# Динамика решетки и удельная теплоемкость антимонида марганца Mn<sub>2</sub>Sb

#### © В.М. Рыжковский, Т.Д. Соколовский

Институт физики твердого тела и полупроводников Академии наук Белоруссии, 220072 Минск, Белоруссия

#### (Поступила в Редакцию 24 июня 1997 г.)

Приводятся результаты расчета энергии связи катионов марганца, дисперсных кривых, полного фононнного спектра и температурной зависимости решеточной и магнитной составляющих удельной теплоемкости соединения Mn<sub>2</sub>Sb.

Антимонид марганца Mn<sub>2</sub>Sb кристаллизуется в тетрагональной решетке типа  $Cu_2Sb$  (C38, пространственная группа 4/*nmm*) с двумя структруно неэквивалентными положениями катионов MnI и MnII. Соединение является ферримагнетиком ( $T_C = 550 \,\mathrm{K}$ ), что обусловлено антипараллельным упорядочением магнитных моментов ферромагнитных подрешеток MnI и MnII. Заряды и магнитные моменты катионов марганца I и II различны и зависят главным образом от ближайшего окружения. Исходя из того, что анионы сурьмы трехвалентны, допуская лишь целочисленные значения зарядов также для катионов марганца и учитывая симметрию анионного окружения двух сортов катионов, можно прийти к выводу [1], что формальной конфигурацией этого соединения является Mn<sup>+</sup>Mn<sup>2+</sup>Sb. Атомные магнитные моменты для катионов сорта I и II равны соответственно  $2.0 \, \mu_{\rm B}$ и 3.8 µ<sub>В</sub> согласно [2]. Антимонид марганца является удобным объектом для изучения как структурных, так и магнитных свойств вещества.

В данной работе выполнены расчеты температурной зависимости удельной теплоемкости ферримагнитного кристалла  $Mn_2Sb$  с учетом не только решеточной, но и магнитной составляющих. Для определения первой из них были рассчитаны энергия фононов в приближении теории Борна [3] и поправка на ангармонизм колебаний атомов в кристалле. Расчет магнитного вклада в теплоемкость проведен в соответствии с теорией Нееля [4], развитой им для объяснения физических свойств ферритов.

В элементарной ячейке кристалла содержатся две молекулы Mn<sub>2</sub>Sb, поэтому согласно динамической теории решетки для каждого значения волнового вектора должно существовать 18 типов норамльных колебаний, которые определяются путем решения системы дифференциальных уравнений движения второго порядка, если известны входящие в эту систему параметры, которые определяют взаимодействие между ионами в кристалле. Чтобы найти эти параметры, мы провели расчеты энергии связи для различных пар ионов с учетом ближайших пяти координационных сфер.

### 1. Расчет энергии связи катионов марганца

В качестве примера рассмотрим энергию связи пары ближайших катионов марганца сорта I и II. Основной вклад в энергию связи дает кулоновская энергия взаимодействия между ядрами и электронами [5]

$$U_c = Z_a Z_b / R + \iint \rho_a \rho_b dv_1 dv_2 / r_{12}$$
$$- Z_b \int \rho_a dv_1 / r_{1b} - Z_a \int \rho_b dv_2 / r_{2a}, \qquad (1)$$

где  $Z_a, Z_b$  — заряды ядер катионов a и b; R — расстояние между центрами катионов;  $r_{12}$  — расстояние между электронами 1 и 2;  $v_1, v_2$  — объемы, занятые катионами;  $\rho_a$  и  $\rho_b$  — электронные плотности катионов, рассчитанные по радиальным волновым функциям электронов, образующих катионы марганца, причем волновые функции найдены самосогласованным методом Хартри–Фока [6].



**Рис. 1.** Энергия связи ионов  $Mn^+$  и  $Mn^{2+}$ . *1* — кулоновская энергия, *2* — кинетическая энергия, *3* — корреляционная энергия, *4* — обменная энергия, *5* — полная энергия связи  $Mn^+Mn^{2+}$ .

