Журнал технической физики, 1997, том 67, № 7

01;05

Неустойчивость абрикосовских вихрей в структуре феррит–сверхпроводник второго рода с продольным электрическим током

© *Ю.И. Беспятых*[1], *В. Василевская*[2], *В.Д. Харитонов*[1]

[1]Институт радиотехники и электроники РАН,
141120 Фрязино, Московская область, Россия
[2]Высшая техническая школа, Радом, Польская республика

(Поступило в Редакцию 7 февраля 1996 г.)

Проанализировано влияние взаимодействия вихрей Абрикосова с намагниченностью на продольную вихревую неустойчивость в слоистой структуре ферродиэлектрик–сверхпроводник второго рода. Показано, что в окрестности ориентационного фазового перехода в магнетике, где поперечная восприимчивость магнетика велика, величина продольного критического тока в структуре может быть почти в полтора раза меньше, чем в изолированном сверхпроводнике. Вследствие влияния нелокальности взаимодействия между вихрями такой эффект может наблюдаться лишь в структурах со сверхпроводниками, обладающими слабым или умеренным пиннингом. Рассматривается структура со сверхпроводником, толщина которого значительно превышает лондоновскую глубину проникновения магнитного поля и длину волны критической моды.

1. Большинство ферритов при комнатных температурах являются полупроводниками, а при температурах жидкого азота и ниже их можно считать диэлектриками. Из-за малой глубины проникновения электронов проводимости сверхпроводника в феррит обменное взаимодействие между слоями, по-видимому, не играет особой роли. В структурах феррит–сверхпроводник второго рода с электромагнитным взаимодействием куперовских пар со спинами электронов в феррите эффект выталкивания магнитного потока из сверхпроводника ведет к смещению точки перехода магнетика из однородного в неоднородное магнитное состояние в сторону более низких полей подмагничивания [1,2], а в случае достаточно тонких магнитных пленок может сделать доменную структуру энергетически невыгодной [2]. Взаимодействие намагниченности с вихрями может изменить тип фазового перехода в неоднородное состояние и ориентацию доменных границ по отношению к полю подмагничивания [3] (в качественном отношении роль взаимодействия намагниченности с вихрями сходна с ролью магнитострикции в изолированном ферромагнетике [4]. Наконец, магнитное поле доменов массивного магнетика может создавать слабые связи в граничащей с ним тонкой сверхпроводящей пленке [5].

Работы по исследованию динамических свойств структур феррит–сверхпроводник относятся преимущественно к анализу возбуждения и распространения спиновых волн в СВЧ диапазоне. Измерялись и оценивались дисперсии и затухание поверхностных и объемных магнитостатических волн в структуре [6–8], а также эдс увлечения электронов в сверхпроводнике магнитостатической волной [9]. Теоретически анализировалась эффективность возбуждения спиновых волн за счет рассеяния электромагнитного поля на решетке вихрей Абрикосова [10,11], оценивалась возможность усиления магнитостатических волн из-за взаимодействия их с вихрями, дрейфующими под действием транспортного тока [12], а также из-за наличия в сверхпроводнике отрицательной дифференциальной проводимости [13].

Насколько нам известно, влияние величины транспортного тока на неустойчивость основного состояния структур феррит–сверхпроводник второго рода по отношению к низкочастотным возбуждениям до сих пор не исследовалось. Недостаточно изучены также спектр и затухание высокочастотных возбуждений в структуре в присутствии транспортного тока, хотя экспериментальные исследования в этом направлении ведутся. В настоящей работе исследуется влияние электромагнитного взаимодействия вихрей с намагниченностью в структуре феррит–сверхпроводник второго рода на переход сверхпроводника из безрезистивного в резистивное состояние под действием транспортного тока.

Исследование перехода сверхпроводника второго рода в резистивное состояние под влиянием транспортного тока имеет большое значение для практических применений таких материалов, и посвященная ему литература чрезвычайно обширна (см., например, [14,15] и цитированные в них работы). В целом задача о поведении системы вихрей в случае, когда транспортный ток достигает или превышает критический ток перехода сверхпроводника второго рода из безрезистивного в резистивное состояние, сложна и до сих пор не решена. Теоретически наиболее изучен случай продольной неустойчивости вихрей, когда транспортный ток параллелен направлению вихрей.

Оценка величины продольного критического тока в сверхпроводниках второго рода, имеющих форму длинного тонкого цилиндра, с учетом внешнего поля рассеяния была выполнена в работе [16]. Расчет критического продольного тока в толстых сверхпроводящих слоях с учетом влияния поля рассеяния, а также объемного и поверхностного пиннинга был проделан в работе [17]. При этом для описания пиннинга использовалась модель Лабуша [15]. Как показано в [16,17], энергия поля рассеяния положительна и всегда приводит к увеличению критического тока.

