

Поглощение гиперзвука фононами в прямоугольной квантовой проволоке

© М.А. Рувинский, Б.М. Рувинский

Прикарпатский национальный университет им. В. Стефаника,
76000 Ивано-Франковск, Украина

E-mail: bruvinsky@yahoo.com

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 13 апреля 2007 г.)

Для случая прямоугольной квантовой проволоки рассмотрены механизмы процессов Ландау–Румера и двухфононного распада звуковых квантов. Рассчитаны коэффициенты поглощения ограниченных акустических фононов гиперзвука нижней гибридной шириной моды для проволоки GaAs со свободной поверхностью и разными поперечными размерами. Проведено сравнение фононного и электронного механизмов поглощения гиперзвука в прямоугольной проволоке и безграничном твердом теле. Учет кубического ангармонизма в проволоке приводит в предельном случае низких температур к экспоненциальной температурной зависимости поглощения гиперзвука для процесса Ландау–Румера и доминирующему поглощению за счет распадного процесса с понижением степени его частотной зависимости. При достаточно высоких температурах фононное поглощение превосходит электронное поглощение в невырожденной квантовой проволоке.

PACS: 43.35.-c, 43.35.+d, 63.22.+m

1. Введение

Акустические методы широко используются в физике твердого тела и различных областях науки и техники. При этом возрастает роль квантовой акустики, связанной с распространением высокочастотных гиперзвуковых волн [1–4]. Основополагающие идеи относительно механизмов поглощения гиперзвука, связанных с фонон-фононным взаимодействием при $\omega\tau \gg 1$, содержатся в работах Ландау и Румера [5] и Слонимского [6], где в приближении кубического ангармонизма и в изотропном объемном случае впервые рассмотрены трехфононные процессы „присоединения“ звукового кванта к тепловому фонону с рождением нового теплового фонона (механизм Ландау–Румера) и спонтанный распад звукового кванта на два фонона (ω — частота звука, τ — время жизни фонона в кристалле). Последовавшие важные уточняющие и обобщающие теоретические и экспериментальные работы для трехмерного вещества составляют содержание оригинальных монографий и обзоров [1–4]. При достаточно низких температурах $\Theta \ll \hbar\omega$ в поглощении гиперзвука превалирует двухфононный распадный процесс [1,2,4,6–11] с предсказанной в [6] частотной зависимостью ω^5 , что было впервые экспериментально подтверждено для кристаллов CaF_2 в работах [10,11].

Достижения современных технологий стимулируют исследования акустических свойств низкоразмерных материалов [12,13]. В работе [14] рассматривался электронный механизм поглощения гиперзвука [1] применительно к модели прямоугольной квантовой проволоки — одной из возможных структур мезо- и нанoeлектроники. Целью настоящей работы является изучение фононного механизма поглощения гиперзвука в прямоугольной квантовой проволоке. Важнейшей особенностью тонкой

проволоки является наличие в ней квантово-размерных ограничений для фононов, которые будем называть „ограниченными фононами“ в отличие от объемных (безграничных) фононов массивных кристаллов [15]. В данной работе учтен кубический ангармонизм ограниченных акустических фононов прямоугольной квантовой проволоки. Численные расчеты проведены нами для проволоки GaAs различных поперечных размеров.

2. Дисперсионное уравнение для ограниченных акустических фононов гибридных ширинных мод

Рассмотрим модель прямоугольной проволоки со свободной поверхностью и неограниченной длиной в направлении оси z , толщиной $2a$ вдоль оси x и шириной $2d$ в направлении оси y . Начало координат выбрано в плоскости xu , в геометрическом центре поперечного сечения прямоугольной проволоки ($-a \leq x \leq a$, $-d \leq y \leq d$, длина проволоки $L \gg 2a, 2d$). Точного аналитического решения задачи теории упругости для произвольной прямоугольной геометрии проволоки не существует [16,17]. Воспользуемся методом приближенного разделения переменных в решениях для составляющих вектора \mathbf{u} смещений и в граничных условиях для компонент тензора напряжений σ_{ik} , предложенным Морсом [16] и справедливым при $(d/a) \geq 2$. Согласно [16,17], существует система ширинных и толщинных гибридных акустических мод, что подтверждено экспериментально [16]. При этом нижайшими по энергии являются ширинные моды, поскольку ширина больше толщины рассмотренной проволоки. Составляющие век-

тора смещений \mathbf{u} для ширинных мод ищем в виде

$$u_x = \left(\frac{q}{k_1} A \cos(k_1 y) + C \cos(k_2 y) \right) \sin(qx) \times \exp[i\gamma(z - ct)], \quad (1)$$

$$u_y = (A \sin(k_1 y) + B \sin(k_2 y)) \cos(qx) \times \exp[i\gamma(z - ct)], \quad (2)$$

$$u_z = i \left(-\frac{\gamma}{k_1} A \cos(k_1 y) + \frac{1}{\gamma} (k_2 B + qC) \cos(k_2 y) \right) \times \cos(qx) \exp[i\gamma(z - ct)], \quad (3)$$

где $\gamma = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, γ — составляющая волнового вектора в направлении оси z проволоки, c — фазовая скорость звука,

$$k_1^2 + q^2 = \gamma^2 \eta_1^2, \quad \eta_1 = \sqrt{(c/c_d)^2 - 1}, \quad (4)$$

$$k_2^2 + q^2 = \gamma^2 \eta_2^2, \quad \eta_2 = \sqrt{(c/c_s)^2 - 1}, \quad (5)$$

c_d и c_s — скорость продольного и поперечного звука. Для свободной поверхности ширинные моды определяются соответствующими граничными условиями — нулевыми значениями компонент тензора напряжений

$$\sigma_{yy}, \sigma_{xy} \text{ и } \sigma_{zy} \text{ при } y = \pm d, \quad (6)$$

$$\sigma_{xx}, \sigma_{yx} \text{ и } \sigma_{zx} \text{ при } x = \pm a, \quad (7)$$

