

# Влияние пространственной дисперсии на форму светового импульса при его прохождении сквозь квантовую яму

© Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов\*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

\* Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,  
119991 Москва, Россия

E-mail: korovin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 6 февраля 2007 г.)

Вычислены отражение, прохождение и поглощение симметричного электромагнитного импульса, несущая частота которого близка к частоте прямых межзонных переходов в квантовой яме. Уровни энергии в квантовой яме предполагаются дискретными, учитываются два близкорасположенных возбужденных уровня. Рассматривается случай достаточно широкой ямы, когда длина волны, соответствующая несущей частоте импульса, сравнима с шириной ямы и следует учитывать зависимость матричного элемента импульса межзонного перехода от волнового вектора света. Показатели преломления квантовой ямы и барьеров считаются равными друг другу. Задача решена для произвольного соотношения между радиационным и нерadiационным временами жизни возбужденных электронных состояний. Показано, что учет пространственной дисперсии существенно влияет на форму отраженного и прошедшего импульсов. Наибольшие изменения имеют место в случае, когда обратное радиационное время жизни мало отличается от разности частот учитываемых межзонных переходов.

PACS: 78.20.Bh, 78.67.De

Облучение световыми импульсами низкоразмерных полупроводниковых систем представляет интерес, так как отраженный и прошедший импульсы несут информацию как о структуре уровней энергии системы, так и о проходящих в ней релаксационных процессах.

Радиационный механизм релаксации возбужденных уровней энергии в квазидвумерных системах (квантовых ямах) возникает вследствие нарушения трансляционной симметрии в направлении, перпендикулярном плоскости квантовой ямы [1,2]. При слабом легировании, низких температурах и достаточно совершенных границах квантовой ямы вклад радиационного механизма релаксации может быть сравним со вкладами нерadiационных механизмов. В такой ситуации нельзя ограничиться линейным по взаимодействию электрона с электромагнитным полем приближением, а необходимо учитывать все порядки этого взаимодействия [3–9]. Изменение формы асимметричного светового импульса при его прохождении сквозь квантовую яму исследовалось в работах [10–13], прохождение симметричного импульса — в [13–15]. Результаты этих работ справедливы для узких квантовых ям, когда выполнено неравенство  $kd \ll 1$  ( $d$  — ширина квантовой ямы,  $k$  — модуль волнового вектора световой волны, соответствующей несущей частоте импульса) и оптические характеристики квантовой ямы не зависят от  $d$ . Однако возможна ситуация, при которой размерное квантование сохраняется и для широких квантовых ям, когда параметр  $kd \geq 1$  (соответствующие оценки приведены в [16]). В этом случае необходим учет пространственной дисперсии как монохроматической волны [9,17], так и волн, составляющих импульс [16].

Предлагаемая работа посвящена исследованию влияния пространственной дисперсии на оптические характеристики (отражение, пропускание и поглощение) квантовой ямы при облучении симметричным импульсом. Рассматривается система, состоящая из глубокой полупроводниковой квантовой ямы первого типа, расположенной в интервале  $0 \leq z \leq d$ , и двух полубесконечных барьеров. Система находится в постоянном сильном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости квантовой ямы, которое обеспечивает дискретность уровней энергии в яме. Возбуждающий световой импульс распространяется вдоль оси  $z$  со стороны отрицательных  $z$ . Барьеры прозрачны для импульса, а в квантовой яме импульс поглощается, вызывая прямые межзонные переходы. Подразумевается собственный полупроводник и нулевые температуры.

Окончательные результаты получены для двух близкорасположенных уровней электронной системы (дублета) в квантовой яме. Влиянием других уровней на оптические характеристики можно пренебречь, если несущая частота импульса  $\omega_l$  близка к частотам  $\omega_1$  и  $\omega_2$  уровней дублета, а остальные уровни расположены достаточно далеко от них. Предполагается также, что дублет расположен близко к минимуму зоны проводимости и уровни энергии можно рассматривать в приближении эффективной массы, а барьеры считать бесконечно высокими.

Дискретными уровнями в квантовой яме в случае  $\hbar\mathbf{K}_\perp = 0$ , где  $\hbar\mathbf{K}_\perp$  — вектор суммарного квазиимпульса пары в плоскости ямы, являются экситонные уровни в нулевом магнитном поле либо уровни в сильном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости ямы. В качестве примера далее

рассматривается уровень электронно-дырочной пары в сильном магнитном поле, направленном вдоль оси  $z$ , без учета кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой, которое является слабым возмущением для сильных магнитных полей и не очень широких ям [18].

## 1. Электрическое поле

Пусть на одиночную квантовую яму падает со стороны отрицательных  $z$  симметричный возбуждающий импульс. По аналогии с [13–15] его электрическое поле выбирается в виде

$$\mathbf{E}_0(z, t) = \mathbf{e}_l E_0 e^{-i\omega_l t} \left\{ \Theta(p) e^{-\gamma_l p/2} + [1 - \Theta(p)] e^{\gamma_l p/2} \right\} + \text{c.c.} \quad (1)$$