Основная цель настоящей работы — выяснить, в какой степени можно менять продольный критический ток в структуре феррит–сверхпроводник второго рода, изменяя величину поля подмагничивания и магнитные параметры феррита. Кроме того, интересно сравнить роль магнитного поля в феррите с ролью электрического поля в диэлектрике с большой диэлектрической проницаемостью при подавлении ганновской электрической доменной неустойчивости в слоистых структурах полупроводник–диэлектрик [18]. В самом деле, статическая магнитная восприимчивость ферритов в доменной фазе [19] и в однородной фазе вблизи поля перехода из однородного состояния в неоднородное [20] может быть значительной, на первый взгляд можно ожидать втягивания магнитного потока в магнетик и соответственно затягивания вихревой неустойчивости. Однако, как будет показано ниже, в рассматриваемом здесь случае магнетик оказывает влияние на продольную вихревую неустойчивость, прямо противоположное влиянию диэлектрика с большой диэлектрической проницаемостью на ганновскую доменную неустойчивость в полупроводниках. С ростом магнитной проницаемости ферромагнетика и энергия магнитного поля вихрей вне сверхпроводника, и порог продольной вихревой неустойчивости уменьшаются. Величина критического продольного тока сложным образом зависят от пиннинга вихрей в сверхпроводнике, а также от поля подмагничивания, намагниченности и магнитной анизотропии феррита. Нелокальность взаимодействия вихрей друг с другом заметно влияет на параметры критической моды при любых значениях констант пиннинга в сверхпроводнике.

2. Предположим, что структура ферромагнетик–сверхпроводник представляет собой сверхпроводящее полупространство $y > 0$ и ферромагнитный слой $-L < y < 0$. Магнетик обладает магнитной анизотропией типа "легкая ось". Направление оси анизотропии $\mathbf{n_a} \parallel \mathbf{n_y}$. Структура помещена в касательное поле подмагничивания $\mathbf{H}_e = H_e\mathbf{n}_z$, причем $H_e > H_a$ ($H_a = \beta M_0$ — поле анизотропии, $\beta > 0$ — константа анизотропии, M_0 — намагниченность насыщения ферромагнетика) и $H_{c1} \ll H_e \ll H_{c2}$ (H_{c1} и H_{c2} — нижнее и верхнее критические поля сверхпроводника). Последнее условие дает возможность использовать для описания сверхпроводника лондоновское приближение. Вблизи поверхности сверхпроводника протекает малый транспортный ток $\mathbf{I}$, направленный вдоль поля подмагничивания ($\mathbf{I} \parallel \mathbf{n}_z$). При этом сверхпроводник находится в смешанном состоянии и расстояние между соседними вихрями много меньше лондоновской глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник λ, а намагниченность $\mathbf{M}$ в ферромагнетике однородна $\mathbf{M} \parallel \mathbf{n}_z$.

Энергию системы U с учетом взаимодействия вихревой и магнитной подсистем можно представить в виде

$$U = U_S + U_M + U_{\text{int}}, \tag{1}$$

где U_S — энергия вихрей в изолированном сверхпроводнике; U_M — энергия намагниченности с учетом эффекта Мейсснера и добавочного внешнего поля в магнетике, создаваемого транспортным током; U_{int} — энергия взаимодействия вихрей с намагниченностью.

Энергия решетки вихрей в отсутствие транспортного тока вычислена в работе [21], а энергия взаимодействия вихрей с транспортным током получена в работе [22]. Энергия взаимодействия намагниченности с вихрями и магнитная энергия с учетом эффекта Мейсснера найдены в работе [7]. Здесь, однако, необходимо учесть перенормировку поля подмагничивания в ферромагнетике из-за поля, создаваемого транспортным током. Как установлено в работе [17], в сверхпроводниках со слабым или умеренным пиннингом неустойчива длинноволновая мода, поэтому при расчете критического транспортного тока можно использовать континуальную модель системы вихрей. Здесь мы используем такое же приближение, но в отличие от [17] не будем пренебрегать нелокальным характерном взаимодействия между вихрями. Для нахождения продольного критического тока I_c, при котором система вихрей становится неустойчивой, достаточно рассмотреть малые статические возмущения в структуре. При этом нам понадобится лишь часть энергии системы, квадратичная по малым смещениям вихрей $\mathbf{u}$ и малым отклонениям намагниченности $\mathbf{m}$ от их значений в основном состоянии.

Энергия вихрей в изолированном сверхпроводнике с продольным транспортным током U_S равна [17]

$$U_S = U_v + U_{\text{source}} + U_{\text{stray}} + U_{\text{pin}} + U_{\text{bind}} + U_I, \tag{2}$$

где U_v — энергия взаимодействия вихрей с другими вихрями и с вихрями изображения

$$\begin{aligned} U_v = \frac{1}{4\lambda^2} C_{11} \int\limits_0^\infty dy \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \Bigg\{ \int\limits_0^\infty dy' \frac{1}{\tau} \\ \times \Bigg\{ \left[k^2 u^x_{\mathbf{k}} u^{x'}_{-\mathbf{k}} + (k_z^2 - \tau^2) u^y_{\mathbf{k}} u^{y'}_{-\mathbf{k}} \right] e^{-\tau|y-y'|} \\ - \left[k^2 u^x_{\mathbf{k}} u^{x'}_{-\mathbf{k}} + (\tau^2 - k_z^2) u^y_{\mathbf{k}} u^{y'}_{-\mathbf{k}} \right] e^{-\tau(y+y')} \Bigg\} \\ + 2u^y_{\mathbf{k}} u^y_{-\mathbf{k}} \left(1 - e^{-y/\lambda}\right) + 2\varepsilon\lambda^2 \left[k_x^2 u^y_{\mathbf{k}} u^y_{-\mathbf{k}} + \frac{du^x_{\mathbf{k}}}{dy} \frac{du^x_{-\mathbf{k}}}{dy} \right] \Bigg\}, \end{aligned} \tag{3}$$