при этом в (7) для ширинных мод два последних условия для σ_{yx} и σ_{zx} при $x = \pm a$ выполняются приближенно. Тензор напряжений σ_{ik} определяется через тензор деформации u_{ik} согласно [18]

$$\sigma_{ik} = \frac{E}{1 + \sigma} \left(u_{ik} + \frac{\sigma}{1 - 2\sigma} u_{ll} \delta_{ik} \right), \quad (8)$$

где E — модуль Юнга, σ — коэффициент Пуассона; в (8) по „немому“ индексу $l = x, y, z$ производится суммирование. Для случая малых деформаций тензор деформации

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right). \quad (9)$$

Из граничных условий (6) и формул (8), (9) следует линейная система однородных уравнений для амплитуд A, B и C ширинных мод. Значение q можно определить лишь из одного условия (7) $\sigma_{xx}|_{x=\pm a} = 0$, поскольку для случая $(d/a) \geq 2$ уже приближенно выполняются два других условия: $\sigma_{yx}|_{x=\pm a} \approx 0$ и $\sigma_{zx}|_{x=\pm a} \approx 0$. Тогда

$$qa = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (10)$$

и основной ширинной моде соответствует $n = 0$, т.е. $q = 0$.

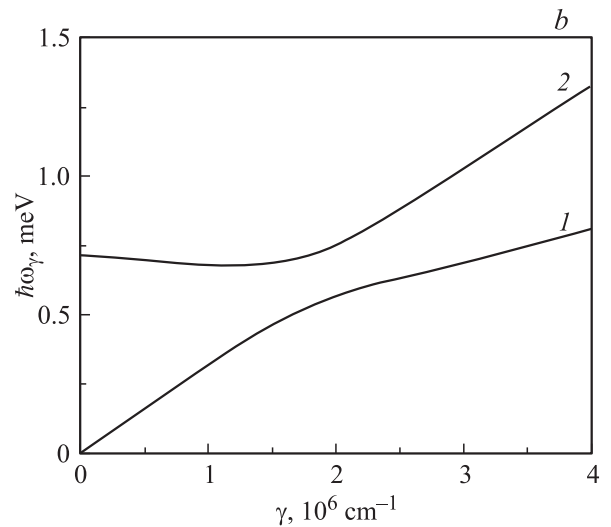
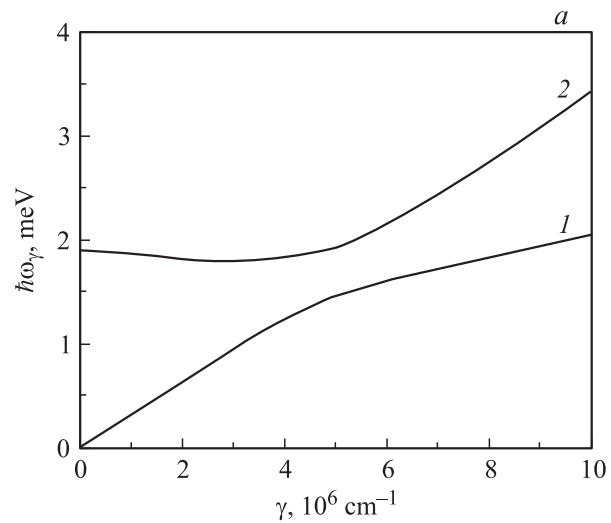


Рис. 1. Дисперсионные кривые 1, 2 для нижайших ширинных мод акустических фононов квантовой проволоки GaAs. a — $28.3 \times 56.6 \text{ \AA}$, b — $50 \times 150 \text{ \AA}$.

Условие квантования акустических фононных мод имеет вид [17]

$$\frac{1}{4ad} \int_{-a}^a dx \int_{-d}^d dy (u_x^* u_x + u_y^* u_y + u_z^* u_z) = \frac{\hbar}{2M\omega_\gamma}, \quad (11)$$

где $\omega_\gamma = c\gamma$ — частота ширинной моды с волновым вектором γ в направлении оси z проволоки, M — масса проволоки.

Законы дисперсии ω_γ можно определить из условия существования нетривиального решения линейной системы однородных уравнений для амплитуд A, B и C ширинных мод (при $k_2 \neq 0$). Дисперсионное уравнение имеет вид

$$\frac{\text{tg}(\pi\sqrt{\chi - \psi})}{\text{tg}(\pi\sqrt{\delta\chi - \psi})} = -\frac{\psi\sqrt{\chi - \psi}\sqrt{\delta\chi - \psi}}{(0.5\chi - \psi)^2}, \quad (12)$$

где

$$\omega_\gamma = \frac{\pi c_s}{d} \sqrt{\chi}, \quad \gamma = \frac{\pi}{d} \sqrt{\psi - \left(\frac{dq}{\pi}\right)^2}, \quad (13)$$

$$\delta = (c_s/c_d)^2 = (1 - 2\sigma)/2(1 - \sigma). \quad (14)$$

Из-за периодичности тригонометрических функций в (12) имеются кратные решения для частоты ограниченных фононов $\omega_{\gamma m} = c_m \gamma$ ($m = 1, 2, \dots$) при фиксированном γ и n (т.е. q). Кроме возможной дисперсии фазовой скорости $c_m(\gamma)$ характерным для гибридных мод является наличие одновременно продольных и поперечных компонент вектора смещений \mathbf{u} (см. (1)–(3)). На рис. 1, *a* и *b* показаны дисперсионные кривые, рассчитанные согласно (12)–(14) для двух нижайших ширинных мод ($q = 0, m = 1, 2$) гибридных акустических фононов прямоугольного волновода — квантовой проволоки GaAs с поперечными размерами $2a \times 2d = 28.3 \times 56.6 \text{ \AA}$ (*a*) и $50 \times 150 \text{ \AA}$ (*b*) ($c_d = 5.2 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$, $c_s = 3.0 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$ [19]).

