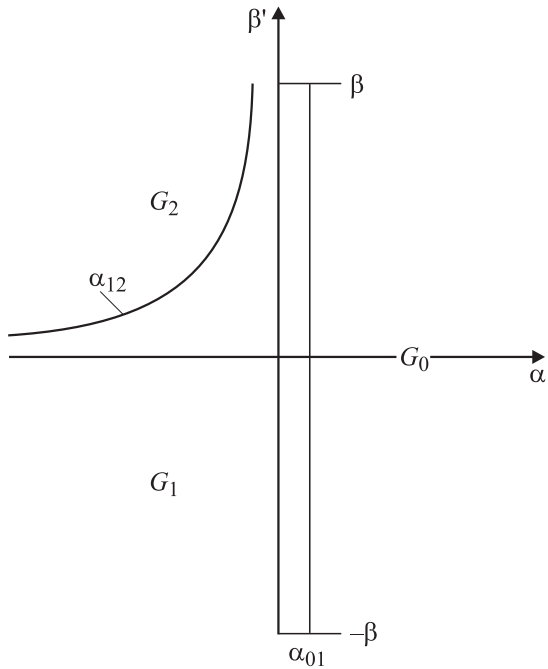
Поскольку внешнее электрическое поле не индуцирует  $I$ -фазу, рассмотрим влияние поля на фазы и фазовую диаграмму для соразмерных собственных ферроэластических фазовых переходов, определяемых представлением  $E_g$  класса  $D_{4h}$ . Компоненты  $u_4$  и  $u_5$  считаются теперь однородными (не зависящими от координат). Поэтому в термодинамическом потенциале достаточно ограничиться инвариантами, составленными из  $u_4$  и  $u_5$ , с учетом электрического поля  $E_i$ . Удобно представить  $u_4, u_5$  в полярных координатах

$$u_4 = \rho \cos \varphi, \quad u_5 = \rho \sin \varphi. \quad (11)$$

Термодинамический потенциал можно записать тогда в виде

$$\begin{aligned} \Phi = & \alpha \rho^2 + \beta \rho^4 + \beta' \rho^4 \cos 4\varphi + a(E_x^2 + E_y^2) \rho^2 \\ & + b(E_x^2 - E_y^2) \rho^2 \cos 2\varphi + 2c E_x E_y \rho^2 \sin 2\varphi + d E_z^2 \rho^2, \end{aligned} \quad (12)$$

где коэффициент  $\alpha = \alpha_T(T - \Theta)$  — это коэффициент  $1/2C_{44}$  в (2). Предполагается, что рассматриваются фазовые переходы второго рода, т.е. коэффициенты  $\beta > 0$  и  $\beta - |\beta'| > 0$ .



**Рис. 1.** Фазовая диаграмма на плоскости  $\alpha\beta'$  при  $E_x \neq 0$  ( $E_y = E_z = 0$ ). Границы между фазами  $G_0$ ,  $G_1$  и  $G_1$ ,  $G_2$  построены по формулам (14) и (16). Для определенности принято  $0 < a < |b|$ .

В отсутствие полей потенциалу (12) отвечают три решения, соответствующие трем фазам  $G_0$ ,  $G_1$  и  $G_2$ ,

$$\begin{aligned}
 G_0: \quad & \rho = 0, \quad D_{4h} = 4/mmm, \\
 G_1: \quad & \rho^2 = -\alpha/(\beta + \beta'), \quad \cos 4\varphi = -1, \\
 & C_{2h} = 2_x/m_x: \quad \cos 2\varphi = 1 \quad (u_5 = 0), \\
 & C_{2h} = 2_y/m_y: \quad \cos 2\varphi = -1 \quad (u_4 = 0), \\
 G_2: \quad & \rho^2 = -\alpha/(\beta - \beta'), \quad \cos 4\varphi = 1, \\
 & C_{2h} = 2_{xy}/m_{xy}: \quad \sin 2\varphi = -1 \quad (u_4 = -u_5), \\
 & C_{2h} = 2_{\bar{x}y}/m_{\bar{x}y}: \quad \sin 2\varphi = 1 \quad (u_4 = u_5), \quad (13)
 \end{aligned}$$

где помимо решений приведены группы симметрии фаз. Заметим, что эти группы различны для разных пар доменов (см. в скобках компоненты  $u_4$  и  $u_5$ ). Фаза  $G_0$  устойчива при  $\alpha > 0$ , фаза  $G_1$  — при  $\alpha < 0$ ,  $\beta' < 0$ , фаза  $G_2$  — при  $\alpha < 0$ ,  $\beta' > 0$ .