U_{source} — энергия взаимодействия вихрей с внешним полем $\mathbf{H}_e$

$$U_{\text{source}} = \frac{C_{11} H_e}{2\lambda^2 B} \int\limits_0^\infty dy \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} u^y_{\mathbf{k}} u^y_{-\mathbf{k}} e^{-y/\lambda}, \tag{4}$$

U_{stray} — энергия поля рассеяния

$$U_{\text{stray}} = \frac{1}{2\lambda^2} C_{11} \int\limits_0^\infty dy dy' \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} k_z^2 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{\tau}\right) u_{\mathbf{k}}^y u_{-\mathbf{k}}^{y'} e^{-\tau(y+y')}, \tag{5}$$

U_{pin} — энергия объемного пиннинга

$$U_{\text{pin}} = \frac{1}{2} C_{11} k_p^2 \int\limits_0^\infty dy \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}} \mathbf{u}_{-\mathbf{k}}, \tag{6}$$

U_{bind} — энергия поверхностного пиннинга

$$U_{\text{bind}} = \frac{1}{2} C_{11} \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \left[k_1 u_{\mathbf{k}}^x(0) u_{-\mathbf{k}}^x(0) + k_2 u_{\mathbf{k}}^y(0) + u_{-\mathbf{k}}^y(0)\right] \tag{7}$$

и U_I — энергия взаимодействия вихрей с транспортным током

$$U_I = -iC_{11} t \int\limits_0^\infty dy \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} k_z \hat{j} u_{\mathbf{k}}^x u_{-\mathbf{k}}^y. \tag{8}$$

Здесь B — магнитная индукция в сверхпроводнике; $\varepsilon = C_{11}/C_{66}$, C_{11} и C_{66} — модули всестороннего сжатия и сдвига решетки вихрей в локальном пределе; $\mathbf{k} = (k_x,\ 0,\ k_z)$; $k_p^2 = \alpha_L/C_{11}$; α_L — константа Лабуша; k_1 и k_2 — феноменологические константы поверхностного пиннинга; $\tau = (\lambda^{-2} + k^2)^{1/2}$; $t = H_I/H_e$, H_I — поле, создаваемое транспортным током на поверхности сверхпроводника

$$H_I = \frac{4\pi}{c} I,$$

I — транспортный ток через единицу ширины сверхпроводника, c — скорость света в вакууме: $\mathbf{u}_{\mathbf{k}} \equiv \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(y)$, $\mathbf{u}'_{\mathbf{k}} \equiv \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(y')$, $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}$ — фурье-образ смещений вихрей. В рассматриваемом интервале полей подмагничивания индукция B в сверхпроводнике равна [23] $B \cong H_e - (\Phi_0/8\pi\lambda^2)[-3.872 + \ln(\Phi_0/\lambda^2 H_e)] \cong H_e$. Отношение жесткостей $\varepsilon \cong H_{c2}/8B\varkappa^2$ в лондоновском пределе $1/2\varkappa^2 \leqslant B/H_{c2} \leqslant 0.3$ для сверхпроводников с большим значением параметра Гинзбурга–Ландау $\varkappa \gg 1$ мало́ [22]. Пространственное распределение транспортного тока в сверхпроводнике рассчитывалось в [24,25]. Было показано, что зависимость $\hat{j}(y)$ имеет вид

$$\hat{j}(y) = \gamma e^{-\gamma y}, \tag{9}$$

где $\gamma \cong \lambda^{-1}(1 - B/H_{c2}) \cong \lambda^{-1}$.

Учитывая соображения работы [22], будем далее считать γ заданным параметром, а для оценок использовать значение $\gamma = \lambda^{-1}$. Магнитная энергия ферромагнетика U_M равна

$$U_M = U_Z + U_d + U_a + U_{ex}, \tag{10}$$

где U_Z — зеемановская энергия ферромагнетика во внешнем поле $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_I$

$$U_Z \cong 2\pi\Omega_0 \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \int\limits_{-L}^0 dy \left(m_{\mathbf{k}}^\xi m_{-\mathbf{k}}^\xi + m_{\mathbf{k}}^y m_{-\mathbf{k}}^y\right), \tag{11}$$

U_d — дипольная энергия

$$U_d = 2\pi \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \int\limits_{-L}^0 dy \Bigg\{ m_{\mathbf{k}}^y m_{-\mathbf{k}}^y + \frac{1}{2k} \int\limits_{-L}^0 dy' \Bigg\{ [k_\xi^{y'} m_{\mathbf{k}}^{\xi'} m_{-\mathbf{k}}^\xi - k^2 m_{\mathbf{k}}^{y'} m_{-\mathbf{k}}^y + 2ik_\xi k m_{\mathbf{k}}^{\xi'} m_{-\mathbf{k}}^y \operatorname{sgn}(y - y')] e^{-k|y-y'|} + \frac{(\tau - k)}{(\tau + k)} (k_\xi^2 m_{\mathbf{k}}^{\xi'} m_{-\mathbf{k}}^\xi + k^2 m_{\mathbf{k}}^{y'} m_{-\mathbf{k}}^y - 2ik_\xi k m_{\mathbf{k}}^{\xi'} m_{-\mathbf{k}}^y)\, e^{-k(y+y')} \Bigg\}\Bigg\}, \tag{12}$$

U_a — энергия магнитной анизотропии

$$U_a = 2\pi Q \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \int\limits_{-L}^0 dy m_{\mathbf{k}}^y m_{-\mathbf{k}}^y, \tag{13}$$