Обменная энергия двух атомов (ионов) определялась в виде

$$U_e = \int \left[ (\rho_a + \rho_b) u_c(\rho_a + \rho_b) - \rho_a u_c(\rho_a) - \rho_b u_c(\rho_b) \right] d\nu, \quad (2)$$

где  $u_c$  — плотность обменной энергии в приближении электронного газа Блоха–Дирака. Кинетическая и корреляционная энергии вычислялись аналогично (2) с применением соответствующей плотности энергии.

На рис. 1 показана суммарная энергия связи U (кривая 5) и ее слагаемые (кривые I-4) в зависимости от расстояния между центрами катионов марганца. Как видно из рис. 1 (кривая 5), устойчивое состояние катионов марганца I и II сорта соответствует расстоянию  $R_1 \approx 3$  Å, что согласуется с экспериментальными данными по межатомным расстояниям в кристалле.

Введем упрощающее предположение о том, что параметры межатомного взаимодействия теории Борна [3] можно разложить по продольным и поперечным параметрам Делоне [7]

$$A_i = U''(R)_i \big|_{R=R_0}, \quad B_i = R_i^{-1} U'(R)_i \big|_{R=R_0},$$
 (3)

где  $R_i$  — радиус *i*-й координационной сферы данного иона,  $A_i$ ,  $B_i$  — продольная и поперечная составляющие параметров связи для ионов *i*-й сферы; U'(R), U''(R) — первая и вторая производные энергии связи для соответствующей пары ионов.

# Расчет фононного спектра кристалла Mn<sub>2</sub>Sb

Условия устойчивости движения ионов в кристалле антимонида марганца приводят к дисперсионным соотношениям

$$|D(\mathbf{q}) - \nu^2 E| = 0, \tag{4}$$

где  $D(\mathbf{q})$  — динамическая матрица порядка (18 × 18), элементы которой являются тригонометрическими функциями от координат волнового вектора, E — единичная



**Рис. 2.** Кривые дисперсии нормальных колебаний Mn<sub>2</sub>Sb в направлениях [100] и [110] первой зоны Бриллюэна.



Рис. 3. Полный фононный спектр Mn<sub>2</sub>Sb.

матрица порядка ( $18 \times 18$ ),  $\nu$  — частота нормального колебания решетки антимонида марганца. Решая уравнение (4) относительно  $\nu^2$ , получаем 18 значений частот нормальных колебаний при всех волновых векторах в элементарной ячейке обратного пространства. В частности, на рис. 2 представлены дисперсионные кривые вдоль двух направлений [100] и [110] высокой симметрии кристалла антимонида марганца. Видно, что отдельные ветви оптических колебаний вырождены, чего нельзя сказать об акустических колебаниях.

Затем методом Блекмана [8] был рассчитан полный фононный спектр антимонида марганца. С этой целью было решено секулярное уравнение (4) на 64 000 узлах элементарной ячейки обратной решетки при тех же условиях, что и кривые дисперсии. В результате без применения сглаживания была найдена функция распределения  $g(\nu)$ , представленная на рис. 3. Первые три максимума от начала координат соответствуют акустическим колебаниям решетки Mn<sub>2</sub>Sb, а остальные описывают оптические колебания.

## Расчет решеточной теплоемкости Mn<sub>2</sub>Sb

Температурная зависимость удельной теплоемкости решетки  $Mn_2Sb$  при постоянном объеме определена по формуле

$$C_{\nu} = 9R \int_{0}^{\nu_{m}} g(\nu)(h\nu/kT)^{2} \\ \times \exp(h\nu/kT) / \left(\exp(h\nu/kT) - 1\right)^{2}, \qquad (5)$$

где интегрирование проводилось по частоте нормальных колебаний с применением фононного спектра  $g(\nu)$ .

На рис. 4 кривой 1 показана удельная теплоемкость решетки Mn<sub>2</sub>Sb при постоянном объеме, рассчитанная в



**Рис. 4.** Удельная теплоемкость  $Mn_2Sb$ . I — теплоемкость  $C_v$  без учета ангармонизма, 2 — теплоемкость  $C_v$  с учетом ангармонизма, 3, 4 —  $C_v$  из работы [11], 5 — теплоемкость  $C_p$  с учетом ангармонизма и электронной составляющей, 6 — теплоемкость  $C_p$  с учетом магнитной составляющей  $Mn_2Sb$ , 7 — магнитная составляющая теплоемкости MnSb.