3. Энергия возмущения и коэффициент поглощения гиперзвука

Для учета кубического ангармонизма следует рассмотреть выражение для плотности упругой энергии с точностью до членов третьего порядка включительно относительно тензора конечной деформации u_{ij} [18]

$$W = \frac{1}{2} c_{ijkl} u_{ij} u_{kl} + c_{ijklmn} u_{ij} u_{kl} u_{mn}, \quad (15)$$

где тензоры c_{ijkl} и c_{ijklmn} определяют упругие постоянные второго и третьего порядка соответственно,

$$u_{ij} = \frac{1}{2} (\xi_{ij} + \xi_{ji} + \xi_{ki} \xi_{kj}), \quad (16)$$

$$\xi_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (17)$$

В (15), (16) имеется в виду суммирование по правилу Эйнштейна ($i, j = 1, 2, 3$).

Для кристалла кубической симметрии

$$\begin{aligned} W = & \frac{1}{2} c_{11}(u_{11}^2 + u_{22}^2 + u_{33}^2) + 2c_{44}(u_{23}^2 + u_{13}^2 + u_{12}^2) \\ & + c_{12}(u_{11}u_{22} + u_{22}u_{33} + u_{33}u_{11}) \\ & + \frac{1}{6} c_{111}(u_{11}^3 + u_{22}^3 + u_{33}^3) + \frac{1}{2} c_{112}[u_{11}^2(u_{22} + u_{33}) \\ & + u_{22}^2(u_{33} + u_{11}) + u_{33}^2(u_{11} + u_{22})] \\ & + 2c_{144}(u_{11}u_{33}^2 + u_{22}u_{13}^2 + u_{33}u_{12}^2) \\ & + 2c_{166}[u_{23}^2(u_{22} + u_{33}) + u_{13}^2(u_{33} + u_{11}) \\ & + u_{12}^2(u_{11} + u_{22})] + c_{123}u_{11}u_{22}u_{33} + 8c_{456}u_{23}u_{13}u_{12}. \end{aligned} \quad (18)$$

После подстановки (16), (17) в (18) оставляем лишь члены, кубичные относительно ξ_{ij} . Квантованные векторы смещений

$$\hat{u}_i = u_i \{ \hat{b}_\gamma \exp[i\gamma(z - ct)] + \text{h.c.} \}, \quad (19)$$

где \hat{b}_γ и \hat{b}_γ^+ — операторы уничтожения и рождения ограниченных фононов. В приближении кубического ангармонизма (после подстановки (16), (17) в (18)) при замене

$$\xi_{ij} \rightarrow \hat{\xi}_{ij} = \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} \quad (20)$$

получим оператор плотности энергии \hat{W} , который описывает трехфононные процессы.

3.1. Механизм Ландау — Румера. Процесс поглощения звука рассматриваем [1,5] как результат столкновения квантов звука нижайшей моды с частотой $\omega_\gamma = c\gamma$ дисперсионной кривой *l* рис. 1, *a, b* с тепловыми квантами моды 2 с частотой $\omega_{1\gamma_1} = c_1\gamma_1$ (рис. 1, *a, b*). Для этого в \hat{W} положим

$$\hat{\xi}_{ij} = \hat{\xi}_{ij}^{(1)} + \hat{\xi}_{ij}^{(2)} + \hat{\xi}_{ij}^{(s)}, \quad (21)$$

где $\hat{\xi}_{ij}^{(1)}$ и $\hat{\xi}_{ij}^{(2)}$ относим к тепловым волнам моды 2, а $\hat{\xi}_{ij}^{(s)}$ — к звуковой волне моды 1 (рис. 1, *a, b*). Рассмотренный подход соответствует случаю [5], когда $\gamma l \gg 1$, где l — средняя длина свободного пробега фононов в направлении оси проволоки.

Пусть в некотором начальном состоянии тепловые волны представлены числами заполнения фононов N_1, N_2 , а звуковая волна — числом N . Конечное состояние, соответствующее поглощению звука, определяется числами $N - 1, N_1 - 1, N_2 + 1$. Для обратного процесса имеет место переход $N, N_1, N_2 \rightarrow N + 1, N_1 + 1, N_2 - 1$. Поглощение звука определяется разностью вероятностей этих переходов в первом порядке нестационарной теории возмущений. Основное приближение [5], которое используется при расчете матричных элементов перехода

$$\begin{aligned} & \int_{-a}^a dx \int_{-d}^d dy \int_{-L/2}^{L/2} dz \langle N - 1, N_1 - 1, N_2 + 1 | \hat{W} | N, N_1, N_2 \rangle, \\ & \int_{-a}^a dx \int_{-d}^d dy \int_{-L/2}^{L/2} dz \langle N + 1, N_1 + 1, N_2 - 1 | \hat{W} | N, N_1, N_2 \rangle \end{aligned} \quad (22)$$

и полной вероятности поглощения, состоит в том, что волновые числа звуковой волны полагаются малыми по сравнению с волновыми числами тепловых волн:

$$\gamma, k_{1,2} \ll \gamma_{1,2}, q_{1,2}. \quad (23)$$

После вычислений находим окончательный результат для коэффициента фононного поглощения по механизму