U_{ex} — обменная энергия

$$U_{ex} = 2\pi D \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \int\limits_{-L}^0 dy \Bigg[k^2 (m_{\mathbf{k}}^\xi m_{-\mathbf{k}}^\xi + m_{\mathbf{k}}^y m_{-\mathbf{k}}^y) + \frac{dm_{\mathbf{k}}^\xi}{dy} \frac{dm_{-\mathbf{k}}^\xi}{dy} + \frac{dm_{\mathbf{k}}^y}{dy} \frac{m_{-\mathbf{k}}^y}{dy} \Bigg]. \tag{14}$$

Здесь $\Omega_0 = H_0/4\pi M_0$, Q — фактор качества, $D = \alpha/4\pi$ — постоянная неоднородного обмена ферромагнетика, ξ — ось в декартовой системе координат $\{\xi,\ y,\ \zeta\}$, связанной с полным внешним полем ($\mathbf{n}_\zeta \parallel \mathbf{H}_0$), $k_\xi = k_x \cos\theta - k_z \sin\theta$, $\theta = \operatorname{arctg}(H_I/H_e)$, $\mathbf{m}_{\mathbf{k}} \equiv \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(y)$, $\mathbf{m}'_{\mathbf{k}} \equiv \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(y')$, $\mathbf{m}_{\mathbf{k}}$ — фурье-образ отклонений намагниченности от основного состояния. Энергия взаимодействия вихрей с намагниченностью имеет вид

$$U_{\text{int}} = \frac{B}{\lambda^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \frac{k_z}{\tau + k} \int\limits_{-L}^0 dy dy' \left(\frac{k_\xi}{k} m_{-\mathbf{k}}^{\xi'} - i m_{-\mathbf{k}}^{y'}\right) u_{\mathbf{k}}^y e^{ky' - \tau y}. \tag{15}$$

Используя уравнение состояния для намагниченности

$$\delta U/\delta \mathbf{m}_{\mathbf{k}} = 0 \tag{16}$$

и соотношение

$$\int d\mathbf{k} \int\limits_{-L}^0 dy \mathbf{m}_{\mathbf{k}} \delta U/\delta \mathbf{m}_{\mathbf{k}} = 2U_M + U_{\text{int}}, \tag{17}$$

находим выражение для суммы магнитной энергии U_M и энергии взаимодействия вихрей с намагниченностью U_{int}

$$U_M + U_{\text{int}} = U_{\text{int}}/2, \tag{18}$$

упрощающее расчет полной энергии системы. Поскольку магнитная энергия в полях, превышающих поле перехода в доменную фазу, положительна $U_M > 0$, то из (18) следуют условия

$$U_{\text{int}} < 0, \quad U_M + U_{\text{int}} < 0. \qquad (19)$$

Неравенства (19) позволяют сделать вывод, что взаимодействие вихрей с намагниченностью сводится к уменьшению влияния поля рассеяния. Такой результат естествен, так как появление дополнительных степеней свободы при тех же смещениях вихрей должно понижать полную энергию системы. Решая уравнения состояния для намагниченности (16), можно найти намагниченность как функцию смещения вихрей и исключить явную зависимость от нее энергии системы. В результате энергия системы U будет описываться формулами (2)–(9), если энергию поля рассеяния предварительно перенормировать. Пусть толщина ферромагнитного слоя достаточно велика ($L \gg D^{1/2}$). Тогда, выражая намагниченность через смещения вихрей и подставляя ее в (15), получаем

$$U_{\text{int}} = -\frac{C_{11}}{\lambda^2}\int\frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}\int\limits_0^\infty dy dy' k_z^2\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{\tau}\right)F(\mathbf{k})u^y_{\mathbf{k}}u^{y'}_{-\mathbf{k}}e^{-\tau(y+y')}, \qquad (20)$$

где

$$F(\mathbf{k}) = \frac{\left[(k_\xi^2 + k^2\tilde{\Omega}_0)^2 - k^2q^2\tilde{\Omega}_0^2\right]\operatorname{sh} qL}{(k_\xi^2 - k^2\tilde{\Omega}_0)\left[(k_\xi^2 + k^2\tilde{\Omega}_0)\operatorname{sh} qL + kq\tilde{\Omega}_0\operatorname{ch} qL\right]},$$

$$q = \frac{\tilde{\Omega}_0 - Q}{\tilde{\Omega}_0(\tilde{\Omega}_0 + 1 - Q)}(k_\xi^2 + k^2\tilde{\Omega}_0), \quad \tilde{\Omega}_0 = \Omega_0 + Dk^2. \qquad (21)$$

Величина $F(\mathbf{k})$ содержит также зависимость от параметров ферромагнетика. Очевидно, перенормировка энергии поля рассеяния сводится к дополнительному множителю $P(k) = [1 - F(\mathbf{k})]$ в подынтегральном выражении (5). Вообще говоря, влияние намагниченности на критический ток возрастает с ростом толщины ферромагнетика L, поэтому ограничимся оценками для структуры с полуограниченным ферромагнетиком ($L \to \infty$). Тогда из (21) находим

$$P(\mathbf{k}) = \frac{k}{\sqrt{k_\xi^2 + k^2\tilde{\Omega}_0}}\sqrt{\frac{\tilde{\Omega}_0(\tilde{\Omega}_0 - Q)}{(\tilde{Q}_0 + 1 - Q)}}. \qquad (22)$$

Константа неоднородного обмена для ферритов мала ($D \sim 10^{-11}$–10^{-12} см^2), так что в условиях применимости континуального приближения в диапазоне внешних полей $H_e \sim 10^3$–10^4 Э заведомо справедливо неравенство $Dk^2 \ll 1$. Ввиду этого далее полагаем $\tilde{\Omega}_0 = \Omega_0$.