гармоническом приближении по формуле (5). Кроме того, был проведен расчет вклада ангармонизма колебаний решетки в удельную теплоемкость антимонида марганца. Известно, что ангармонизм первого и второго порядков при сравнительно высоких температурах дает поправку в теплоемкость, прямо пропорциональную абсолютной температуре, причем коэффициент пропорциональности является сложной функцией [9,10] вторых, третьих и четвертых производных энергии связи по расстоянию между центрами ионов кристаллов. Проведенный расчет показал, что коэффициент ангармонизма для  $Mn_2Sb$  равен 0.00275 J/mol·K<sup>2</sup>.

Известно, что электронный вклад в удельную теплоемкость в первом приближении также прямо пропорционален абсолютной температуре и при T = 100 Kсоставляет 0.42 J/mol·K<sup>2</sup> [11]. Сумма этих двух поправок в удельную теплоемкость учтена на рис. 4 кривой 2. Удельная теплоемкость решетки антимонида марганца при постоянном давлении  $C_p$  вычислена через  $C_v$  в соответствии с приближением Грюнайзена

$$C_p = (1 + GT)C_v \tag{6}$$

и представлена на рис. 4 кривой 5.

# Расчет магнитного вклада в теплоемкость Mn<sub>2</sub>Sb

Поскольку соединение Mn<sub>2</sub>Sb при температуре  $T < T_k = 550$  К является ферримагнетиком, можно применить к его исследованию теорию Нееля [4]. С этой целью в приближении молекулярного поля Вейсса [12] выполним расчет температурной зависимости внутренней магнитной энергии  $U_M$  на интервале 0–800 K, вклю-

чая область фазового перехода при 550 К

$$U_M = -0.5(H_1M_1 + H_2M_2), (7)$$

где  $H_1$  — магнитное поле, действующее на катион  $Mn^+$  со стороны ближайших к нему катионов  $Mn^{2+}$ ;  $H_2$  — магнитное поле ближайших катионов  $Mn^+$ , взаимодействующее с катионом  $Mn^{2+}$ ;  $M_1, M_2$  — намагниченности подрешеток  $Mn^+$  и  $Mn^{2+}$  соответственно.

Из теории Нееля следует, что в приближении нулевого внешнего магнитного поля имеет место линейная зависимость между величинами *H* и *M* для двух магнитных подрешеток в форме

$$H_1 = \Gamma_{11}M_1 + \Gamma_{12}M_2,$$
  

$$H_2 = \Gamma_{12}M_1 + \Gamma_{22}M_2,$$
(8)

где  $\Gamma_{ij}$  — коэффициенты молекулярного поля Вейсса, определяемые с помощью равенства

$$\Gamma_{ij} = 2Z_{ij}J_{ij}/(N_j g_i g_j \mu_{\rm B}), \quad (i, j = 1, 2),$$
 (9)

 $Z_{ij}$  — число ближайших катионов подрешетки *j* катиона *i*,  $N_j$  — число катионов *j* в решетке,  $J_{ij}$  — обменные интегралы вазимодействия катионов *i* и *j*.

Исходя из того что катионы одной подрешетки имеют равные магнитные моменты, справедливы следующие уравнения:

$$M_1 = A_1 B_s (C_1 H_1 / T),$$
  
 $M_2 = A_2 B_s (C_2 H_2 / T),$  (10)

где  $B_s(x)$  — функция Бриллюэна.

Используем итерационный метод для совместного решения систем уравнений (8) и (10). В результате получаем самосогласованные значения спонтанной намагниченности и соответствующие им магнитные поля подрешеток  $H_1, H_2$  в зависимости от температуры. Это позволяет вычислить внутреннюю магнитную энергию  $U_M$  по формуле (7), а затем и удельную магнитную теплоемкость в виде

$$C_M = dU_M(T)/dT.$$
 (11)

На рис. 4 кривой 6 показана рассчитанная нами суммарная теплоемкость  $Mn_2Sb$  в зависимости от температуры. Экспериментальные данные [11] обозначены точками.