Ландау–Румера

$$\alpha_{\text{ph}}^{(a)} = \frac{\hbar}{2\rho^3 ad} \frac{1}{\omega_\gamma |B_\gamma|} \times \sum_i \frac{|M(\gamma, k_1, k_2, \gamma_i^*)|^2 \left[\left(-\frac{\partial \bar{N}_1}{\partial \omega_1} \right)_{\gamma_i^*} \right]}{\omega_{1\gamma_i^*}^2 |B_{\gamma_i^*}^{(1)}|^2 \left| \left(\frac{\partial^2 \omega_1}{\partial \gamma_i^2} \right)_{\gamma_i^*} \right|} \cdot 8.686 \text{ dB/cm}, \quad (24)$$

где ρ — плотность массы проволоки, γ_i^* — простые корни уравнения

$$\frac{\omega_\gamma}{\gamma} - \frac{\partial \omega_1}{\partial \gamma_1} = 0, \quad (25)$$

$$M(\gamma, k_1, k_2, \gamma_i^*) = \sum_{j=1}^2 v_j k_j \left[c_{11} F_{11}(\gamma_i^*) + 2c_{44} F_{44}(\gamma_i^*) + c_{12} F_{12}(\gamma_i^*) + c_{111} F_{111}(\gamma_i^*) + c_{112} F_{112}(\gamma_i^*) - c_{166} F_{166}(\gamma_i^*) \right] + \gamma \left(\sum_{j=1}^2 \mu_j \right) \left[c_{11} Q_{11}(\gamma_i^*) + 2c_{44} Q_{44}(\gamma_i^*) + c_{12} Q_{12}(\gamma_i^*) - c_{111} Q_{111}(\gamma_i^*) - c_{112} Q_{112}(\gamma_i^*) + c_{166} Q_{166}(\gamma_i^*) \right], \quad (26)$$

$$v_1 = 1, \quad v_2 = \beta, \quad \mu_1 = -(\gamma/k_1), \quad \mu_2 = (k_2/\gamma)\beta, \quad (27)$$

$$\beta = -\frac{\sin(k_1 d)}{\sin(k_2 d)} \frac{2\gamma^2}{(\gamma^2 - k_2^2)}, \quad (28)$$

$k_{1,2}$ определяется формулами (4), (5) при $q = 0$, выражения для B_γ , $B_{\gamma_i^*}^{(1)}$ и коэффициентов F , Q при упругих постоянных в (26) приводятся в Приложении.

Подставляя в \bar{N}_1 его значение по формуле Планка, получим

$$\left[-(\partial \bar{N}_1 / \partial \omega_1) \right]_{\gamma_i^*} = \frac{\hbar}{\Theta} \exp(\hbar \omega_{1\gamma_i^*} / \Theta) \times \left[\exp(\hbar \omega_{1\gamma_i^*} / \Theta) - 1 \right]^{-2}, \quad \Theta = k_B T, \quad (29)$$

k_B — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. При $(\hbar \omega_{1\gamma_i^*} / \Theta) \ll 1$

$$\alpha_{\text{ph}}^{(a)} \propto \Theta, \quad (30)$$

что совпадает с объемным изотропным случаем механизма Ландау–Румера [5] при учете дисперсионных эффектов при температурах выше температуры Дебая. В низкотемпературной области, когда $(\hbar \omega_{1\gamma_i^*} / \Theta) \gg 1$,

$$\alpha_{\text{ph}}^{(a)} \propto \Theta^{-1} \exp(-\hbar \omega_{1\gamma_i^*} / \Theta), \quad (31)$$

т.е. поглощение резко уменьшается по экспоненциальному закону, в то время как в объемном случае [5] $\alpha_{\text{ph}}^{(a)} \propto \Theta^4$. При определенных размерах проволоки и

достаточно больших значениях γ $\alpha_{\text{ph}}^{(a)}$ может возрастать с γ быстрее, чем по линейному закону в [5].

3.2. Двухфононный распад. В соответствии с учетом кубичного ангармонизма в операторе \hat{W} рассмотрим поглощение квантов звука нижней гибридной моды с частотой $\omega_\gamma = c\gamma$ дисперсионной кривой 1 рис. 1, *a, b* вследствие распада на два гибридных фонона с частотами $\omega_{\gamma_1} = c_1\gamma_1$ и $\omega_{\gamma_2} = c_2\gamma_2$ той же дисперсионной кривой. Тогда в (21) $\hat{\xi}_{ij}^{(1)}$ и $\hat{\xi}_{ij}^{(2)}$ относятся к фононам той же моды 1. Поглощение звука определяется разностью вероятностей переходов $|N, N_1, N_2\rangle \rightarrow |N-1, N_1+1, N_2+1\rangle$ и $|N, N_1, N_2\rangle \rightarrow |N+1, N_1-1, N_2-1\rangle$ в первом порядке нестационарной теории возмущений, где N и N_1, N_2 — числа заполнения квантов звука с частотой ω_γ и фононов с частотами $\omega_{\gamma_1}, \omega_{\gamma_2}$. В рамках принятой модели для проволоки распадный процесс носит коллинеарный характер, т.е. могут рождаться фононы с параллельными или антипараллельными квазиволновыми векторами. Согласно законам сохранения,

$$\gamma = \gamma_1 \pm \gamma_2, \quad \omega_\gamma = \omega_{\gamma_1} + \omega_{\gamma_2}. \quad (32)$$

При вычислении матричных элементов перехода для достаточно малых ширин проволоки ограничимся приближением

$$\gamma d \ll 1, \quad \gamma_{1,2} d \ll 1. \quad (33)$$

На первом слева практически линейном участке закона дисперсии (рис. 1, *a, b*) $c_1 \approx c_2 \approx c$. При этом δ -функцию, выражающую закон сохранения энергии, следует заменить на лорентцевскую функцию, учитывающую затухание фононов [1,8],

$$\tau^{-1} = \tau_{\gamma_1}^{-1} + \tau_{\gamma_2}^{-1}. \quad (34)$$

Времена жизни τ_{γ_i} коротковолновых гибридных фононов в проволоке, обусловленные всевозможными столкновительными процессами, остаются неизвестными. Имея в виду далее лишь ориентировочную оценку распадного механизма, будем считать $\tau = \text{const}$, как это принималось для времен жизни тепловых фононов, например, в [3]. При $\omega_\gamma \tau \gg 1$, как показывает расчет, можно пренебречь вкладом распада на антипараллельные фононы.