Легко убедиться, что значения величины $0 < P(\mathbf{k}) < 1$. При $\Omega_0 \to \infty$, когда намагниченность полностью закреплена полем подмагничивания и связью с ней можно пренебречь, $P(\mathbf{k}) \to 1$; при $\Omega_0 \to Q$, когда можно не учитывать энергию поля вне сверхпроводника, $P(\mathbf{k}) \to 0$. Последнее условие реализуется в окрестности поля перехода $H_c \cong \beta M_0$ магнетика из однородной в доменную фазу. Хотя вблизи поля перехода компонента магнитной проницаемости магнетика μ_{yy} велика ($\mu_{yy} \gg 1$), однако подавления продольной вихревой неустойчивости не происходит. Напротив, имеет место уменьшение влияния поля вне сверхпроводника и тем самым уменьшение критического тока. Причина этого станет яснее, если проанализировать поле рассеяния в структуре из полуограниченного сверхпроводника второго рода и магнетика, тензор магнитной проницаемости которого $\hat{\mu}$ имеет отличные от нуля компоненты $\mu_{xx} = \mu_1$, $\mu_{yy} = \mu_2$, $\mu_{zz} = 1$. Для фурье-гармоник магнитного поля рассеяния в сверхпроводнике ($y > 0$) и в магнетике ($y < 0$) аналогично [21] получаем выражение

$$\mathbf{H}_{\text{stray},\,\mathbf{k}} = \begin{cases}\left(i\mathbf{n}_x\frac{k_x\tau}{k^2} + i\mathbf{n}_z\frac{k_z\tau}{k^2} - \mathbf{n}_y\right)\frac{k^2}{k^2+\mu_2 p\tau}(B_v^y + B_v^{y'})_{\mathbf{k}}e^{-\tau y}, & y > 0,\\ \left(i\mathbf{n}_x\frac{k_x}{k} + i\mathbf{n}_z\frac{k_z}{k} - \mathbf{n}_y\frac{p}{k}\right)\frac{k\tau}{k^2+\mu_2 p\tau}(B_v^y + B_v^{y'})_{\mathbf{k}}e^{ky}, & y < 0,\end{cases} \qquad (23)$$

где $\mathbf{B}_v + \mathbf{B}'_v$ — сумма полей вихрей и их изображений на поверхности сверхпроводника, $p^2 = (k_z^2 + \mu_1 k_x^2)/\mu_2$.

Поле рассеяния возникает из-за скачка нормальной составляющей магнитной индукции на поверхности сверхпроводника (поверхностные "магнитные заряды"). Из граничного условия на нормальную составляющую индукции следует, что при $\mu_2 \gg 1$ поле рассеяния $H_{\text{stray}} \sim \mu_2^{-1/2}$, а энергия поля рассеяния $U_{\text{stray}} \sim 1/\mu_2$. Прочие вклады в энергию вихрей (2) слабо зависит от μ_2 и именно они определяют порог неустойчивости в вихревой системе. Как следует из (23), при $\mu_2 \to \infty$ источники поля рассеяния полностью компенсируются поверхностными "магнитными зарядами", создаваемыми скачком компоненты намагниченности m_y на поверхности феррита.

При ганновской доменной неустойчивости нестабильна мода с преимущественно касательной составляющей электрического поля в полупроводнике. Вследствие непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля на границе раздела полупроводник–диэлектрик электрическая индукция втягивается в диэлектрик с большой диэлектрической постоянной $\varepsilon \gg 1$. Энергия электрического поля неустойчивой моды в диэлектрике $\sim \varepsilon e^2$ (e — амплитуда электрического поля возмущения в полупроводнике и диэлектрике) и значительно превышает энергию электрического поля в полупроводнике $\sim e^2$. Таким образом, роль полей рассеяния для сравниваемых типов неустойчивости различна.

3. Для расчета величины критического тока и структуры критической моды воспользуемся, как и в [17], вариационным методом. Точное решение этой задачи возможно и при учете нелокальности, однако оно не имеет особых преимуществ по сравнению с решением, полученным вариационным методом, поскольку решение уравнения состояния для вихрей имеет форму бесконечного ряда по степеням t^2. Пусть поле смещений в сверхпроводнике описывается пробными функциями

$$u^x_{\mathbf{k}'} = 2\pi^2 a e^{-\eta y}[\delta(\mathbf{k}' - k) + \delta(\mathbf{k}' + \mathbf{k})],$$

$$u^y_{\mathbf{k}'} = 2\pi i b e^{-\sigma y}[\delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) - \delta(\mathbf{k}' + \mathbf{k})], \qquad (24)$$

где a, b, η, σ, $\mathbf{k}$ — параметры, определяемые из условий минимума энергии системы U и критического тока.