Рассмотрим влияние поля  $E_x$  на фазы и фазовую диаграмму. Заметим, что по своему действию поле  $E_y$  сходно с  $E_x$ , а в полях  $E_x = \pm E_y$  по сравнению с полем  $E_x$  или  $E_y$  меняются ролями фазы  $G_1$  и  $G_2$ . Поле  $E_x$  ( $E_y = E_z = 0$ ) понижает симметрию фазы  $G_0$  до  $C_{2v} = 2_x m_y m_z$ , симметрию фазы  $G_1$  до  $C_2 = 2_x$ , если  $b < 0$  (два домена с  $\cos 2\varphi = 1$ ), или до  $C_s = m_y$ , если  $b > 0$  (два домена с  $\cos 2\varphi = -1$ ), и симметрию фазы  $G_2$  до  $C_1 = 1$ . Таким образом, в фазе  $G_1$  в поле  $E_x$  остаются два домена из четырех. Группа фазы  $G_2$  в поле  $E_x$  ста-

новится подгруппой группы фазы  $G_1$ , а без поля группы этих фаз не связаны подгрупповыми соотношениями и фазовый переход  $G_1 \leftrightarrow G_2$  является переходом первого рода:  $\cos 4\varphi$  испытывает на границе  $\beta' = 0$  скачок от  $-1$  до  $+1$  (см. (13)).

Фазовая диаграмма на плоскости двух коэффициентов  $\alpha, \beta'$  потенциала (12) представлена на рис. 1. Фаза  $G_0$ , в которой, как и без поля,  $u_4 = u_5 = 0$ , теряет устойчивость при значении

$$\alpha = \alpha_{01} = (-a + |b|)E_x^2 \quad (14)$$

(потенциал (12) в этом случае нужно варьировать не по  $\rho$  и  $\varphi$ , а по  $u_4$  и  $u_5$ , что, впрочем, очевидно).

Фаза  $G_1$  имеет решение

$$\begin{aligned}
 \rho^2 &= [-\alpha + (a - |b|)E_x^2]/2(\beta + \beta'), \quad \sin 2\varphi = 0, \\
 \cos 2\varphi &= -1 \quad (b > 0), \quad \cos 2\varphi = 1 \quad (b < 0). \quad (15)
 \end{aligned}$$

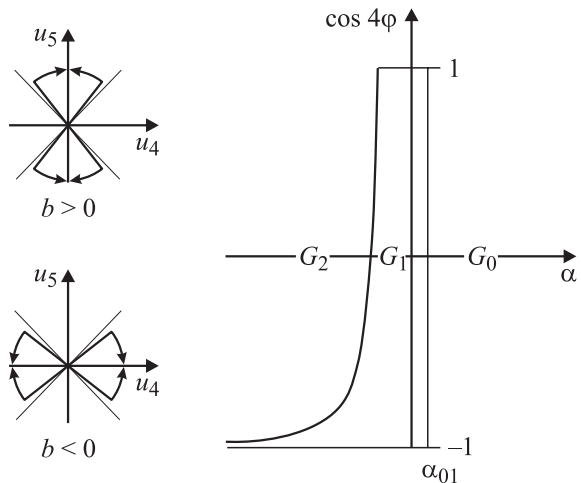
Фаза  $G_1$  теряет устойчивость ( $\partial_\rho^2 \Phi = 0$ ) при том же значении  $\alpha = \alpha_{01}$  (14), что и фаза  $G_0$ . При  $\alpha = \alpha_{01}$  происходит фазовый переход  $G_0 \rightarrow G_1$  второго рода. Фаза  $G_1$  теряет устойчивость ( $\partial_\varphi^2 \Phi = 0$ ) при значении

$$\alpha = \alpha_{12} = -aE_x^2 - (\beta - \beta')|b|E_x^2/2\beta'. \quad (16)$$

Фаза  $G_2$  имеет решение

$$\rho^2 = -(\alpha + aE_x^2)/2(\beta - \beta'), \quad \cos 2\varphi = -bE_x^2/4\beta'\rho^2. \quad (17)$$

В этой фазе в поле  $E_x$  сохраняются все четыре домена, по-разному ориентированные (в зависимости от знака коэффициента  $b$ ) на плоскости  $u_4, u_5$  по отношению к их исходной ориентации без поля ( $\sin 2\varphi = \pm 1$ ) (см. (13)). Фаза  $G_2$  теряет устойчивость ( $\partial_\rho^2 \Phi \partial_\varphi^2 \Phi - (\partial_\rho \partial_\varphi \Phi)^2$ ) при том же значении  $\alpha = \alpha_{12}$  (16), что и фаза  $G_1$ . Фазовый переход  $G_1 \rightarrow G_2$  становится в поле  $E_x$  переходом второго рода. Из (14)–(17) видно, что на границе



**Рис. 2.** Поворот доменов в фазе  $G_2$  вблизи от границы с фазой  $G_1$  и зависимость  $\cos 4\varphi$  от  $\alpha$ . Для определенности выбрано значение  $\beta'/\beta = 1/2$ .