Здесь  $E_0$  — вещественная амплитуда,  $p = t - vz/c$ ,  $\mathbf{e}_l = (\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$  — единичные векторы круговой поляризации,  $\mathbf{e}_x$  и  $\mathbf{e}_y$  — вещественные орты,  $\Theta(p)$  — функция Хевисайда,  $1/\gamma_l$  определяет ширину импульса,  $c$  — скорость света в вакууме,  $v$  — показатель преломления, который предполагается одинаковым для барьеров и квантовой ямы (приближение однородной среды). Фурье-образ функции (1) имеет вид

$$\mathbf{E}_0(z, \omega) = \exp(ikz) [\mathbf{e}_l E_0(\omega) + \mathbf{e}_l^* E_0(-\omega)],$$

$$E_0(\omega) = \frac{E_0 \gamma_l}{[(\omega - \omega_l)^2 + (\gamma_l/2)^2]}, \quad k = \frac{v\omega}{c}. \quad (2)$$

Электрическое поле в области  $z \leq 0$  состоит из суммы полей возбуждающего и отраженного импульсов. Его Фурье-образ удобно представить в виде

$$\mathbf{E}^l(z, \omega) = \mathbf{E}_0(z, \omega) + \Delta \mathbf{E}^l(z, \omega).$$

Здесь  $\Delta \mathbf{E}^l(z, \omega)$  — электрическое поле отраженного импульса, оно равно

$$\Delta \mathbf{E}^l(z, \omega) = e_l \Delta E^l(z, \omega) + e_l^* \Delta E^l(z, -\omega). \quad (3)$$

В области  $z \geq d$  распространяется только прошедший квантовую яму импульс, поэтому его поле имеет вид

$$\mathbf{E}^r(z, \omega) = e_l E^r(z, \omega) + e_l^* E^r(z, -\omega). \quad (4)$$

Далее предполагается, что импульс, поглощаясь в квантовой яме, вызывает прямые межзонные переходы и соответственно появление тока, в барьерах же поглощение отсутствует. Поэтому для комплексных амплитуд  $\Delta E^l(z, \omega)$  и  $E^r(z, \omega)$  в барьерах для  $z \leq 0$  и  $z \geq d$  получаем уравнение

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + k^2 E = 0. \quad (5)$$

Уравнение для поля внутри квантовой ямы ( $0 \leq z \leq d$ ) имеет вид

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + k^2 E = -\frac{4\pi i \omega}{c^2} J(z, \omega), \quad (6)$$

где  $J(z, \omega)$  есть усредненный по основному состоянию системы Фурье-образ плотности тока, который наводится плоской монохроматической волной с частотой  $\omega$ . В случае двух возбужденных уровней  $J(z, \omega)$  выражается формулой

$$J(z, \omega) = \frac{ivc}{4\pi} \sum_{j=1}^2 \frac{\gamma_{rj} \Phi_j(z)}{\tilde{\omega}_j} \int_0^d dz' \Phi_j(z') E(z', \omega), \quad (7)$$

$$\tilde{\omega}_j = \omega - \omega_j + i\gamma_j/2. \quad (8)$$

Здесь  $\gamma_j$  — обратное нерадиационное время жизни уровней дублета,  $\gamma_{rj}$  — обратное радиационное время уровней дублета в случае узких квантовых ям, когда пространственной дисперсией электромагнитных волн можно пренебречь.

В частности, дублетом может быть магнетополяронное состояние [19]. В этом случае

$$\gamma_{rj} = \gamma_r Q_j, \quad \gamma_r = \frac{2e^2}{\hbar c v} \frac{p_{cv}^2}{\hbar \omega_g m_0} \frac{|e|H}{m_0 c},$$

$m_0$  — масса свободного электрона,  $H$  — магнитное поле,  $e$  — заряд электрона,  $p_{cv}$  — матричный элемент импульса, соответствующий круговой поляризации,  $p_{cv}^2 = |p_{cvx}|^2 + |p_{cvy}|^2$ . Множитель

$$Q_j = \left[ 1 \pm \hbar(\Omega_c - \omega_{LO}) / \sqrt{\hbar^2(\Omega_c - \omega_{LO})^2 + (\Delta E_{\text{pol}})^2} \right] / 2$$

определяет изменение радиационного времени жизни при отклонении магнитного поля от резонансного значения, при котором выполняется условие  $\Omega_c = \omega_{LO}$ .  $\Delta E_{\text{pol}}$  есть поляронное расщепление,  $\Omega_c$  и  $\omega_{LO}$  — циклотронная частота и частота оптического фонона соответственно. В резонансе  $Q_j = 1/2$  и  $\gamma_{r1} = \gamma_{r2}$ .

При выводе  $J(z, \omega)$  предполагалось, что сила Лоренца, определяемая внешним магнитным полем, велика по сравнению с кулоновской и обменной силами в электронно-дырочной паре. В этом случае переменные  $z$  (вдоль магнитного поля) и  $\mathbf{r}_\perp$  (в плоскости квантовой ямы) в волновой функции электронно-дырочной пары разделяются. В квантовой яме на основе арсенида галлия для магнитного поля, соответствующего образованию магнетополярона, это условие выполняется [9]. Если, кроме того, энергия размерного квантования превышает кулоновскую и обменную энергии, то электронно-дырочную пару можно считать свободной и в приближении эффективной массы и бесконечно высоких барьеров волновая функция, описывающая зависимость от коор-

динаты  $z$ , принимает простой вид

$$\Phi_j(z) = (2/d) \sin(\pi m_c z/d) \sin(\pi m_v z/d), \quad 0 \leq z \leq d \quad (9)$$

и  $\Phi_j(z) = 0$  в барьерах. Здесь  $m_c(m_v)$  — квантовые числа размерного квантования электрона (дырки).