Подставляя (24) в (1)–(20), преобразуем энергию системы U к виду

$$8U/C_{11}S = Aa^2 + Bb^2 - 2tCab, \qquad (25)$$

где S — площадь поверхности сверхпроводника, а коэффициенты A, B и C равны

$$A = \frac{1}{\eta}\left[k_p^2 + \varepsilon(k_x^2 + \eta^2) + \frac{k^2}{\lambda^2(\tau+\eta)^2} + 2k_1\eta\right],$$

$$B = \frac{1}{\sigma}\left\{k_p^2 + \varepsilon(k_x^2 + \sigma^2) + \frac{1}{\lambda^2(\tau+\sigma)^2}\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{(\tau+2\sigma)}{\tau}k_z^2 + \sigma^2 + 2\frac{\sigma k_z^2}{k}\frac{(\tau-k)}{\tau}P\right] + 2k_2\sigma\right\},$$

$$C = \frac{2l\gamma}{(\gamma+\eta+\sigma)}. \qquad (26)$$

Минимизируя U по a и b, находим нормированный критический ток t и поляризацию критической моды на поверхности сверхпроводника $r = a/b$ как функции $\mathbf{k}$, σ и η

$$t^2 = \frac{AB}{C^2}, \quad r = t\frac{C}{A}. \qquad (27)$$

Перейдем к нормированным переменным $\tilde\tau = \tau\lambda$, $\tilde\gamma = \gamma\lambda$, $\tilde\eta = \eta\lambda$, $\tilde k = k\lambda/\sqrt{\varepsilon}$, $\tilde\sigma = \sigma\lambda/\sqrt{\varepsilon}$, $\tilde{k_p} = k_p\lambda/\sqrt{\varepsilon}$, $\tilde{k_1} = k_1\lambda/\varepsilon$, $\tilde k_2 = k_2\lambda/\sqrt{\varepsilon}$. Далее мы используем только эти нормированные величины, поэтому значок ˜ над ними опускается. В результате получим

$$t^2 = \sqrt{\varepsilon}\frac{(\gamma+\eta+\sigma\sqrt{\varepsilon})^2}{4\gamma^2k_z^2\eta\sigma}$$

$$\times\left\{k_p^2 + \varepsilon k_x^2 + \eta^2 + \frac{k^2}{\lambda^2(\tau+\eta)^2} + 2k_1\eta\right\}$$

$$\times\left\{k_p^2 + \varepsilon(k_x^2 + \sigma^2) + \frac{1}{\lambda^2(\tau+\sigma\sqrt{\varepsilon})^2}\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{(\tau+2\sigma\sqrt{\varepsilon})}{\tau}k_z^2 + \sigma^2 + 2\frac{\sigma k_z^2}{k}\frac{(\tau-k\sqrt{\varepsilon})}{\tau}P\right] + 2k_2\sigma\right\}, \qquad (28)$$

$$\frac{A}{C} = \sqrt{\varepsilon}\frac{(\gamma+\eta+\sigma\sqrt{\varepsilon})}{4\gamma k_z\eta}$$

$$\times\left\{k_p^2 + \varepsilon k_x^2 + \eta^2 + \frac{k^2}{\lambda^2(\tau+\eta)^2} + 2k_1\eta\right\}. \qquad (29)$$

Волновой вектор критической моды с ростом пиннинга увеличивается, поэтому энергия магнитного поля вне сверхпроводника, пропорциональная $(\tau - k\sqrt{\varepsilon})/\tau$, уменьшается с ростом пиннинга. Сравнивая относительную величину членов в квадратной скобке (28), пропорциональных k_z^2, замечаем, что относительное влияние поля вне сверхпроводника с ростом пиннинга убывает. По этой причине наибольший интерес представляют оценки критического тока и структуры критической моды для области слабого и умеренного пиннинга.

Минимизация выражения для нормированного критического тока t (28) по $\mathbf{k}$, η, σ приводит к системе алгебраических уравнений для определения остальных независимых параметров. Поскольку точно решить данную систему в общем виде можно только численно, то далее ограничимся упрощенным анализом, справедливым в случае малой сдвиговой жесткости решетки вихрей ($\varepsilon \ll 1$). Кроме того, будем пренебрегать зависимостью Ω_0 от t, считая критический ток I_c малым ($t_c = 4\pi I_c/cH_e \ll 1$).

Сравнение порогов продольной вихревой неустойчивости у поверхности и в объеме массивного сверхпроводника для распределения транспортного тока в слое, значительно превышающем лондоновскую глубину проникновения поля ($\gamma \ll 1$), без учета влияния нелокальности проводилось в работе [17]. При этом предполагалось, что полученные результаты могут быть использованы для оценки и в случае $\gamma \cong 1$. Однако, согласно [17], для сверхпроводников с умеренным или сильным пиннингом ($k_p^2 > 1$ или $k_2^2 > 1$) величина $\eta \gtrsim 1$, так что нелокальное приближение, вообще говоря, несправедливо. Учет нелокальности существенно усложняет расчет порога неустойчивости, однако при $\gamma \cong 1$ его можно упростить для наиболее интересных случаев слабого и умеренного пиннинга ($k_1 \ll \varepsilon^{-1}$, $k_p^2 \ll \varepsilon^{-1}$, $k_2^2 \ll \varepsilon^{-1}$), полагая $\varepsilon = 0$ в правых частях выражения (28), (29). Это приближение позволяет найти аналитические выражения для параметров $\mathbf{k}$, η, σ и величин t_2 и r как функций констант пиннинга во многих частных случаях.

Приведем асимптотические оценки параметров критической моды для двух предельных случаев. Если намагниченность и фактор качества феррита малы ($\Omega_0 \gg 1$, $\Omega_0 \gg Q$, $P \cong 1$), то намагниченность закреплена полем и структура ведет себя как изолированный сверхпроводник. Если же внешнее поле близко к полю перехода магнетика из однородной в доменную фазу ($\Omega_0 \cong Q$, $P \cong 0$), то можно пренебречь влиянием на неустойчивость магнитного поля критической моды вне сверхпроводника. В обоих случаях компонента волнового вектора критической моды $k_x = 0$.