Приведем окончательный результат для коэффициента поглощения $\alpha_{\text{ph}}^{(d)}$, обусловленного коллинеарным распадом на два фонона:

$$\alpha_{\text{ph}}^{(d)} = \frac{\hbar}{6\pi\rho^3 ad} \frac{|D|^2}{|B|^3} \frac{\omega_\gamma^4 \tau}{c^8} \times \left\{ 1 + 2\pi^2 \left(\frac{\Theta}{\hbar\omega_\gamma} \right)^2 - 24\xi(3) \left(\frac{\Theta}{\hbar\omega_\gamma} \right)^3 + 12 \left(\frac{\Theta}{\hbar\omega_\gamma} \right)^2 \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(1 + \frac{2\Theta}{n\hbar\omega_\gamma} \right) \exp\left(-\frac{n\hbar\omega_\gamma}{\Theta} \right) \right\} \cdot 8.686 \text{ dB/cm}, \quad (35)$$

где $\xi(3) \approx 1.202$ — значение дзета-функции Римана [20], выражения для D и B через упругие постоянные и

скорости звука приводятся в Приложении. В предельном случае низких температур $(\Theta/\hbar\omega_\gamma) \ll 1$

$$\alpha_{\text{ph}}^{(d)} \approx \frac{\hbar}{6\pi\rho^3 ad} \frac{|D|^2}{|B|^3} \frac{\omega_\gamma^4 \tau}{c^8} \cdot 8.686 \text{ dB/cm}, \quad (36)$$

т.е. в проволоке $\alpha_{\text{ph}}^{(d)} \propto \omega_\gamma^4$ в отличие от закона ω_γ^5 в объемном случае [6]. При $(\Theta/\hbar\omega_\gamma) > 1$ удобно использовать эквивалентное (35) выражение

$$\alpha_{\text{ph}}^{(d)} \approx \frac{\hbar}{\pi\rho^3 ad} \frac{|D|^2}{|B|^3} \frac{\omega_\gamma^4 \tau}{c^8} \times \left\{ \frac{\Theta}{\hbar\omega_\gamma} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{2n}}{(2n+2)!} \left(\frac{\hbar\omega_\gamma}{\Theta} \right)^{2n-1} \right\} \cdot 8.686 \text{ dB/cm}, \quad (37)$$

где B_{2n} — числа Бернулли [20]. Тогда при достаточно высоких температурах $(\Theta/\hbar\omega_\gamma) \gg 1$

$$\alpha_{\text{ph}}^{(d)} \approx \frac{1}{\pi\rho^3 ad} \frac{|D|^2}{|B|^3} \frac{\omega_\gamma^3 \Theta \tau}{c^8} \cdot 8.686 \text{ dB/cm}, \quad (38)$$

и степень частотной зависимости понижается до $n = 3$, $\alpha_{\text{ph}}^{(d)} \propto \Theta$, сумма степеней частотной и температурной зависимостей в (36) и (38) равна четырем.

Приведенные в данном разделе и Приложении формулы могут быть использованы для оценки фононного поглощения в проволоке из материала кубической симметрии для разных поперечных размеров при $(d/a) \geq 2$.

4. Численные результаты для фононного поглощения гиперзвука в прямоугольной квантовой проволоке GaAs

Рассмотрим поглощение гиперзвука фононами в прямоугольной квантовой проволоке GaAs с поперечными размерами $2a \times 2d = 28.3 \times 56.6 \text{ \AA}$ (a) и $50 \times 150 \text{ \AA}$ (b). Аппроксимируем дисперсионные кривые 2 рис. 1, a, b тепловых волн полиномом

$$\hbar\omega_1 = \sum_{m=0}^5 a_m \gamma_1^m \quad (39)$$

с коэффициентами a_m , зависящими от поперечных размеров проволоки. Используя (24)–(29), (П1)–(П12), (39), с помощью численных методов найдем коэффициент фононного поглощения гиперзвука $\alpha_{\text{ph}}^{(a)}(\gamma)$ нижней дисперсионной кривой 1 (рис. 1, a, b) по механизму Ландау–Румера в прямоугольной квантовой проволоке GaAs при температуре $T = 300 \text{ K}$ и значениях упругих постоянных второго и третьего порядков [21]: $c_{11} = 11.81 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $c_{44} = 5.94 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $c_{12} = 5.32 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $c_{111} = -6.22 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$, $c_{112} = -3.87 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$, $c_{166} = -2.69 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$.

На рис. 2, a, b представлены зависимости $\alpha_{\text{ph}}^{(a)}(\gamma)$. Величина $\alpha_{\text{ph}}^{(a)}$ и отклонение от линейной зависимости $\alpha_{\text{ph}}^{(a)}$ от γ при увеличении волнового вектора существенно определяются квантово-размерными эффектами. На рис. 2, a, b представлены зависимости по формулам (35) (или, что равнозначно, по (37)), (П13)–(П18) коэффициента поглощения $\alpha_{\text{ph}}^{(d)}(\gamma)$ той же моды гиперзвука для распадного механизма при $\tau = 2 \cdot 10^{-10} \text{ s}$, $T = 300 \text{ K}$ (кривые 2). Для сравнения с фононным механизмом поглощения на рис. 2, a, b показаны также рассчитанные согласно [14] зависимости (кривые 3) коэффициента электронного поглощения $\alpha_{\text{el}}(\gamma)$ гиперзвука вдоль оси проволоки в невырожденном n-GaAs при той же температуре $T = 300 \text{ K}$ и концентрации электронов $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Таким образом, при комнатных температурах в невырожденной проволоке GaAs важную роль играет фононное поглощение гиперзвука.