Приближение (9) не всегда выполняется в реальных системах, однако учет кулоновского и обменного взаимодействия приведет только к изменению функции  $\Phi_j(z)$ , что, как показано в [20] для случая монохроматического облучения, не вызовет качественного изменения оптических характеристик.

Индексы  $j = 1$  и  $2$  у  $\Phi_j(z)$  соответствуют парам квантовых чисел размерного квантования при прямом межзонном переходе. Индексу  $j = 1$  соответствует  $m_{c(v)}^{(1)}$ , индексу  $j = 2$  —  $m_{c(v)}^{(2)}$ . Квантовые числа Ландау  $n$  сохраняются при межзонном переходе. В правую часть уравнения (7) входит полное электрическое поле  $E$ , что связано с отказом от теории возмущений по константе связи  $e^2/\hbar c$ .

Дальнейший расчет проводится в предположении равенства квантовых чисел  $m_{cv}^{(1)} = m_{cv}^{(2)}$ . Тогда

$$\Phi_1(z) = \Phi_2(z) = \Phi(z)$$

и входящая в правую часть уравнения (7) плотность тока принимает вид

$$J(z, \omega) = \frac{ivc}{4\pi} \left( \frac{\gamma_{r1}}{\omega - \omega_1 + i\gamma_1} + \frac{\gamma_{r2}}{\omega - \omega_2 + i\gamma_2} \right) \Phi(z) \times \int_0^d dz' \Phi(z') E(z'). \quad (10)$$

С учетом указанных упрощений для амплитуд полей в представлении Фурье  $\Delta E^l(z, \omega)$  и  $E^r(z, \omega)$  получаем, как показано в [9,19,20], выражения

$$\Delta E^l(z, \omega) = -iE_0(\omega)(-1)^{m_c+m_v} \exp[-ik(z-d)] \mathcal{N},$$

$$E^r(z, \omega) = E_0(\omega) \exp(ikz)(1 - i\mathcal{N}), \quad (11)$$

где  $E_0(\omega)$  приведено в (3). Частотная зависимость здесь определяется функцией

$$\mathcal{N} = \frac{\varepsilon(\gamma_{r1}\tilde{\omega}_2 + \gamma_{r2}\tilde{\omega}_1)/2}{\tilde{\omega}_1\tilde{\omega}_2 + i\varepsilon(\gamma_{r1}\tilde{\omega}_2 + \gamma_{r2}\tilde{\omega}_1)/2}. \quad (12)$$

В функцию  $\mathcal{N}$  входит величина

$$\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'', \quad (13)$$

которая определяет влияние пространственной дисперсии на радиационное уширение ( $\varepsilon'\gamma_r$ ) и сдвиг ( $\varepsilon''\gamma_r$ ) уровней дублета.  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$  равны [9,20]

$$\varepsilon' = \text{Re } \varepsilon = 2\mathcal{B}^2 [1 - (-1)^{m_c+m_v} \cos kd], \quad (14)$$

$$\varepsilon'' = \text{Im } \varepsilon = 2\mathcal{B} \left( \frac{(1 + \delta_{m_c, m_v})(m_c + m_v)^2 + (m_c - m_v)^2}{8m_c m_v} - (-1)^{m_c+m_v} \mathcal{B} \sin kd - \frac{(2 + \delta_{m_c, m_v})(kd)^2}{8\pi^2 m_c m_v} \right), \quad (15)$$

$$\mathcal{B} = \frac{4\pi^2 m_c m_v kd}{[\pi^2(m_c + m_v)^2 - (kd)^2][(kd)^2 - \pi^2(m_c - m_v)^2]}$$

(если  $kd \rightarrow 0$ , то  $\varepsilon \rightarrow 1$  ( $m_c = m_v$ , разрешенный переход), и  $\varepsilon \rightarrow 0$  ( $m_c \neq m_v$ , запрещенный переход)).

## 2. Временная зависимость электрического поля отраженного и прошедшего импульсов

Переход к временному представлению осуществляется по стандартным формулам

$$\Delta E^l(z, t) = \Delta E^l(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{-i\omega s} \Delta E^l(z, \omega),$$

$$s = t + vz/c, \quad (16)$$

$$E^r(z, t) = E^r(p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{-i\omega p} E^r(z, \omega),$$

$$p = t - vz/c. \quad (17)$$

Векторы поля  $\Delta \mathbf{E}^l(s)$  и  $\mathbf{E}^r(p)$  имеют вид

$$\Delta \mathbf{E}^l(s) = e_l \Delta E^l(s) + \text{c.c.}, \quad \mathbf{E}^r(p) = e_l E^r(p) + \text{c.c.} \quad (18)$$

Из формул (11), (12) видно, что знаменатель в подынтегральных функциях (16) и (17) одинаков. Его удобно преобразовать к виду

$$\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2 + i(\varepsilon/2)(\gamma_{r1}\tilde{\omega}_2 + \gamma_{r2}\tilde{\omega}_1) = (\omega - \Omega_1)(\omega - \Omega_2), \quad (19)$$

где  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  определяют полюсы подынтегральной функции в комплексной плоскости  $\omega$ . Они равны

$$\Omega_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \omega_1 + \omega_2 - \frac{i}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) - \frac{i\varepsilon}{2}(\gamma_{r1} + \gamma_{r2}) \pm \sqrt{[\omega_1 - \omega_2 - (i/2)(\gamma_1 - \gamma_2) - (i\varepsilon/2)(\gamma_{r1} - \gamma_{r2})]^2 - \varepsilon^2 \gamma_{r1} \gamma_{r2}} \right\}. \quad (20)$$

Таким образом, в подынтегральных функциях (16) и (17) имеются четыре полюса:  $\omega = \omega_l \pm i\gamma_l/2$  и  $\omega = \Omega_{1,2}$ . Полюс  $\omega = \omega_l + i\gamma_l/2$  расположен в верхней полуплоскости, остальные полюсы — в нижней.