фаз  $G_0$  и  $G_1$   $\rho^2 = 0$ , а на границе фаз  $G_1$  и  $G_2$   $\rho^2 = |b|E_x^2/4\beta'$ . Чем меньше поле  $E_x$ , тем в более узком интервале значений  $\alpha$  вблизи от границы с фазой  $G_1$  происходит в фазе  $G_2$  поворот от значений  $\cos 4\varphi \cong -1$  ( $\sin 2\varphi \cong \pm 1$ ) к значению  $\cos 4\varphi = 1$ ,  $\cos 2\varphi = -1$  ( $b > 0$ ) или  $\cos 2\varphi = 1$  ( $b < 0$ ). На рис. 2 показан (стрелками) этот поворот доменов в фазе  $G_2$ , а также зависимость  $\cos 4\varphi$  от  $\alpha$  в окрестности фазового перехода  $G_1 \rightarrow G_2$ .

Поле  $E_z$  ( $E_x = E_y = 0$ ) в отличие от поля  $E_x$  существенно влияет на фазовую  $\alpha$ - $\beta'$ -диаграмму: лишь сдвигает границу между фазами  $G_0$  и  $G_1, G_2$  вдоль оси  $\alpha$  на величину  $dE_z^2$  (см. (12)). Поле  $E_z$  понижает симметрию фазы  $G_0$  до  $C_{4v} = 4mm$ , фазы  $G_1$  до  $C_s = m_x$  или  $C_s = m_y$  и фазы  $G_2$  до  $C_s = m_{xy}$  или  $C_s = m_{\bar{x}y}$ .

## 5. Заключение

Подводя итоги, можно отметить, что для двумерного представления  $E_g$  класса  $D_{4h}$  индуцируемый внешним электрическим полем  $IL$ -инвариант (3) обращается в нуль и, очевидно, не может индуцировать  $I$ -фазу.  $ILL$ -инварианты (4) тоже не могут привести к возникновению  $I$ -фазы (во всяком случае при достижимых в эксперименте значениях полей).

Для соразмерных ферроэластических фазовых переходов, описываемых представлением  $E_g$  класса  $D_{4h}$ , электрическое поле определенной ориентации в плоскости  $xu$  существенно изменяет фазовую диаграмму (рис. 1). При  $\beta' > 0$  фазовый переход второго рода  $G_0 \rightarrow G_2$  расщепляется полем  $E_x$  (или  $E_y$ ) на последовательность двух близких по температуре фазовых переходов второго рода  $G_0 \rightarrow G_1 \rightarrow G_2$ . Промежуточная фаза  $G_1$  существует в узком температурном интервале, пропорциональном  $E_x^2$ :  $\Delta\alpha = (\beta + \beta')|b|E_x^2/2\beta'$ . Группа симметрии фазы  $G_2$  становится в поле  $E_x$  (или  $E_y$ ) подгруппой группы симметрии фазы  $G_1$ . Если коэффициент  $\beta' < 0$ , то фазовый переход  $G_0 \rightarrow G_1$  аналогично расщепляется полем  $E_x = \pm E_y$  на последовательность двух фазовых переходов второго рода  $G_0 \rightarrow G_2 \rightarrow G_1$ . В этом случае группа симметрии фазы  $G_1$  становится в поле  $E_x = \pm E_y$  подгруппой группы симметрии фазы  $G_2$ .

## Список литературы

- [1] Incommensurate Phases in Dielectrics 1: Fundamentals / Eds R. Blinc, A.P. Levanyuk. North-Holland, Amsterdam (1986).
- [2] H.Z. Cummins. Phys. Rep. **185**, 211 (1990).
- [3] Б.А. Струков, А.П. Леванюк. Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах. Наука, М. (1995). 304 с.
- [4] И.М. Витебский. ЖЭТФ **82**, 2, 357 (1982).
- [5] Д.Г. Санников. ЖЭТФ **125**, 5, 1139 (2004).
- [6] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости. Наука, М. (1987). 248 с.
- [7] Д.Г. Санников. Письма в ЖЭТФ **65**, 9, 707 (1997).
- [8] D.G. Sannikov, H. Mashiyama. Ferroelectrics **302**, 147 (2004).