Для сверхпроводника со слабым пиннингом ($k_1 \ll 1$, $k_p \ll 1$, $k_2 \ll 1$) при $P = 1$ в локальном пределе критический ток и поляризация равны

$$t_c^2\varepsilon^{1/2} = 2, \quad r\varepsilon^{1/4} = 2^{1/2}, \qquad (30)$$

а остальные параметры таковы:

$$k=\eta=\sigma=\begin{cases}(k_1/2)^{1/2} & \text{при } k_1\neq 0, \quad k_p=k_2=0,\\ (3k_p^2/4)^{1/3} & \text{при } k_p\neq 0, \quad k_1=k_2=0,\\ (k_2/4)^{1/2} & \text{при } k_2\neq 0, \quad k_1=k_p=0.\end{cases} \tag{31}$$

Для сверхпроводника со слабым пиннингом при $P\cong 0$ выражения для критического тока и поляризации без учета нелокальности имеют вид

$$t_c^2\varepsilon^{1/2}=1, \quad r\varepsilon^{1/4}=1, \tag{32}$$

а обратные пространственные масштабы равны

$$k=\eta=\sigma=\begin{cases}(k_1/2)^{1/2} & \text{при } k_1\neq 0, \quad k_p=k_2=0,\\ (k_p^2)^{1/3} & \text{при } k_p\neq 0, \quad k_1=k_2=0,\\ (k_2/2)^{1/2} & \text{при } k_2\neq 0, \quad k_1=k_p=0.\end{cases} \tag{33}$$

Выражения для критического тока и поляризации критической моды с учетом нелокальности совпадают с (30), (32), а параметры k, η и σ можно получить из (31), (33) заменами $k_1\to 2k_1$, $k_p\to 2k_p$, $k_2\to 2k_2$. Таким образом, учет нелокальности приводит лишь к количественным изменениям пространственных масштабов критической моды. Отношение критических токов для случаев $P=1$ и $P=0$, как и в локальном пределе, равно $\sqrt{2}$.

Если сверхпроводник обладает умеренным пиннингом, то в нелокальном пределе (а) и с учетом нелокальности (б) в случае $P=1$ имеем в интервале $1\ll k_1\ll\varepsilon^{-1}$, $k_p=k_2=0$

$$k=\sigma=(2k_1/3)^{1/2}, \quad \eta=1/3,$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=8.71(k_1)^{1/2}, \quad r\varepsilon^{1/4}=(2/3k_1)^{1/4}, \tag{34а}$$

$$k=\sigma=(8k_1)^{1/2}, \quad \eta=1,$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=(32k_1)^{1/2}, \quad r\varepsilon^{1/4}=(8/k_1)^{1/4}. \tag{34б}$$

в интервале $1\ll k_p\ll\varepsilon^{-1/2}$, $k_1=k_2=0$

$$k=1.25k_p, \quad \sigma=1.6k_p, \quad \eta=1,$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=9.34k_p, \quad r\varepsilon^{1/4}=3.6k_p^{1/2}, \tag{35а}$$

$$k=\sigma=(k_p)^{5/3}, \quad \eta=(k_p)^{2/3},$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=2k_p, \quad r\varepsilon^{1/4}=(8k_p)^{1/6}, \tag{35б}$$

в интервале $1\ll k_2\ll\varepsilon^{-1/2}$, $k_1=k_p=0$

$$k=\sigma=k_2^{1/3}, \quad \eta=1,$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=2k_2, \quad r\varepsilon^{1/4}=(8k_2)^{1/6}, \tag{36а}$$

$$k=\sigma=k_2/2, \quad \eta=(k_2^2/12)^{1/4},$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=2.28(k_2^2)^{1/4}, \quad r\varepsilon^{1/4}=(12k_2^2)^{1/8}. \tag{36б}$$

Соответственно для сверхпроводника с умеренным пиннингом в поле, близком к полю перехода в магнетике ($P\cong 0$), имеем в интервале значений констант пиннинга $1\ll k_1\ll\varepsilon^{-1}$, $k_p=k_2=0$

$$k=\sigma=(2k_1/3)^{1/2}, \quad \eta=1/3,$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=4.35(k_1)^{1/2}, \quad r\varepsilon^{1/4}=(6k_1)^{-1/4}, \tag{37а}$$

$$k=\sigma=(8k_1)^{1/2}, \quad \eta=1,$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=(8k_1)^{1/2}, \quad r\varepsilon^{1/4}=(2/k_1)^{1/4}, \tag{37б}$$

в интервале $1\ll k_p\ll\varepsilon^{-1/2}$, $k_1=k_2=0$

$$k=\sigma=2^{1/2}k_p, \quad \eta=1,$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=3^{3/2}k_p, \quad r\varepsilon^{1/4}=(4/3k_p^2)^{1/4}, \tag{38а}$$

$$k=\sigma=(k_p)^{5/3}, \quad \eta=(k_p)^{2/3},$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=k_p, \quad r\varepsilon^{1/4}=(k_p)^{1/6} \tag{38б}$$