Интегрируя в комплексной плоскости  $\omega$ , получим, что функция  $\Delta E^l(z, t)$ , определяющая, согласно (17), вектор

электрического поля отраженного импульса  $\Delta \mathbf{E}^l(z, t)$ , имеет вид

$$\Delta \mathbf{E}^l(z, t) = -iE_0(-1)^{m_c+m_v} e^{ikd} \times \left\{ R_1 [1 - \Theta(s)] + R_2 + R_3 + R_4 \Theta(s) \right\}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} R_1 &= \exp(-i\omega_l s + \gamma_l s/2) \\ &\times \left( \frac{\bar{\gamma}_{r1}/2}{\omega_l - \Omega_1 + i\gamma_l/2} + \frac{\bar{\gamma}_{r2}/2}{\omega_l - \Omega_2 + i\gamma_l/2} \right), \\ R_2 &= \exp(-i\omega_l - \gamma_l s/2) \\ &\times \left( \frac{\bar{\gamma}_{r1}/2}{\omega_l - \Omega_1 - i\gamma_l/2} + \frac{\bar{\gamma}_{r2}/2}{\omega_l - \Omega_2 - i\gamma_l/2} \right), \\ R_3 &= -\exp(-i\Omega_1 s) (\bar{\gamma}_{r1}/2) \\ &\times \left( \frac{1}{\omega_l - \Omega_1 - i\gamma_l/2} - \frac{1}{\omega_l - \Omega_1 + i\gamma_l/2} \right), \\ R_4 &= -\exp(-i\Omega_2 s) (\bar{\gamma}_{r2}/2) \\ &\times \left( \frac{1}{\omega_l - \Omega_2 - i\gamma_l/2} - \frac{1}{\omega_l - \Omega_2 + i\gamma_l/2} \right). \quad (22) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{r1} &= \varepsilon' \gamma_{r1} + \Delta\gamma, & \bar{\gamma}_{r2} &= \varepsilon' \gamma_{r2} - \Delta\gamma, \\ \Delta\gamma &= \frac{\varepsilon' \gamma_{r1} (\Omega_2 - \omega_2 + i\gamma_2/2) + \varepsilon' \gamma_{r2} (\Omega_1 - \omega_1 + i\gamma_1/2)}{\Omega_1 - \Omega_2}. \quad (23) \end{aligned}$$

Функция  $E^r(z, t)$ , соответствующая прошедшему квантовую яму импульсу, представляется в виде

$$\begin{aligned} E^r(z, t) &= E_0 \left\{ T_1 [1 - \Theta(p)] \right. \\ &\left. + (T_2 + T_3 + T_4) \Theta(p) \right\} / (\Omega_1 - \Omega_2), \quad (24) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} T_1 &= \exp(-i\omega_l p + \gamma_l p/2) M(\omega_l + i\gamma_l/2) \\ &\times \left( \frac{1}{\omega_l - \Omega_1 + i\gamma_l/2} - \frac{1}{\omega_l - \Omega_2 + i\gamma_l/2} \right), \\ T_2 &= \exp(-i\omega_l p - \gamma_l p/2) M(\omega_l - i\gamma_l/2) \\ &\times \left( \frac{1}{\omega_l - \Omega_1 - i\gamma_l/2} - \frac{1}{\omega_l - \Omega_2 - i\gamma_l/2} \right), \\ T_3 &= -\exp(-i\Omega_1 p) M(\Omega_1) \\ &\times \left( \frac{1}{\omega_l - \Omega_1 - i\gamma_l/2} - \frac{1}{\omega_l - \Omega_1 + i\gamma_l/2} \right), \\ T_4 &= \exp(-i\Omega_2 p) M(\Omega_2) \\ &\times \left( \frac{1}{\omega_l - \Omega_2 - i\gamma_l/2} - \frac{1}{\omega_l - \Omega_2 + i\gamma_l/2} \right). \end{aligned}$$

Входящая в  $T_j$  функция  $M$  имеет структуру

$$\begin{aligned} M(\omega) &= (\omega - \omega_1 + i\gamma_1/2)(\omega - \omega_2 + i\gamma_2/2) - (\varepsilon''/2) \\ &\times [\gamma_{r1}(\omega - \omega_2 + i\gamma_2/2) + \gamma_{r2}(\omega - \omega_1 + i\gamma_1/2)]. \quad (25) \end{aligned}$$

Если в  $E^r(z, t)$  выделить поле возбуждающего импульса  $E^0(z, t)$ , определенного в (2), т.е. считать, что

$$\mathbf{E}^r(z, t) = \mathbf{E}^0(z, t) + \Delta \mathbf{E}^r(z, t), \quad (26)$$

то  $\Delta \mathbf{E}^r(z, t)$  будет отличаться от  $\Delta \mathbf{E}^l(z, t)$  только заменой переменной  $s = t + vz/c$  на  $p = t - vz/c$  и отсутствием множителя  $(-1)^{m_c+m_v} \exp(ikd)$ .