Как видно, экспериментальная кривая  $C_p = f(T)$  при  $T > T_C$  существенно отличается от расчетной для Mn<sub>2</sub>Sb. Наблюдаемый характер ее изменения можно объяснить, если принять во внимание особенности кристаллохимического состояния пниктидов марганца со структурой Cu<sub>2</sub>Sb [13]. Стехиометрический состав соединения Mn<sub>2</sub>Sb ( $\delta$ -фаза) реализуется только при высоких температурах ( $T \cong 1000$  K). При T = 300 K стабильной является  $\delta$ -фаза с избытком катионной компоненты. Поэтому закаленный от 1100 K образец Mn<sub>2</sub>Sb ( $\delta$ -фаза) при комнатной температуре находится в термодинамически неравновесном состоянии и при нагревании изменяет свой состав с выделением избыточной ферромагнитной  $\varepsilon$ -фазы никельарсенидного структурного типа, которая, имея более высокую температуру магнитного разупорядочения, дает свой вклад в магнитную составляющую теплоемкости при  $T > T_C = 550$  K.

Для количественного подтверждения такого объяснения мы дополнительно произвели расчет магнитной теплоемкости соединения MnSb ( $\varepsilon$ -фаза) с использованием приближений теории молекулярного поля. Так как в ферромагнетике магнитные подрешетки тождественны, для расчета могут быть применены формулы (7)–(11) при соблюдении равенства коэффициентов молекулярного поля ( $\Gamma_{11} = \Gamma_{12} = \Gamma_{22}$ ), а также намагниченностей ( $M_1 = M_2$ ) и магнитных полей ( $H_1 = H_2$ ) с соответствующим учетом знаков взаимодействий. Результаты расчета представлены штриховой кривой 7 на рис. 4.

Из этого рисунка видно, что экспериментальная зависимость  $C_p = f(T)$  в температурном диапазоне 500–750 К может быть описана как суперпозиция магнитных составляющих теплоемкостей  $\delta$ - и  $\varepsilon$ -фаз, полученных из расчета.

Таким образом, последовательное проведение расчетов не только динамических характеристик кристаллической решетки, но также и магнитных свойств кристалла  $Mn_2Sb$  позволило теоретически определить температурную зависимость теплоемкости соединения  $Mn_2Sb$ , которая удовлетворительно согласуется с соответствующими экспериментальными данными. Это подтверждает адекватность выбранной модели и характера температурных кристаллохимических изменений в пниктидах марганца структурного типа  $Cu_2Sb$  [13], установленных методами магнитометрии, рентгенографии и термографии.

#### Список литературы

- Дж.Б. Гуденаф. Магнетизм и химическая связь / Пер. с англ. под ред. Б.Е. Левина и С.С. Горелика. Металлургия, М. (1968). 325 с.
- [2] Н.Н. Сирота, В.М. Рыжковский. ФТТ 16, 9, 2643 (1974).
- [3] М. Борн, К. Хуанг. Динамическая теория кристаллических решеток. Иностр. лит., М. (1958). 485 с.
- [4] M.L. Neel. Ann. de Phys. 3, 1, 137 (1948).
- [5] R.G. Gordon, Y.S. Kim. J. Chem. Phys. 56, 6, 3122 (1972).
- [6] Методы расчета электронной структуры атомов и молекул. Сб. статей. Изд-во ЛГУ, Л. (1975). 204 с.
- [7] J. de Launay. Sol. Stat. Phys. 2, 1, 219 (1956).
- [8] M. Blackmann. Proc. Roy. Soc. Lond. A148, 2, 384 (1934);
   A149, 1, 117 (1935).
- [9] Г. Лейбфрид, В. Людвиг. Теория ангармонических эффектов в кристаллах. Иностр. лит., М. (1963). 231 с.
- [10] Т.Д. Соколовский. Изв. АН Беларусии. Сер. физ.-мат. наук, *1*, 97 (1988).
- [11] N.E. Askheim, F. Gronvold. J. Chem. Thermodynam. 1, *1*, 153 (1969).
- [12] Дж. Смарт. Эффективное поле в теории магнетизма. Мир, М. (1968). 271 с.
- [13] В.М. Рыжковский, В.П. Дымонт, И.Л. Пашковский. Докл. АН Беларусии 40, 2, 64 (1996).