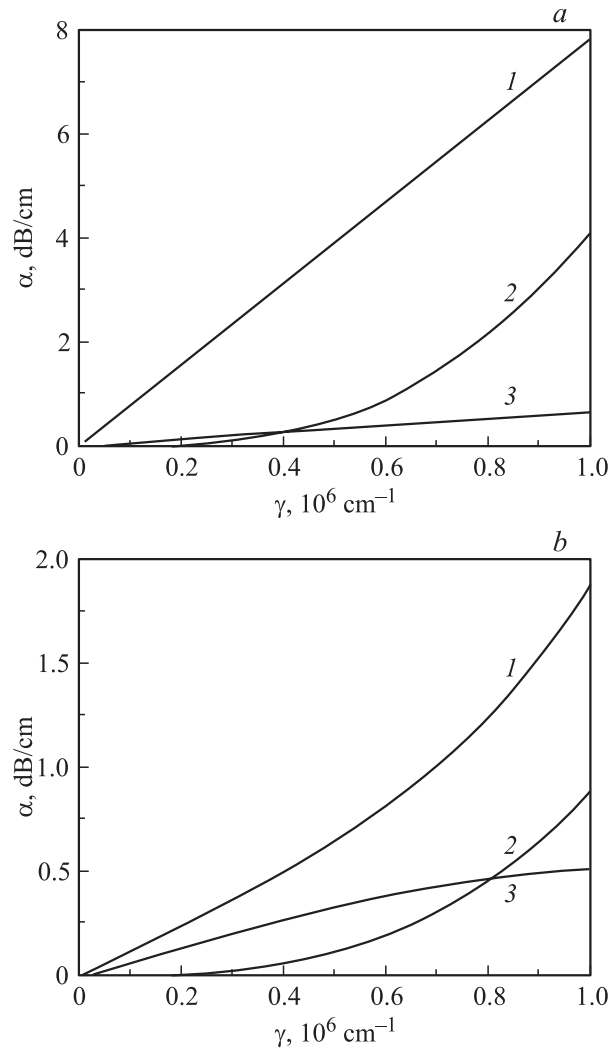


Рис. 2. Коэффициент фононного поглощения гиперзвука нижней моды 1 $\alpha_{\text{ph}}^{(a)}(\gamma)$ (1), $\alpha_{\text{ph}}^{(d)}(\gamma)$ ($\tau = 2 \cdot 10^{-10} \text{ s}$) (2) и электронного поглощения $\alpha_{\text{el}}(\gamma)$ (3) в невырожденной квантовой проволоке GaAs при $T = 300 \text{ K}$. a — $28.3 \times 56.6 \text{ \AA}$, b — $50 \times 150 \text{ \AA}$.

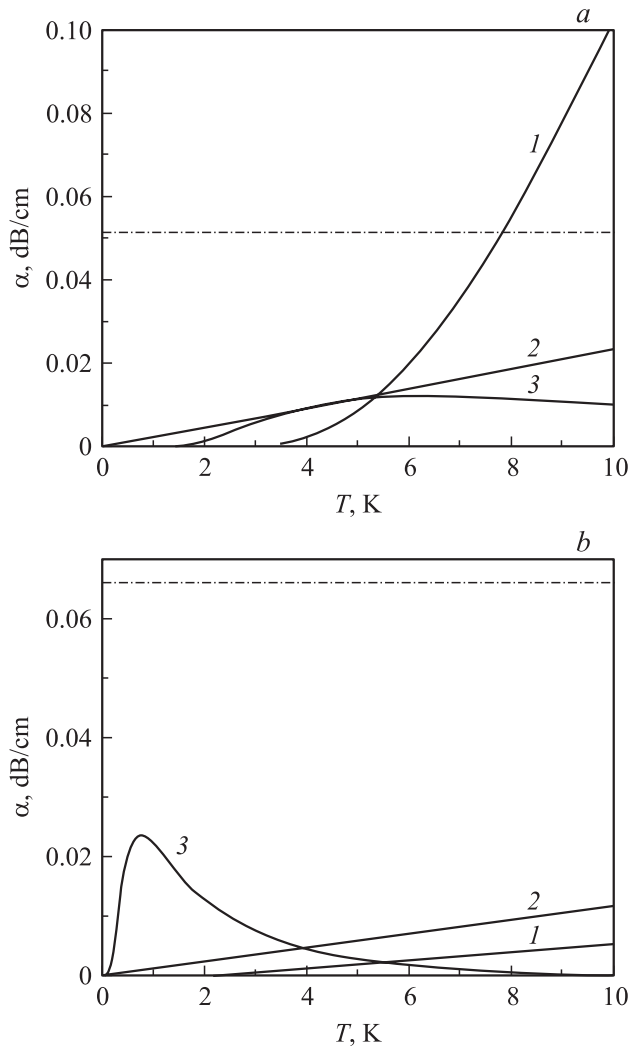


Рис. 3. Температурные зависимости фонованого поглощения гиперзвука нижней моды 1 $\alpha_{\text{ph}}^{(a)}(T)$ (1), $\alpha_{\text{ph}}^{(d)}(T)$ (τ, s : $a — 2 \cdot 10^{-9}$, $b — 10^{-8}$) (2) и электронного поглощения $\alpha_{\text{el}}(T)$ (3) для вырожденной квантовой проволоки GaAs. $a — 28.3 \times 56.6 \text{ \AA}$, $b — 50 \times 150 \text{ \AA}$. Штрихпунктирные линии — $\alpha_{\text{el}}^{(v)}(T)$.