Таким образом, учет пространственной дисперсии приводит к перенормировке радиационных уширений  $\gamma_{ri}$ . В числителях формул (21) перенормировка заключается в умножении  $\gamma_{ri}$  на вещественный множитель  $\varepsilon'$ , т.е. приводит к уменьшению величины  $\gamma_{ri}$  (графики функций  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$  приведены в (9)). В знаменателях же  $\gamma_{ri}$  умножается на комплексную функцию  $\varepsilon$ , что означает появление наряду с изменением радиационного уширения сдвига резонансных частот. Формулы (21)–(23) в предельном случае  $kd = 0$  совпадают с полученными в (14).

### 3. Отражение, пропускание и поглощение возбуждающего импульса

Поток энергии  $S(p)$ , соответствующий электрическому полю возбуждающего электромагнитного импульса, равен

$$S(p) = (\mathbf{e}_z/4\pi)(c/v)(\mathbf{E}^0(z, t))^2 = \mathbf{e}_z S_0 \mathcal{P}(p), \quad (27)$$

где  $S_0 = cE_0^2/(2\pi v)$ ,  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор в направлении распространения импульса. Безразмерная функция

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(p) &= (\mathbf{E}^0(z, t))^2/S_0 \\ &= \Theta(p) \exp(-\gamma_l p) + [1 - \Theta(p)] \exp(\gamma_l p) \quad (28) \end{aligned}$$

определяет пространственную и временную зависимости энергии возбуждающего импульса. Прошедший квантовую яму поток имеет вид

$$\mathbf{S}^r = (\mathbf{e}_z/4\pi)(c/v)(\mathbf{E}^r(z, t))^2 = \mathbf{e}_z S_0 \mathcal{T}(p), \quad (29)$$

отраженный поток энергии

$$\mathbf{S}^l = -(\mathbf{e}_z/4\pi)(c/v)(\mathbf{E}^l(z, t))^2 = -\mathbf{e}_z S_0 \mathcal{R}(s). \quad (30)$$

Безразмерные функции  $\mathcal{T}(p)$  и  $\mathcal{R}(s)$  соответствуют долям прошедшего и отраженного потоков энергии возбуждающего импульса. Безразмерное поглощение определяется как

$$\mathcal{A}(p) = \mathcal{P}(p) - \mathcal{R}(p) - \mathcal{T}(p) \quad (31)$$

(поскольку для отражения  $z \leq 0$ , в  $\mathcal{R}$  переменная  $s = t - |z|/c$ ).

На рис. 1–5 представлена зависимость отражения  $\mathcal{R}$ , пропускания  $\mathcal{T}$ , поглощения  $\mathcal{A}$  и возбуждающего импульса  $\mathcal{P}$  от переменной  $p$  (либо  $s$  для  $\mathcal{R}$ ) в случае  $m_c = m_v = 1$ . При расчете предполагалось также, что

$$\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_r, \quad \gamma_l = \gamma_2 = \gamma. \quad (32)$$

Из формул (21) и (24) следует, что резонансными частотами являются  $\omega_l = \text{Re } \Omega_1$  и  $\omega_l = \text{Re } \Omega_2$ . Расчет проводился для

$$\omega_l = \text{Re } \Omega_1 = \Omega_{\text{res}}. \quad (33)$$

Если от частоты  $\omega_l$  перейти к

$$\Omega = \omega_l - \omega_1, \quad (34)$$

то резонансная частота

$$\Omega_{\text{res}} = \frac{1}{2} \left[ -\Delta\omega + \varepsilon' \gamma_r + \text{Re} \sqrt{(\Delta\omega)^2 - \varepsilon^2 \gamma_r^2} \right] \quad (35)$$

и зависит от трех параметров:  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ ,  $\gamma_r$  и  $kd$ , так как от  $kd$  зависит комплексная функция  $\varepsilon$  (см (15)).

Функции  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{T}$ ,  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{P}$  являются однородными функциями обратных времен жизни и частот  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_l$ . Поэтому выбор единиц измерения здесь произволен. Для определенности все эти величины выражены в eV. На рисунках показана временная зависимость оптических характеристик квантовой ямы при различных значениях параметра  $kd$ . Кривые, соответствующие  $kd = 0$ , получены в [14]. При расчете полагалось, что  $\Delta\omega = 0.065$  eV, что соответствует магнетополяронному состоянию в квантовой яме на основе арсенида галлия при ширине ямы  $d = 300$  Å [17,19,21].

#### 4. Обсуждение результатов

Рис. 1 соответствует длинному (широкому по сравнению с  $\Delta\omega$ ) возбуждающему импульсу и малому радиационному уширению ( $\gamma_r \ll \gamma, \gamma_l$ ). В этом случае доминирует пропускание  $\mathcal{T}$ , которое по форме кривой мало отличается от  $\mathcal{P}$  и слабо зависит от  $kd$ . Зависимость от пространственной дисперсии заметна на кривых  $\mathcal{R}$  и  $\mathcal{A}$ . Так, например, отражение  $\mathcal{R}$  при  $kd = 3$  в два раза меньше, чем при  $kd = 0$ . Однако величина  $\mathcal{R}$  здесь составляет доли процента.