и в интервале $1\ll k_2\ll\varepsilon^{-1/2}$, $k_1=k_p=0$

$$k=\sigma=(2k_2)^{1/3}, \quad \eta=1,$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=2k_2, \quad r\varepsilon^{1/4}=(2k_2)^{1/6}, \tag{39а}$$

$$k=\sigma=k_2, \quad \eta=(k_2^2/3)^{1/4},$$

$$t_c^2\varepsilon^{-1/2}=1.75(k_2^2)^{1/4}, \quad r\varepsilon^{1/4}=(3k_2^2)^{1/8}. \tag{39б}$$

Сравнивая выражения (34а)–(39а) с (34б)–(39б), замечаем, что при умеренном пиннинге пространственные масштабы критической моды с учетом нелокальности могут отличаться от их значений в локальном пределе не только количественно, но и качественно. Порог продольной вихревой неустойчивости в нелокальной теории получается ниже, чем в локальной. Это связано с уменьшением модуля жесткости $C_{11}(\mathbf{k})$ с ростом k в нелокальной теории. Отношения порогов неустойчивости вихрей в изолированном сверхпроводнике ($P=1$) и в структуре ферромагнетик–сверхпроводник вблизи точки перехода в доменную фазу ($P=0$) для нелокальной и локальной модели не сильно отличаются, если велика константа пиннинга k_1 или k_p (ср. формулы (34)–(37) и (35)–(38)). Однако если велика константа пиннинга k_2, то в локальном пределе $k\sim\sigma\ll k_2$ (см. (36а), (39а)) и влияние поля вне сверхпроводника мало (это видно непосредственно из выражения для критического тока (28)). При учете же нелокальности $k\sim\sigma\sim k_2$ (см. (36б)–(39б)) и пороги отличаются примерно на 15%. Отметим также, что порог продольной вихревой неустойчивости в случае $1\ll k_2\ll 1/\varepsilon^{1/2}$, $k_1=k_p=0$ пропорционален k_2 в локальном пределе и пропорционален $k_2^{1/2}$ при учете нелокальности, т. е. в нелокальной теории порог растет с увеличением k_2 существенно медленнее, чем в локальной. Видно, что в области умеренного пиннинга $t_c\ll 1$, так что изменением внешнего поля в ферромагнетике из-за транспортного тока можно пренебречь ($\Omega_0\cong\Omega_e$). При выполнении неравенства $t_c\ll 1$ автоматически оказываются справедливыми и упрощения, которые были сделаны в выражениях (28), (29).

Если поле подмагничивания имеет прямоугольную величину $Q < H_e < \infty$, то компонента волнового вектора критической моды k_x, вообще говоря, отлична от нуля. Однако для определения порога неустойчивости и параметров критической моды в таком случае необходимы численные расчеты.

Список литературы

[1] *Береза С.Ю., Горобец Ю.И., Симонов А.А.* // ФТТ. 1992. Т. 34. Вып. 6. С. 1903–1906.
[2] *Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М.* и др. // ФТТ. 1994. Т. 36. Вып. 3. С. 586–594.
[3] *Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М.* и др. // ФТТ. 1995. Т. 37. Вып. 9. С. 2611–2622.
[4] *Беспятых Ю.И., Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В.* // ФТТ. 1981. Т. 23. Вып. 10. С. 3013–3020.
[5] *Сонин Э.Б.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 8. С. 1640–1644.
[6] *Лебедь Б.М., Яковлев С.В.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 19. С. 27–29.
[7] *Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М.* и др. // ФТТ. 1993. Т. 35. Вып. 11. С. 2983–2992.
[8] *Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М., Харитонов В.Д.* // ФТТ. 1995. Т. 37. Вып. 10. С. 3049.
[9] *Бабушкин В.С., Морозова Н.А.* // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 19. С. 1–3.
[10] *Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М.* и др. // ФТТ. 1991. Т. 33. Вып. 5. С. 1545–1552.
[11] *Беспятых Ю.И., Симонов А.Д., Харитонов В.Д.* // ФММ. 1992. № 4. С. 87–98.
[12] *Попков А.Ф.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 5. С. 9–14.
[13] *Ползикова Н.И., Раевский А.О.* // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 22. С. 59–63.
[14] *Кемпбелл А., Иветс Дж.* Критические токи в сверхпроводниках. М.: Мир, 1975. 332 с.
[15] *Хюбенер Р.П.* Структура магнитных потоков в сверхпроводниках. М.: Машиностроение, 1984. 220 с.
[16] *Clem J.R.* // Phys. Rev. Letters. 1977. Vol. 38. n 24. P. 1425–1428.
[17] *Brandt E.H.* // Low Temp. Phys. 1981. Vol. 44. N 1/2. P. 59–72.
[18] *Бонч-Бруевич В.Л., Звягин И.П., Миронов А.Г.* Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках. М.: Наука, 1972. 404 с.
[19] *Shumate P.W.* // IEEE Trans. Magn. 1971. Vol. 7. P. 586–590.
[20] *Тарасенко В.В., Ченский Е.В., Дикштейн И.Е.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. Вып. 6. С. 2178–1288.
[21] *Brandt E.H.* // Low Temp. Phys. 1981. Vol. 42. N 5/6. P. 557–584.
[22] *Brandt E.H.* // Low Temp. Phys. 1981. Vol. 44. N 1/2. P. 33–57.
[23] *Шмидт В.В., Мкртчян Г.С.* // УФН. 1974. Т. 112. № 3. С. 459–490.
[24] *Kogan V.G.* // Phys. Rev. B. 1980. Vol. 21. N 7. P. 2799–2803.
[25] *Sikora A., Makiej B.* // Phys. Stat. Sol. (a). 1985. Vol. 88. N 2. P. K197–K200.