На рис. 3, a, b приведены температурные зависимости фонованого (кривые 1, 2) и электронного [14] (кривые 3) поглощений для вырожденного случая проволоки GaAs тех же самых размеров при низких температурах и $n = 1.7 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $\gamma = 0.27 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-1}$, $\tau = 2 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ (рис. 3, a) и $n = 1.5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $\gamma = 0.21 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-1}$, $\tau = 10^{-8} \text{ s}$ (рис. 3, b). При определении фонованого поглощения учтена также зависимость от температуры упругих постоянных второго порядка [21]. Из рис. 3, a, b следует, что при $\Theta \ll \hbar\omega_\gamma$ $\alpha_{\text{ph}}^{(d)} > \alpha_{\text{ph}}^{(a)}$, т.е. доминирует распадный механизм; при $T \rightarrow 0$ $\alpha_{\text{ph}}^{(a)} \rightarrow 0$, в то время как $\alpha_{\text{ph}}^{(d)} \neq 0$. Для вырожденного электронного газа при низких температурах электронный механизм поглощения гиперзвука конкурирует с фонованым рас-

падным механизмом. На рис. 3, a, b штрихпунктирные линии соответствуют медленным температурным зависимостям [1, 15] электронного поглощения объемных (неограниченных) продольных акустических фононов гиперзвука $\alpha_{\text{el}}^{(v)}(T)$ в массивных кристаллах GaAs. Кроме того, в рассмотренных условиях $\alpha_{\text{ph}}^{(a)}, \alpha_{\text{el}} \ll \alpha_{\text{el}}^{(v)}$. При $T \rightarrow 0$ $\alpha_{\text{el}} \rightarrow 0$, тогда как $\alpha_{\text{el}}^{(v)} \neq 0$.

5. Выводы

1) Фонованое поглощение гиперзвука в прямоугольной квантовой проволоке существенно определяется квантово-размерными эффектами, что обусловлено характерными особенностями гибридных ограниченных акустических фононов.

2) Полученные спектральные и температурные зависимости фонованого поглощения гиперзвука нижней моды в прямоугольной квантовой проволоке свидетельствуют об уменьшении поглощения в низкотемпературной области и превосходстве механизма двухфононного распада при $\Theta \ll \hbar\omega_\gamma$.

3) При достаточно высоких температурах доминирует фонованый механизм поглощения в прямоугольной квантовой проволоке GaAs, а при низких температурах следует учитывать для вырожденной квантовой проволоки электронное поглощение и двухфононный распад.

Приложение

$$B_\gamma = \frac{2}{d} \left\{ f_2(k_1, d) + 2\beta g_1(k_1, k_2, d) + \beta^2 f_2(k_2, d) + \frac{\gamma^2}{k_1^2} f_1(k_1, d) - \frac{2k_2}{k_1} \beta g_2(k_1, k_2, d) + \frac{k_2^2}{\gamma^2} \beta^2 f_1(k_2, d) \right\}; \quad (\text{П1})$$

$$f_i(k_j, d) = d \left[1 - (-1)^i \cdot \frac{\sin(2k_j d)}{2k_j d} \right], \quad i, j = 1, 2; \quad (\text{П2})$$

$$g_i(k_1, k_2, d) = \frac{\sin(k_1 - k_2)d}{k_1 - k_2} + (-1)^i \cdot \frac{\sin(k_1 + k_2)d}{k_1 + k_2}; \quad (\text{П3})$$

$B_{\gamma_1}^{(1)}$ отличается от B_γ заменой $\gamma \rightarrow \gamma_1$ и $c \rightarrow c_1$.

$$F_{11} = q_{nl} (3\tilde{v}_{nl} f_{nl}^{(+)} - \tilde{\mu}_{nl} f_{nl}^{(-)}),$$

$$F_{44} = [(\gamma_i^*)^2 \tilde{v}_{nl} + \gamma_i^* \rho_{nl} q_l] f_{nl}^{(-)}; \quad (\text{П4})$$

$$F_{12} = (\gamma_i^*)^2 (\tilde{v}_{nl} f_{nl}^{(-)} + \tilde{\mu}_{nl} f_{nl}^{(+)} - 2\gamma_i^* \rho_{nl} q_n f_{nl}^{(+)}); \quad (\text{П5})$$

$$F_{111} = q_{nl} \left(\tilde{v}_{nl} f_{nl}^{(+)} - \frac{1}{3} \tilde{\mu}_{nl} f_{nl}^{(-)} \right),$$

$$F_{112} = [(\gamma_i^*)^2 \tilde{\mu}_{nl} - 2\gamma_i^* \rho_{nl} q_n] f_{nl}^{(+)}; \quad (\text{П6})$$

$$F_{166} = [(\gamma_i^*)^2 \tilde{v}_{nl} + \tilde{\mu}_{nl} q_{nl} - 2\rho_{nl} q_l] f_{nl}^{(-)}; \quad (\text{П7})$$

$$Q_{11} = (\gamma_i^*)^2 (\tilde{v}_{nl} f_{nl}^{(-)} - 3\tilde{\mu}_{nl} f_{nl}^{(+)}),$$

$$Q_{44} = (\tilde{\mu}_{nl} q_{nl} - \gamma_i^* \rho_{nl} q_l) f_{nl}^{(-)}; \quad (\text{П8})$$

$$Q_{12} = [2\gamma_i^* \rho_{nl} q_n - q_{nl} (\tilde{v}_{nl} - \tilde{\mu}_{nl})] f_{nl}^{(+)}; \quad (\text{П9})$$

$$Q_{111} = (\gamma_i^*)^2 \left(\tilde{\mu}_{nl} f_{nl}^{(+)} - \frac{1}{3} \tilde{v}_{nl} f_{nl}^{(-)} \right),$$

$$Q_{112} = (\tilde{v}_{nl} q_{nl} - 2\gamma_i^* \rho_{nl} q_n) f_{nl}^{(+)}; \quad (\text{П10})$$

$$Q_{166} = [(\gamma_i^*)^2 \tilde{v}_{nl} + q_{nl} \tilde{\mu}_{nl} - 2\gamma_i^* \rho_{nl} q_l] f_{nl}^{(-)}; \quad (\text{П11})$$