Рис. 2 относится к возбуждающему импульсу средней продолжительности, когда  $\gamma_l \simeq \Delta\omega$  и  $\gamma_r \ll \gamma \ll \gamma_l$ . Характерным здесь является появление генерации (отрицательного поглощения) после прохождения импульса и осцилляции  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{T}$ . Генерация объясняется тем, что при таком импульсе возбуждения электронная система не успевает излучить энергию за время прохождения импульса квантовой ямы, а осцилляции вызваны биениями, частота которых при условии  $\omega_l = \text{Re } \Omega_1$  равна

$$\text{Re}(\omega_1 - \Omega_2) = \text{Re} \sqrt{(\omega_1 - \omega_2)^2 - (\varepsilon' + i\varepsilon'')^2 \gamma_r^2}. \quad (36)$$

Заметное влияние пространственной дисперсии имеет место в отражении  $\mathcal{R}$  как во время прохождения импульса, так и после его прохождения. На пропускание  $\mathcal{T}$

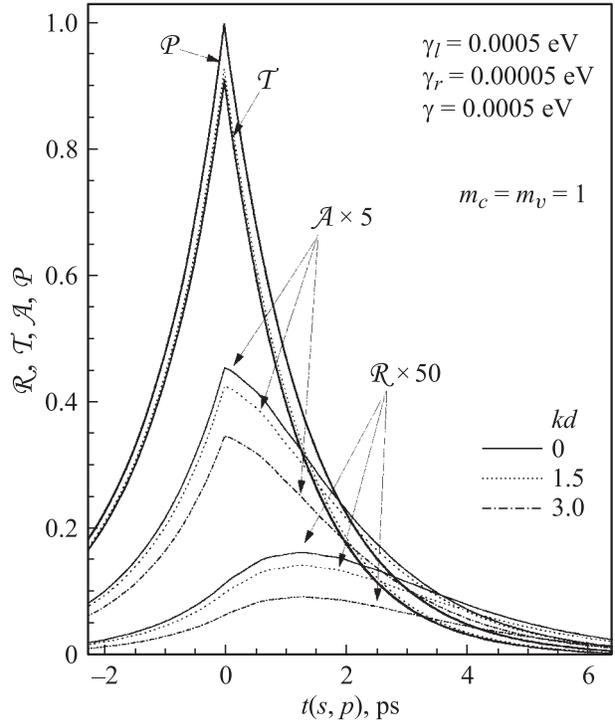


Рис. 1. Временная зависимость отражения  $\mathcal{R}$ , пропускания  $\mathcal{T}$ , поглощения  $\mathcal{A}$  и возбуждающего импульса  $\mathcal{P}$  для трех значений параметра  $kd$  в случае длинного возбуждающего импульса ( $\gamma_l \ll \Delta\omega$ ) и  $\gamma_r \ll \gamma, \gamma_l$ .  $\Delta\omega = 6.65 \cdot 10^{-3}$  eV,  $\omega_l = \text{Re } \Omega_1 = \Omega_{\text{res}}$ .

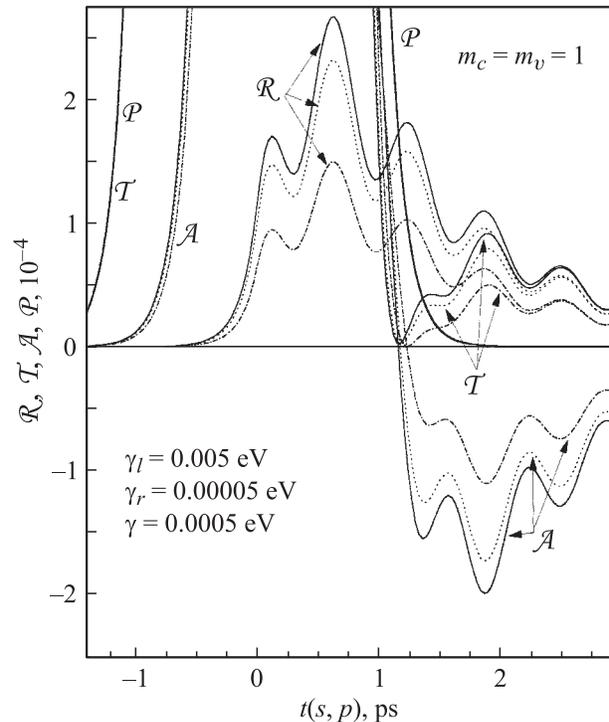
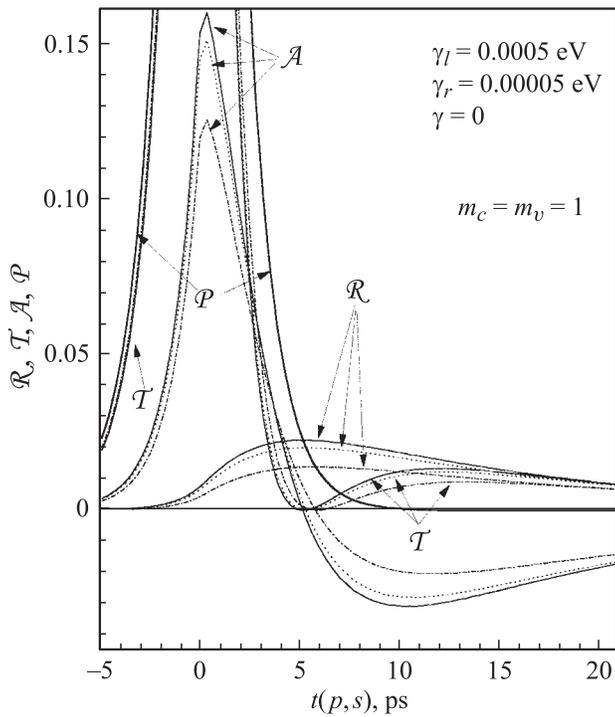


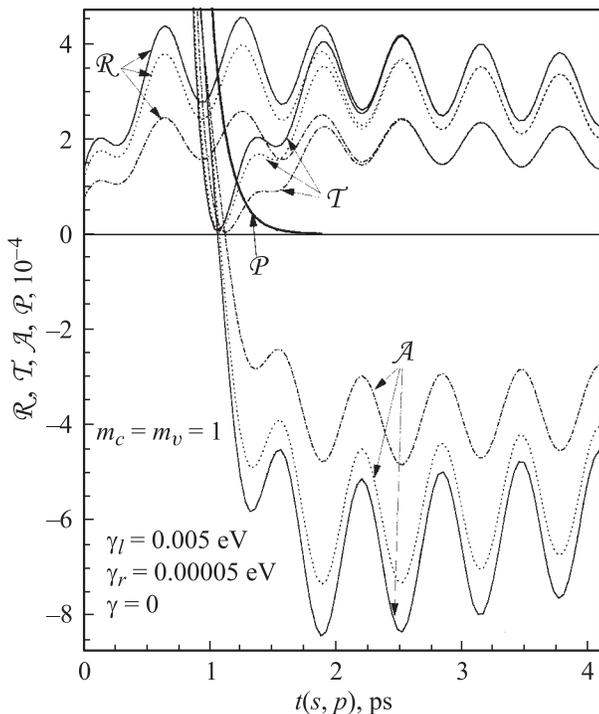
Рис. 2. То же, что на рис. 1, для возбуждающего импульса средней продолжительности ( $\gamma_l \simeq \Delta\omega$ ) и  $\gamma_r \ll \gamma \ll \gamma_l$ .

и поглощение  $\mathcal{A}$  пространственная дисперсия влияет только после прохождения импульса квантовой ямы, когда эти величины малы.

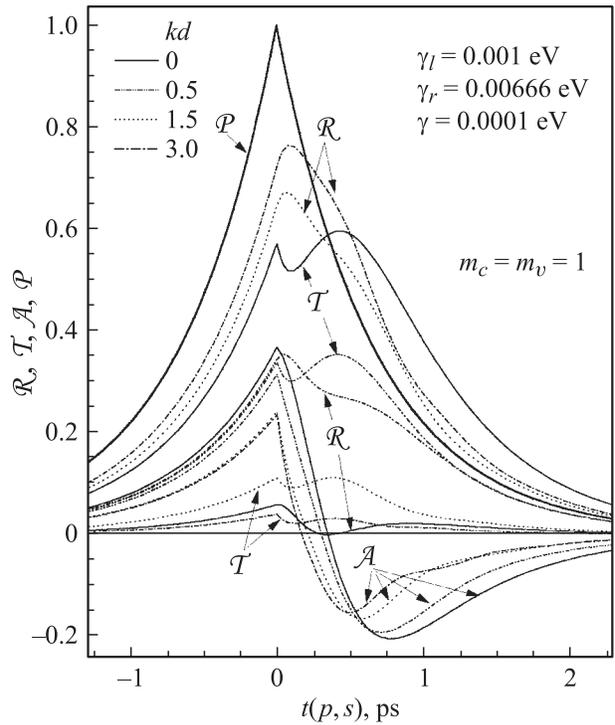
На рис. 3 и 4 представлены оптические характеристики при  $\gamma = 0$  и длинном возбуждающем импульсе



**Рис. 3.** То же, что на рис. 1, для широкого возбуждающего импульса ( $\gamma_l \gg \Delta\omega$ ) и  $\gamma = 0$ .



**Рис. 4.** То же, что на рис. 1, для возбуждающего импульса средней продолжительности ( $\gamma_l \simeq \Delta\omega$ ) и  $\gamma = 0$ .



**Рис. 5.** То же, что на рис. 1, для четырех значений параметра  $kd$  в случае, когда величина  $\Delta\omega$  близка к  $\gamma_r$ ,  $\gamma_r \gg \gamma_l \gg \gamma$ .

( $\gamma_l \ll \Delta\omega$ , рис. 3) и импульсе средней продолжительности, когда  $\gamma_l \simeq \Delta\omega$  (рис. 4). Поскольку в этом случае реальное поглощение отсутствует, под функцией  $\mathcal{A}$ , определенной в (31), следует понимать долю энергии, запасенную квантовой ямой на данный момент времени в результате межзонных переходов (если  $\mathcal{A} > 0$ ), либо долю энергии, которая генерируется квантовой ямой во время и после прохождения импульса ( $\mathcal{A} < 0$ ). То же самое относится и к рис. 2, однако там часть запасенной энергии, которая исчезает, если  $\gamma \rightarrow 0$ , соответствует реальному поглощению.

Период осцилляций на рис. 2 и 4 не зависит от параметра  $kd$ . Причина в том, что при выбранных значениях параметров  $\Delta\omega$  и  $\gamma_r$  частота биения (36) с большой точностью равна  $\omega_1 - \omega_2$  и сравнительно небольшие изменения функций  $\epsilon'$  и  $\epsilon''$  практически не влияют на частоту биения.