где

$$q_{nl} = q_n q_l, \quad \tilde{v}_{nl} = \tilde{v}_n \tilde{v}_l, \quad \tilde{\mu}_{nl} = \tilde{\mu}_n \tilde{\mu}_l,$$

$$\rho_{nl} = \tilde{v}_n \tilde{\mu}_l \quad (n, l = 1, 2),$$

$$f_{nl}^{(-)} = d^{-1} g_1(q_n, q_l, d), \quad f_{nl}^{(+)} = d^{-1} g_2(q_n, q_l, d); \quad (\text{П12})$$

величины q_n , \tilde{v}_n , $\tilde{\mu}_n$ отличаются от k_n , v_n , μ_n ($n = 1, 2$) заменой $\gamma \rightarrow \gamma_1$, $c \rightarrow c_1$ и определяются для моды 2 (рис. 1, a, b) в точках γ_i^* ($\gamma, k_{1,2} \ll \gamma_i^*, q_i$). В (П4)–(П12) по повторяющимся индексам n, l выполняется суммирование.

$$D = (3c_{11} + c_{111})D_1 + c_{12}(D_2 + D_3) + c_{112}D_3; \quad (\text{П13})$$

$$D_1 = v_j \eta_j v_{nl} \eta_{nl} - \mu \tilde{\mu},$$

$$D_2 = v_j \eta_j \tilde{\mu} - \mu v_{nl} \eta_{nl} + (\mu - v_j \mu_j) \tilde{\rho},$$

$$D_3 = \mu \mu_{nl} \eta_{nl}, \quad j, n, l = 1, 2. \quad (\text{П14})$$

В (П14) имеется в виду суммирование по повторяющимся индексам j, n, l ;

$$v_{nl} = v_n v_l, \quad \mu_{nl} = \mu_n \mu_l, \quad \eta_{nl} = \eta_n \eta_l; \quad (\text{П15})$$

$$\mu = \sum_j \mu_j, \quad \tilde{\mu} = \sum_{n,l} \mu_{n,l}, \quad \tilde{\rho} = 2 \sum_{n,l} v_n \mu_l \eta_n; \quad (\text{П16})$$

$$v_1 = 1, \quad v_2 = -2\eta_1 \eta_2^{-1} (1 - \eta_2^2)^{-1},$$

$$\mu_1 = -\eta_1^{-1}, \quad \mu_2 = -2\eta_1 (1 - \eta_2^2)^{-1}; \quad (\text{П17})$$

$$B = 4[\eta_1^{-2} + 4(1 + \eta_1^2 - \eta_2^2)(1 - \eta_2^2)^{-2}]. \quad (\text{П18})$$

Список литературы

- [1] В.Л. Гуревич. Кинетика фононных систем. Наука, М. (1980). 400 с; ФТП **2**, 1567 (1968).
- [2] Дж. Такер, В. Рэмington. Гиперзвук в физике твердого тела. Мир, М. (1975). 455 с.
- [3] Р. Труэлл, Ч. Эльбаум, Б. Чик. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. Мир, М. (1972). 307 с.
- [4] M.N. Wybourne, J.K. Wigmore. Rep. Prog. Phys. **51**, 923 (1988).
- [5] L. Landau, G. Rumer. Phys. Z. Sow. **11**, 18 (1937).
- [6] Г.Л. Слонимский. ЖЭТФ **7**, 1457 (1937).
- [7] M. Lax, P. Hu, V. Narayanamurti. Phys. Rev. B **23**, 3095 (1981).
- [8] A. Berke, A.P. Mayer, R.K. Wehner. J. Phys. C: Solid State Phys. **21**, 2305 (1988).
- [9] И.Г. Кулеев, И.И. Кулеев. ФТТ **47**, 300 (2005).
- [10] R. Baumgartner, M. Engelhardt, K.F. Renk. Phys. Rev. Lett. **47**, 1403 (1981).
- [11] А.В. Акимов, А.А. Каплянский, А.Л. Сыркин. Письма в ЖЭТФ **33**, 410 (1981).
- [12] Й. Имри. Введение в мезоскопическую физику. Физматлит, М. (2002). 304 с.
- [13] T. Hesjedal. Proc. SPIE **5045**, 11 (2003).
- [14] М.А. Рувинский, Б.К. Остафийчук, Б.М. Рувинский. Металлофизика и новейшие технологии **27**, 1075 (2005).
- [15] Ч. Киттель. Квантовая теория твердых тел. Наука, М. (1967). 492 с.
- [16] R.W. Morse. J. Acoust. Am. **20**, 833 (1948); **22**, 219 (1950).
- [17] S.G. Yu, K.W. Kim, M.A. Stroschio, G.F. Iafrate, A. Ballato. Phys. Rev. B **50**, 1733 (1994).
- [18] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости. Наука, М. (1987). 248 с.
- [19] H. Bruus, K. Flensberg, H. Smith. Phys. Rev. B **48**, 11 144 (1993).
- [20] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ГИФМЛ, М. (1962). 1100 с.
- [21] А.А. Блистанов, В.С. Бондаренко, Н.В. Переломова, Ф.Н. Стрижевская, В.В. Чкалова, М.П. Шаскольская. Акустические кристаллы. Справочник. Наука, М. (1982). 632 с.