Обращает на себя внимание рис. 5, на котором  $\Delta\omega$  очень близко к  $\gamma_r$  ( $6.65 \cdot 10^{-3}$  и  $6.66 \cdot 10^{-3}$  eV соответственно), возбуждающий импульс в 5 раз короче, чем на рис. 3 и 4, а  $\gamma_l \gg \gamma_r \gg \gamma$ . В этом случае пространственная дисперсия сильно влияет на оптические характеристики. Отражение в интервале  $0 \leq kd \leq 3$  возрастает приблизительно в 8 раз, а пропускание уменьшается в 6 раз. Подобное резкое изменение объясняется зависимостью  $\bar{\gamma}_{r1}$  и  $\bar{\gamma}_{r2}$  от  $kd$ . Например, при  $kd = 0$   $\bar{\gamma}_{r1} = -17303.9$ ,  $\bar{\gamma}_{r2} = 193066.6$ , а при  $kd = 3$   $\text{Re } \bar{\gamma}_{r1} = 1960.21$ ,  $\text{Re } \bar{\gamma}_{r2} = 442.718$ . При этом сами функции  $\mathcal{R}$  и  $\mathcal{T} \leq 1$ , так как являются результатом

вычитания больших чисел, и поэтому неудивительно, что эти разности чувствительны к изменению  $kd$ .

В [14] было установлено, что в случае  $kd = 0$  на временной оси имеются особые точки, в которых  $\mathcal{T} = \mathcal{A} = 0$  и  $\mathcal{R} = \mathcal{P}$ , либо  $\mathcal{R} = \mathcal{A} = 0$  и  $\mathcal{T} = \mathcal{P}$  (точка полного отражения либо полного пропуска). Из приведенных рисунков видно, что особые точки на временной оси сохраняются и в случае  $kd \neq 0$ , имеет место только их небольшой сдвиг. На рис. 5 точка полного пропуска имеет место при  $kd = 0$ . Для  $kd = 0.5$  она исчезает, а для  $kd = 1.5$  и  $3.0$  появляется точка полного отражения. Если  $kd = 1.5$ , то  $\mathcal{R} = \mathcal{P}$ ,  $\mathcal{A} + \mathcal{T} = 0$  ( $\mathcal{A} < 0$ ), если же  $kd = 3.0$ , то по-прежнему  $\mathcal{R} = \mathcal{P}$ , но  $\mathcal{A} = \mathcal{T} = 0$ . Таким образом, увеличение параметра  $kd$  приводит к смене типа особой точки.

Вывод, который можно сделать из представленного расчета, заключается в том, что пространственная дисперсия электромагнитных волн, образующих возбуждающий импульс, заметно влияет на оптические характеристики квантовой ямы. Влияние пространственной дисперсии особенно сильно в том случае, когда  $\gamma_r \simeq \Delta\omega$ .

В заключение заметим, что полученные результаты справедливы при равенстве показателей преломления квантовой ямы и барьеров. В противном случае следует учитывать отражение от границ квантовой ямы. Однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки данной статьи.

## Список литературы

- [1] L.C. Andreani, F. Tassone, F. Bassani. *Solid State Commun.* **77**, 641 (1991).
- [2] L.C. Andreani. In: *Confined electrons and phonons* / Eds E. Burstein, C. Weisbuch. Plenum Press, N.Y. (1995). P. 57.
- [3] Е.Л. Ивченко. *ФТТ* **33**, 2388 (1991).
- [4] F. Tassone, F. Bassani, L.C. Andreani. *Phys. Rev. B* **45**, 6023 (1992).
- [5] T. Stroucken, A. Knorr, C. Anthony, P. Thomas, S.W. Koch, M. Koch, S.T. Gundiff, J. Feldman, E.O. Göbel. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2391 (1996).
- [6] T. Stroucken, A. Knorr, P. Thomas, S.W. Koch. *Phys. Rev. B* **53**, 2026 (1996).
- [7] L.C. Andreani, G. Panzarini, A.V. Kavokin, M.R. Vladimirova. *Phys. Rev. B* **57**, 4670 (1998).
- [8] M. Hübner, T. Kuhl, S. Haas, T. Stroucken, S.W. Koch, R. Hey, K. Ploog. *Solid State Commun.* **105**, 105 (1998).
- [9] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. *ФТТ* **43**, 2091 (2001); *Cond-mat/0104262*.
- [10] I.G. Lang, V.I. Belitsky, M. Cardona. *Phys. Stat. Sol. (a)* **164**, 307 (1997).
- [11] I.G. Lang, V.I. Belitsky. *Solid State Commun.* **107**, 577 (1998).
- [12] I.G. Lang, V.I. Belitsky. *Phys. Lett. A* **245**, 329 (1998).
- [13] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. *ФТТ* **43**, 1117 (2001); *Cond-mat/0004178*.
- [14] D.A. Contreras-Solorio, S.T. Pavlov, L.I. Korovin, I.G. Lang. *Phys. Rev. B* **62**, 16 815 (2000); *Cond-mat/0002229*.
- [15] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. *ФТТ* **42**, 2230 (2000); *Cond-mat/0006364*.

- [16] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. *ФТТ* **44**, 1681 (2002); *Cond-mat/0202390*.
- [17] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. *ФТТ* **48**, 1693 (2006); *Cond-mat/0403302*.
- [18] И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик. *ЖЭТФ* **78**, 1167 (1980).
- [19] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. *ФТТ* **44**, 2084 (2002); *Cond-mat/0001248*.
- [20] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. *ФТТ* **48**, 2208 (2006); *Cond-mat/0605650*.
- [21] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. *ЖЭТФ* **115**, 187 (1999).